

УДК 519.854.3

**ПРИМЕНЕНИЕ КОМБИНИРОВАННОГО АЛГОРИТМА
РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ФОРМАТНОГО РАСКРОЯ ДЛЯ
ПОВЫШЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ
БИЗНЕС-ПРОЦЕССОВ ПРОИЗВОДСТВА ГИЛЬЗ**

О.В. Байбородина, Д.Ю. Саковнич

Исследована возможность повышения эффективности бизнес-процессов производства гильз спиральной намотки при внедрении комбинированного алгоритма решения целочисленной задачи линейного раскроя. Приводятся результаты сравнительного анализа используемого расчета СЛПК и комбинированного алгоритма на фактических данных Монди СЛПК.

1. Введение

В состав предприятия Монди СЛПК входит участок производства гильз спиральной намотки (далее гильзы). Гильзы используются при производстве бумаги в рулонах, на гильзу наматывается бумага (см. рис. 1). СЛПК выпускает бумагу различных марок, получая заявки от клиентов на продукцию. Заявки содержат необходимую информацию о заказе: тип бумаги, количество тонн (рулонов), диаметры и форматы рулонов, требования к качественным характеристикам бумаги и так далее. Важной частью заявки от покупателей является характеристика гильзы, ее диаметр и толщина. Длина гильзы совпадает с форматом рулона.

На СЛПК для производства гильз используется картон различных марок, силикатный клей, а также следующее оборудование: гильзозлейное и гильзорезательное.

Основными этапами производства гильз являются (см. рис.1):

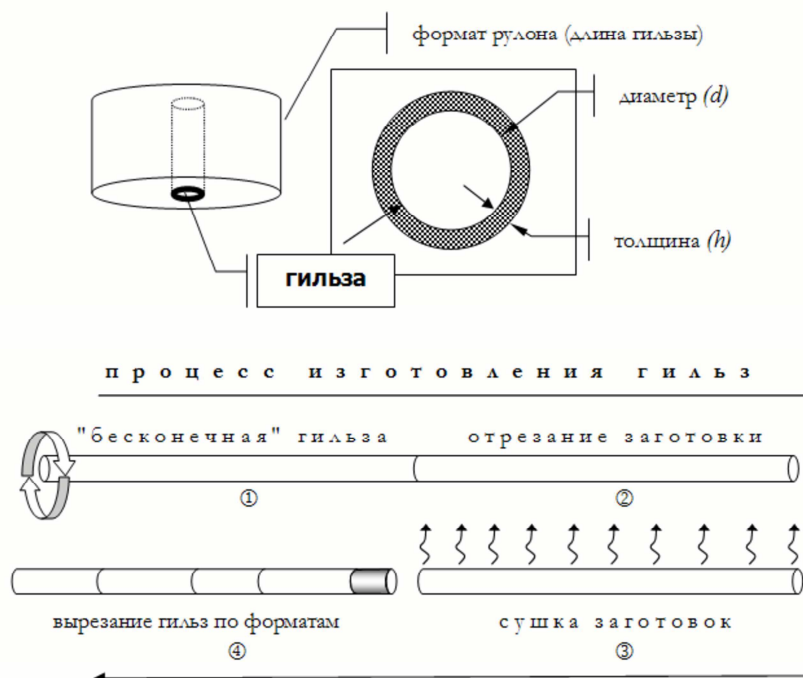


Рис. 1: Производство гильз

- изготовление «бесконечной гильзы»¹
- резка «бесконечной гильзы» на заготовки
- резка заготовок на гильзы необходимых длин

Изготовление «бесконечной гильзы», основными характеристиками которой являются диаметр и толщина стенки гильзы, производится на гильзослейном станке. Здесь же происходит нарезание этой «бесконечной гильзы» на части определенного размера — заготовки. Полученные заготовки сушатся для достижения необходимых характеристик в кассетах при специальных условиях хранения, после чего нарезаются на необходимые форматы.

¹Бесконечная гильза — наматываемые полоски картона определенной ширины с окунанием в силикатный клей на штангу определенного диаметра с использованием "бесконечного ремня" определенной ширины

Длина используемых на Монди СЛПК заготовок была подобрана опытным путем в зависимости от возможностей оборудования, а также от форматов рулонов. В таблице 1 представлена информация по длинам заготовок гильз в зависимости от диаметра гильзы и толщины стенки.

Табл. 1: Зависимость длин заготовок от толщины и диаметра

Диаметр гильзы (мм)	Толщина (мм)	Длина заготовки (м)
76	13	5.4
76	15	5.4
100	13	6.4
150	13	4.4
254	13	4.2

2. Описание расчета количества заготовок для производства гильз, используемого на СЛПК

Расчет производится на основании информации заявок на производство рулонов для каждой бумагоделательной машины на определенный период. Период составляет от 3 до 5 дней и зависит от технологического режима — необходимость сушки изготовленной заготовки, а также от наличия заявок от покупателей. По диаметру, толщине гильзы производится расчет количества необходимых гильз той или иной длины.

Исходя из длины заготовки и из заказанного количества гильз конкретной длины, вычисляется количество заготовок. Далее количество заготовок суммируется.

Пример Пусть у нас имеются заготовки длины 5400 мм. Из них необходимо нарезать гильзы, характеристики которых находятся в таблице 2.

Табл. 2:

Длина (мм)	Количество (шт.)
240	40
600	28
700	9
720	12

Применим рассматриваемый алгоритм:

1. определим, сколько гильз длиной 240 мм уместится на одной заготовке длиной 5400 мм,

$$k = [5400/240] = 22$$

2. определим количество заготовок, которое потребуется для изготовления 40 заготовок, по следующей формуле:

$$m = [(40 - 1)/k] + 1$$

3. переходим к расчету количества заготовок для гильз следующей длины (таблица 2), повторяя все действия 1—3

Результаты применения данного алгоритма представлены в таблице 3.

Табл. 3:

Длина гильзы	Количество гильз	Суммарная длина гильз	Кол-во заготовок
240	40	9600	2
600	28	16800	4
700	9	6300	2
720	12	8460	2

Применяя терминологию задач С&Р, можно сказать, что в данном плане раскроя каждая применяемая раскладка использует только гильзы одной длины, то есть матрица способов раскроя является диагональной

$$\begin{bmatrix} [L/l_1] & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & [L/l_2] & \dots & & 0 \\ \dots & \dots & \ddots & \dots & \dots \\ 0 & & \dots & [L/l_{m-1}] & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & [L/l_m] \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_{m-1} \\ x_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_{m-1} \\ b_m \end{bmatrix}$$

Решение очевидно

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_{m-1} \\ x_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [L/l_1]^{-1} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & [L/l_2]^{-1} & \dots & & 0 \\ \dots & \dots & \ddots & \dots & \dots \\ 0 & & \dots & [L/l_{m-1}]^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & [L/l_m]^{-1} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_{m-1} \\ b_m \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \left[\frac{b_1}{[L/l_1]} + 1 \right] \\ \dots \\ \left[\frac{b_m}{[L/l_m]} + 1 \right] \end{bmatrix}$$

Для нашего примера имеем

$$\begin{bmatrix} \left[\frac{5400}{240} \right] & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \left[\frac{5400}{600} \right] & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \left[\frac{5400}{700} \right] & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \left[\frac{5400}{720} \right] \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 22 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 7 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 40 \\ 28 \\ 9 \\ 12 \end{bmatrix}, \quad \begin{aligned} x_1 &= \left[\frac{40}{22} \right] + 1 = 2 \\ x_2 &= \left[\frac{28}{9} \right] + 1 = 4 \\ x_3 &= \left[\frac{9}{7} \right] + 1 = 2 \\ x_4 &= \left[\frac{12}{7} \right] + 1 = 2 \end{aligned}$$

Ясно, что эффективность такого раскрытия невелика:

- Суммарная длина заготовок $(2 + 4 + 2 + 2) \cdot 5.4 = 54$ м
- Суммарная длина гильз $0.24 \cdot 40 + 0.60 \cdot 28 + 0.709 + 0.72 \cdot 12 = 41.34$ м
- Потери $54 - 41.34 = 12.66$ м (23.44 %)
- Эффективность 76.56 %

Для анализа эффективности данного алгоритма был использован ряд реальных заказов на производство. В таблице приведены результаты применения данного алгоритма.

В таблице 4 представлены итоговые результаты тестов 1–5, которые были проведены для суммарного объема заказов на три дня для каждой бумагоделательной машине в отдельности.

Табл. 4:

№ теста	№ БМ	Размер заготовки, мм	Диаметр гильзы, мм	Кол-во различных длин гильз, шт	Суммарная длина гильз, м	Кол-во заготовок, шт	Потери, м	Потери, шт. заготовки
1	11	5400	76	13	975,3	200	104,7	19,38
2	21	6400	100	52	4116,26	794	965,35	150,8
3	14	5400	76	14	1401,14	283	127,06	23,52
4	14	4400	150	4	1218,43	292	66,37	15,08
5	15	5400	76	8	6738,49	1337	481,31	89,13

В таблице 5 представлены итоговые результаты тестов 6–10, которые были проведены для заказов по машине БМ–11. Тест 11 отображает результаты применения расчета для БМ–11 для суммарного объема заказов.

Табл. 5:

№ теста	Размер заготовки, мм	Диаметр гильзы, мм	Кол-во различных длин гильз, шт	Суммарная длина гильз, м	Кол-во заготовок, шт	Потери, м	Потери, шт. заготовки
6	5400	76	1	138,6	33	39,6	7,3
7	5400	76	11	340,14	89	140,46	26,01
8	5400	76	6	342,6	86	121,8	22,55
9	5400	76	9	1568,48	404	613,12	113,54
10	5400	76	5	261,18	72	127,62	23,63
11	5400	76	18	2659	538	246,2	45,59

При анализе результатов тестов был проведен расчет потерь, как разница между суммарной длиной заготовок и суммарной длиной соответствующих им гильз.

3. Математическая постановка задачи

Итак, у нас имеется одномерное сырье некоторой длины l_0 (длина разрезаемой заготовки); множество M — множество всевозможных типов гильз ($|M| = m$ — число элементов в множестве M , в нашей задаче m — число различных типов вырезаемых гильз); вектор $l[M]$ — вектор длин вырезаемых гильз, а также вектор $b[M]$, характеризующий требования по каждому типу гильзы (количество штук которое необходимо вырезать). Требуется, удовлетворив требования на гильзы каждого типа $l[M]$, израсходовать минимальное количество штук сырья. Или, что эквивалентно, минимизировать потери при вырезании всего вектора требований².

Пусть теперь N — множество номеров всех возможных способов раскроя заготовки. $|N| = n$ — число всех возможных способов раскроя. Составим из способов раскроя целочисленную неотрицательную матрицу $A[M, N]$, где $A[M, j]$ — способ раскроя с номером j . $A[i, j]$ — количество

²Под вектором требований (ВТ) будем понимать тот объем продукции, который необходимо получить, то есть пару векторов $l[M]$ и $b[M]$

заготовок i -го типа, вырезаемых j -м способом раскроя (число гильз i -го типа в j -ой раскладке). Неотрицательный вектор способа раскроя $A[M, j]$, очевидно, удовлетворяет ограничению

$$l[M] \cdot A[M, j] \leq l_0 \quad (1)$$

так как суммарная длина вырезаемых в способе заготовок не должна превышать длины сырья.

Введем целочисленный неотрицательный вектор неизвестных $X[N]$ — интенсивности использования способов раскроя. $X[j]$ — интенсивность j -го способа раскроя.

Ясно, что однократное использование способа раскроя приводит к израсходованию одной штуки сырья длиной L . Тогда функция $f(X) = \mathbf{1}[N] \cdot X[N]$ выражает суммарное количество израсходованных штук сырья на вырезание всех требуемых заготовок. У данной функции мы должны найти минимум при условии вырезания всех заготовок

$$A[M, N] \cdot X[N] = b[M]$$

Таким образом, приходим к следующей задаче

$$f(X) = \mathbf{1}[N] \cdot X[N] \rightarrow \min$$

$$A[M, N] \cdot X[N] = b[M]$$

$$X[N] \geq \mathbf{0}[N]$$

$$X[N] \text{ — целочисленный}$$

в которой столбцы матрицы удовлетворяют ограничению 1.

4. Алгоритм решения. Результаты

Заметим, что эта задача является частным случаем задачи форматного раскроя (ЗФР), рассмотренной в [2, 3]. Это означает, что для ее решения можно применить любой из исследованных алгоритмов для фиксированного ВТ, дающий точный результат [2]. Так как в рассматриваемой задаче отсутствуют какие либо дополнительные ограничения, то для ее решения можно применить комбинированный алгоритм решения [1, 2], как наиболее эффективный в плане временных затрат, но в случае необходимости, полученное решение можно оптимизировать посредством других алгоритмов.

Итоговые результаты применения комбинированного алгоритма к тем же самым данным, для которых проводился расчет, используемый на Монди СЛПК, представлены в таблицах 6, 7.

Табл. 6:

№ теста	№ БМ	Размер заготовки, мм	Диаметр гильзы, мм	Кол-во различных длин гильз, шт	Суммарная длина гильз, м	Кол-во заготовок, шт	Потери, м	Потери, шт. заготовки
1	11	5400	76	13	975,3	181	2,1	0,38
2	21	6400	100	52	4116,26	644	5,34	0,83
3	14	5400	76	14	1401,14	260	2,86	0,53
4	14	4400	150	4	1218,43	291	61,97	14,08
5	15	5400	76	8	6738,49	1281	178,91	33,13

Табл. 7:

№ теста	Размер заготовки, мм	Диаметр гильзы, мм	Кол-во различных длин гильз, шт	Суммарная длина гильз, м	Кол-во заготовок, шт	Потери, м	Потери, шт. заготовки
6	5400	76	1	138,6	33	39,6	7,3
7	5400	76	11	340,14	63	0,06	0,01
8	5400	76	6	342,6	64	3	0,56
9	5400	76	9	1568,48	291	2,92	0,54
10	5400	76	5	261,18	51	14,22	2,63
11	5400	76	18	2659	493	3,2	0,59

Сравнительный анализ применения расчета, используемого на Монди СЛПК, и комбинированного алгоритма к одним и тем же данным представлен в таблицах 8, 9.

Табл. 8:

№ теста	№ БМ	Размер заготовки, мм	Диаметр гильзы, мм	Расчет СЛПК			Комбинированный алгоритм		
				Кол-во заготовок, шт	Потери, м	Потери, шт. заготовки	Кол-во заготовок, шт	Потери, м	Потери, шт. заготовки
1	11	5400	76	200	104,96	19,38	181	2,1	0,38
2	21	6400	100	794	965,35	150,8	644	5,34	0,8
3	14	5400	76	283	127,06	23,52	260	2,86	0,52
4	14	4400	150	292	66,37	15,08	291	61,97	14,08
5	15	5400	76	1337	481,31	89,13	1281	178,91	33,13

Как следует из таблицы 8 при применении комбинированного алгоритма потери (м) существенно сократились и экономия составляет 1537,87 м.

Эффективность представлена в таблице 9.

Табл. 9:

№ теста	БМ	Размер заготовки, мм	Диаметр гильзы, мм	эффективность расчет СЛПК	эффективность комбинированный алгоритм
				%	%
1	11	5400	76	90,31	99,76
2	21	6400	100	85,86	99,87
3	14	5400	76	91,69	99,80
4	14	4400	150	94,83	95,16
5	15	5400	76	93,3	97,41

Табл. 10: Данные БМ–11

№ теста	Размер заготовки, мм	Диаметр гильзы, мм	Расчет СЛПК			Комбинированный алгоритм		
			Кол-во заготовок, шт	Потери, м	Потери, шт. заготовки	Кол-во заготовок, шт	Потери, м	Потери, шт. заготовки
6	5400	76	33	39,6	7,3	33	39,6	7,3
7	5400	76	89	340,46	26,01	63	0,06	0,01
8	5400	76	86	121,8	22,55	64	3	0,56
9	5400	76	404	613,12	113,54	291	2,92	0,54
10	5400	76	72	127,62	23,63	51	14,22	2,63
Итого потери (м):			1142,6			159,8		
11	5400	76	538	246,2	45,59	493	3,2	0,59

Применение обоих способов расчета на примере, представленном в таблице 10 показало, что расчет необходимо проводить для группы заказов одновременно, так как это позволяет снизить потери. Снижение потерь при применении расчета СЛПК в этом случае составляет 896,4 м (22,43 %), при применении комбинированного алгоритма составляет 156,6 м (5,68 %).

5. Оптимизация длины сырья

Как видно из таблицы 8 применение обоих расчетов к данным теста №4 привели практически к равнозначным результатам. Алгоритм СЛПК потратил на раскрой 292 заготовки, в то время как в оптимальном решении требуется 291 заготовка. Заметим, что в обоих решения суммарный отход достаточно велик (66,37 м и 61,97 м соответственно) при относительно небольшой суммарной длине гильз.

Для поиска решения в этом случае предлагается изменить длину заготовки гильз. Был применен комбинированный алгоритм для длин заготовок от 4400 мм до 4050 мм с шагом 50 мм и определены потери. Выбор величины шага зависел от возможностей конкретного оборудования. Результаты представлены в таблице 11. Минимальные потери будут достигнуты при длине заготовки 4250 мм. При этом отход при оптимальном раскросе сократиться почти вдвое.

Табл. 11:

Длина заготовки, мм	4400	4350	4300	4250	4200	4150	4100	4050
Потери, м	61,97	47,422	32,872	31,072	772,372	748	724	704

Каждый процесс имеет цель, причем эффективность процесса — это оценка того, насколько данный процесс близок к оптимальному. Управляя процессами и постоянно их совершенствуя, предприятие добивается высокой эффективности своей деятельности. Как мы показали, комбинированный алгоритм задачи форматного раскроя может с успехом

применяться при планировании производства гильз спиральной намотки, не только в части определения количества заготовок, способа раскроя, а также и в поиске оптимального размера заготовки, что позволит предприятию снизить потери и повысить эффективность бизнес-процессов.

Литература

1. **Никитенков В.Л.** О целочисленном решении задачи линейного раскроя// *Вестник Сыктывкарского университета. Сер.1: Мат. Мех. Инф. 2006 Вып.6. С. 165–178*
2. **Никитенков В.Л., Саковнич Д.Ю.** О Реализации комбинированного алгоритма решения целочисленной задачи линейного раскроя// *Вестник Сыктывкарского университета. Сер.1: Мат. Мех. Инф. 2006 Вып.6. С. 199–208*
3. **Саковнич Д.Ю.** Вырожденность в задаче форматного раскроя// *Вестник Сыктывкарского ун-та, Сер.1 : Мат.Мех.Инф.2008 Вып.8. С. 75–90*
4. **Романовский И.В.** Алгоритмы решения экстремальных задач. М.: Наука. 1977. 352 с

Summary

Bayborodina O.V., Sakovnich D.Y. Application of the complex algorithm for solving of size cutting problem in order to increase the efficiency of business processes of core production

The possibility to increase the efficiency of business processes of spiral winding cores production by implementing the complex algorithm for solving of integer-valued problem of linear cutting is investigated. The results of the comparison analysis of MSY used calculation and the complex algorithm on the actual data of MSY are given.