

УДК 532.135

**СТРУКТУРНАЯ МОДЕЛЬ УПЛОТНЕНИЯ
ВЯЗКОУПРУГОГО КОМПОЗИТНОГО МАТЕРИАЛА**

Н.А.Беляева, В.В.Осипова

Представлена структурная модель твердофазного плунжерного уплотнения пористого вязкоупругого материала. Получены решения задач для случая заданной скорости и напряжения на плунжере. Разработан программный комплекс в среде программирования Delphi. Представлены результаты численного эксперимента.

Рассмотрим процесс уплотнения вязкоупругого структурированного сжимаемого материала в цилиндрической камере под действием плунжера прессы. Начало координат $z = 0$ свяжем с центром основания камеры. Первоначальная длина заготовки равна H_0 . Ось симметрии заготовки примем в качестве оси z , положительное направление которой противоположно направлению движения поршня. Движение смеси в камере считаем установившимся и одномерным с одной ненулевой компонентой скорости:

$$\vec{V} = (0, 0, V_z), V = V_z.$$

Введем обобщенные (лагранжевы) координаты (q, t) : t – реальное время; массовая координата q имеет смысл относительной массы материала, находящейся между переменным сечением z и свободной поверхностью $z = 0$, таким образом,

$$q = \int_0^z \rho(s, t) ds.$$

Заметим, что при $z = H(t)$ относительная масса равна относительной полной массе материала $q = q_0$.

В рамках рассматриваемого одномерного подхода запишем определяющие соотношения процесса [1-4]. Для описания вязкоупругого поведения материала примем обобщенную модель Максвелла:

$$\dot{\sigma} + \frac{G}{\mu} \sigma = G \frac{\partial V}{\partial q} \rho, \quad (1)$$

где $\mu = \mu(a) = \mu_0 \exp(ka)$, $G = G(a) = \mu(a)/t_r$. В рассматриваемом случае уравнение равновесия примет вид

$$\sigma = \sigma(t). \quad (2)$$

Уравнение неразрывности, выражающее закон сохранения массы, представлено соотношением

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho^2 \frac{\partial V}{\partial q} = 0. \quad (3)$$

Степень структурных превращений $a = a(q, t)$ определяем из диффузионно-кинетического уравнения:

$$\frac{\partial a}{\partial t} + V \rho \frac{\partial a}{\partial q} = D(\rho^2 \frac{\partial^2 a}{\partial q^2} + \rho \frac{\partial a}{\partial q} \frac{\partial \rho}{\partial q}) + k_2[1 - a - a\chi \exp(p\sigma)]. \quad (4)$$

Зададим начальные и граничные условия к системе (1)–(4):

$$\rho(q, 0) = \rho_0(q), \quad a(q, 0) = 0, \quad \sigma(q, 0) = 0; \quad (5)$$

$$\left. \frac{\partial a}{\partial q} \right|_{q=q_0} = \left. \frac{\partial a}{\partial q} \right|_{q=0} = 0; \quad (6)$$

$$V|_{q=q_0} = V_0, \quad V|_{q=0} = 0, \quad \sigma|_{q=0} = 0 \quad (7)$$

или

$$\sigma|_{q=q_0} = \sigma(t). \quad (8)$$

Условие (6) означает, что не происходит проникновения вещества через плунжер и основание камеры; (7) – постоянство скорости плунжера, (8) – постоянное напряжение на плунжере. Каждая из систем уравнений (1)–(7) и (1)–(6), (8) является замкнутой системой относительно плотности материала, скорости течения, степени структурных превращений.

Модель уплотнения допускает полуаналитическое решение. Решение задачи (1)–(7) имеет вид:

$$\sigma(t) = \int_0^t c(\tau) \exp\left(-\frac{t-\tau}{t_r}\right) d\tau, \quad (9)$$

$$\rho(q, t) = \rho_0(q) \exp \left(-t_r \int_0^t \frac{c(\tau)}{\mu(a(q, \tau))} d\tau \right), \quad (10)$$

$$V(q, t) = V_0 - t_r c(t) \int_q^{q_0} \frac{ds}{\rho(s, t) \mu(a(s, t))}, \quad (11)$$

где $c(t)$ - функция, определенная рекуррентным соотношением. Для нахождения степени структурных превращений $a(q, t)$ из уравнения (4) применяется метод прогонки [5].

Решение задачи (1)-(6), (8) представляется соотношениями:

$$\rho(q, t) = \rho_0(q) \exp \left(- \int_0^t \frac{(t_r \dot{\sigma}(\tau) + \sigma(\tau))}{\mu(a(q, \tau))} d\tau \right),$$

$$V(q, t) = V_0 - (t_r \dot{\sigma}(\tau) + \sigma(\tau)) \int_q^{q_0} \frac{ds}{\rho(s, t) \mu(a(s, t))}.$$

Для численного решения составлен программный комплекс при использовании условий (7) и (8) в среде программирования Delphi. На рис. 1 – 4 представлены распределения функций течения из уравнений (9)-(11), (4).

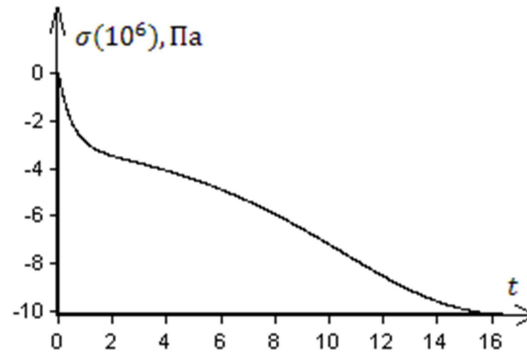


Рис. 1. Распределение напряжения $\sigma = \sigma(t)$.

Напряжение принимает отрицательные значения (рис. 1), что соответствует сжатию материала. Величина напряжения возрастает, и максимальное значение достигается при завершении процесса.

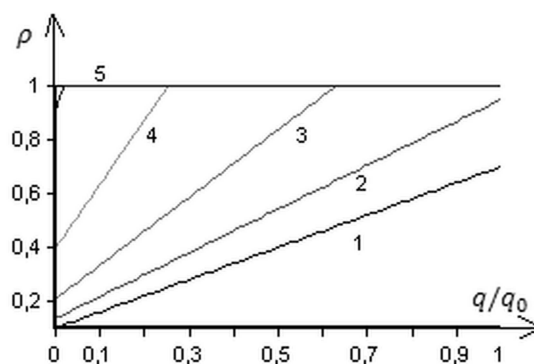


Рис. 2. Распределение плотности
 $\rho = \rho(q, t); t(c) : 1(0), 2(4.09), 3(8.19), 4(12.28), 5(16.38)$.

Относительная плотность возрастает от основания камеры к плунжеру (рис. 2), оставаясь при этом линейной. Единичное значение плотности соответствует максимальному уплотнению материала. Общее время уплотнения составляет примерно шестнадцать секунд.

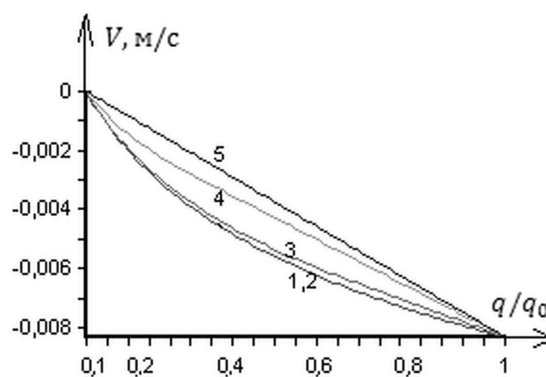


Рис. 3. Распределение скорости материала
 $V = V(q, t); t(c) : 1(0), 2(4.09), 3(8.19), 4(12.28), 5(16.38)$.

Массово-временное распределение скорости элементарных масс имеет нелинейный характер (рис. 3). На заключительной стадии уплотнения указанное распределение приближается к линейному.

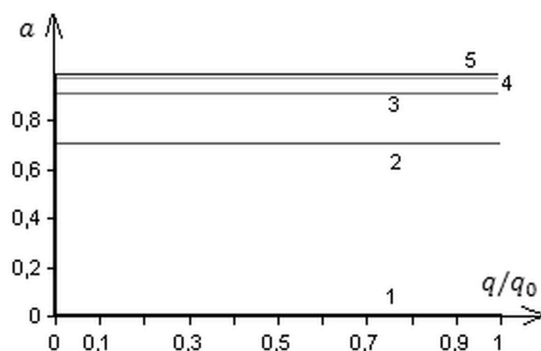


Рис. 4. Распределение степени структуризации $a = a(q, t); t(c) : 1(0), 2(4.09), 3(8.19), 4(12.28), 5(16.38)$.

Степень структурных превращений (рис. 4) имеет однородное распределение, т.е. не зависящее от массовой координаты.

Значение параметров задачи: $q_0 = 0.04$ м, $\rho_0 = 0.1$, $\rho_m = 0.7$, $\rho_0(q) = \rho_0 + (\rho_m - \rho_0) \cdot q/q_0$, $\mu_0 = 5 \cdot 10^7$ Па \cdot с, $k = -0.02$, $k_2 = 0.3$, $t_r = 0.5$ с, $p = 2 \cdot 10^{-5}$ Па $^{-1}$, $\chi = 1 \cdot 10^{-5}$, $D = 0.0049$ м 2 /с, $V_0 = 0.00833$ м/с.

Литература

1. Беляева Н. А., Столин А. М., Стельмах Л. С. Кинетика уплотнения и структуризации в твердофазной экструзии вязкоупругой среды // *Инженерная физика*. 2007. № 5. С. 34–41.
2. Беляева Н. А. Математические модели деформируемых структурированных материалов. Монография // *Сыктывкар: Изд-во СыктГУ*, 2008. 116 с.
3. Беляева Н. А., Столин А. М., Пугачев Д. В., Стельмах Л. С. Неустойчивые режимы деформирования при твердофазной экструзии вязкоупругих структурированных систем // *ДАН*, 2008. Т. 420. № 6. С. 777–780.
4. Беляева Н. А., Столин А. М., Стельмах Л. С. Динамика твердофазной плунжерной экструзии вязкоупругого структурированного материала // *Теоретические основы химической технологии*. 2008. № 5. С. 579–589.
5. Беляева Н. А., Осипова В. В. Формирование цилиндрического изделия в ходе объемного отверждения // *Федеральное агентство*

по образованию. ОФАП. Свид. об отрасл. регис-трации разработки № 7944. 30.03 2007.

Summary

Belyaeva N.A., Osipova V.V. The structural compaction model of viscoelastic composite material.

The structural model of solidphase plunger compaction of porous viscoelastic material is presented. Decisions of problems for case of the set speed and pressure on plunger are received. The program complex in the programming environment Delphi is developed. Results of numerical experiment are presented.

Сыктывкарский университет

Поступила 13.04.2009