

УДК 532.135

ВЛИЯНИЕ ХАРАКТЕРНЫХ ВРЕМЕН
НА РЕЖИМЫ ТВЕРДОФАЗНОЙ ЭКСТРУЗИИ

Н.А. Беляева

Выделены качественно различные режимы экструзии - стационарный, квазистационарный, переходные режимы - на основе сравнения характерных времен процессов структурирования, уплотнения и выдавливания.

На основе математической модели твердофазной плунжерной экструзии вязкоупругого структурированного материала [1-5] сравнением характерных времен отдельных процессов структурирования, уплотнения и выдавливания выделены качественно различные режимы экструзии: выдавливание предельно структурированного и полностью уплотненного материала - стационарный режим, выдавливание без структурирования и уплотнения - квазистационарный, переходные режимы уплотнения и структурирования.

Следуя [1-5], рассмотрим структурную модель твердофазной плунжерной экструзии вязкоупругого материала из цилиндрической камеры в направляющий калибр меньшего радиуса, с условием постоянства усилия на плунжере прессы, в лагранжевых (массовых координатах) (q, t) :

$$\dot{\sigma} + \frac{G}{\mu}\sigma = G\frac{\partial V}{\partial q}\rho, \quad \sigma = \sigma(t), \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho^2 \frac{\partial V}{\partial q} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial a}{\partial t} + V\rho \frac{\partial a}{\partial q} = D(\rho^2 \frac{\partial^2 a}{\partial q^2} + \rho \frac{\partial a}{\partial q} \frac{\partial \rho}{\partial q}) + k_2(1 - a) - k_1 a \exp(p\sigma); \quad (2)$$

$$V|_{t=0} = 0, \quad \rho|_{t=0} = \rho_0(q); \quad a|_{t=0} = 0; \quad (3)$$

$$\sigma|_{q=q_0} = \sigma_0, \quad V_+(q^*; t) = -\frac{S_1 k_r |\sigma(t)|^m}{S_0 \rho_1 \rho(q^*; t)}, \quad V_-(q^*; t) = -\frac{k_r |\sigma(t)|^m}{\rho_1 \rho(q^*; t)}; \quad (4)$$

$$\left. \frac{\partial a}{\partial q} \right|_{q=q_0} = \left. \frac{\partial a}{\partial q} \right|_{q=q^*} = 0, \quad (5)$$

$$\sigma|_{q=0} = 0. \quad (6)$$

Массовая координата q имеет смысл относительной массы материала, находящейся между переменным сечением камеры и свободно движущейся в калибре поверхностью. Первое уравнение (1) - уравнение состояния, следствие обобщенной модели Максвелла. Здесь $\mu = \mu(a) = \mu_0 \exp(ka)$, $G = G(a) = \mu(a)/t_r$ - вязкость и модуль сдвига, соответственно, зависящие от степени структурных превращений a (концентрации межмолекулярных сшивок); μ_0 - вязкость несжимаемой основы; σ - массовая компонента тензора напряжений, $V = V(q, t)$ - скорость течения материала. В силу малости числа Рейнольдса (вязкость несжимаемой основы материала велика) уравнение движения можно заменить условием равновесия $\partial\sigma/\partial q = 0$, из которого следует второе уравнение соотношений (1). В системе уравнений (1)-(6) $\rho = \rho(q, t)$ - относительная плотность, а плотность всего экструдированного материала определяется произведением $\rho_1\rho$, где ρ_1 - плотность несжимаемой основы. Уравнение (2) - диффузионно-кинетическое уравнение относительно степени структурных превращений $a = a(q, t)$ (концентрации межмолекулярных сшивок). Здесь $k_1 \exp(p\sigma)$ - коэффициент скорости разрушения структуры (характеризует снижение эффективной энергии активации), k_2 - коэффициент скорости накопления числа сшивок. Первое условие из соотношений (4) означает условие постоянства усилия на плунжере прессы, второе и третье - определяют скорость среды на отверстии в камере и калибре, соответственно (закон гидравлического сопротивления отверстия). Здесь и в соотношении (5) q^* - элементарная масса, находящаяся на отверстии в рассматриваемый момент времени t , q_0 - масса всего материала. Граничное условие (6) означает, что в калибре выдавленный материал движется свободно, доуплотнения и структуризации в калибре не происходит.

Введем безразмерные параметры:

$$\begin{aligned} \bar{q} &= \frac{q}{q_0}, \quad \bar{\mu} = \frac{\mu}{\mu_0}, \quad \bar{\tau} = \frac{t}{t^x}, \quad q, \mu, \tau \in [0, 1]; \\ \bar{\sigma} &= \frac{\sigma_0}{|\sigma_0|} = -1; \quad \bar{p} = p\sigma_0; \quad \bar{V} = \frac{V}{V^*}, \quad V^* = \left| -\frac{S_1 k_r \sigma_0^m}{S_0 \rho_1} \right|; \\ &\quad \beta = t^x D/q_0^2, \quad \chi = k_2/k_1. \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь V^* – скорость выдавливания в калибр полностью уплотненного материала, t^x – характерное время процесса. Задача имеет три масштаба характерных времен:

$$t_v = q_0/V^*, \quad t_c = \mu_0/|\sigma_0|, \quad t_s = 1/(k_1 \exp(\bar{p})), \quad (8)$$

где t_v – характерное время выдавливания, t_c – уплотнения, t_s – структурирования экструдруемого материала. В зависимости от соотношений между введенными характерными временами (8) возможны качественно различные режимы экструзии. Примем в качестве характерного времени t^x рассматриваемого процесса характерное время выдавливания t_v , т.е. $t^x = t_v$, $t_v/t^x = 1$. Введем обозначения:

$$\tau_c = t_c/t_v, \quad \tau_s = t_s/t_v, \quad \tau_v = t_v/t_v = 1 \quad (9)$$

- безразмерные времена компактирования (уплотнения), структуризации, выдавливания, соответственно. Система уравнений (1)-(6) с учетом (7)-(9) запишется в виде

$$\tau_c \bar{\mu} \rho \frac{\partial \bar{V}}{\partial \bar{q}} = -1, \quad \sigma = -1, \quad \frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \rho^2 \frac{\partial \bar{V}}{\partial \bar{q}} = 0, \quad (10)$$

$$\frac{\partial a}{\partial \tau} + \bar{V} \rho \frac{\partial a}{\partial \bar{q}} = \beta \left(\rho^2 \frac{\partial^2 a}{\partial \bar{q}^2} + \rho \frac{\partial a}{\partial \bar{q}} \frac{\partial \rho}{\partial \bar{q}} \right) + \frac{1}{\tau_s} [\bar{\chi} \exp(-\bar{p})(1-a) - a]; \quad (11)$$

$$\bar{V}|_{\tau=0} = 0, \quad \rho|_{\tau=0} = \rho_0(\bar{q}); \quad a|_{\tau=0} = 0; \quad (12)$$

$$\bar{\sigma}|_{\bar{q}=1} = -1, \quad \bar{V}_+(\bar{q}^*; \tau) = -\frac{1}{\rho(\bar{q}^*; \tau)}, \quad \bar{V}_-(\bar{q}^*; \tau) = -\frac{S_0}{S_1} \frac{1}{\rho(\bar{q}^*; \tau)}, \quad (13)$$

$$\left. \frac{\partial a}{\partial \bar{q}} \right|_{\bar{q}=1} = \left. \frac{\partial a}{\partial \bar{q}} \right|_{\bar{q}=\bar{q}^*} = 0, \quad (14)$$

$$\bar{\sigma}|_{\bar{q}=0} = 0. \quad (15)$$

Решение уравнений (10) с начальными и граничными условиями (12), (13) относительно плотности и скорости материала в камере имеет вид

$$\rho(\bar{q}, \tau) = \rho_0(\bar{q}) \exp \left[\frac{1}{\tau_c} \int_0^\tau \frac{d\tau}{\bar{\mu}(a(\bar{q}, \tau))} \right], \quad \tau \in [0, \tau^*];$$

$$V(\bar{q}, \tau) = V_+(\bar{q}^*, \tau) - \frac{1}{\tau_c} \int_{\bar{q}^*}^{\bar{q}} \frac{d\bar{q}}{\bar{\mu}(a(\bar{q}, \tau)) \rho(\bar{q}, \tau)}, \quad \bar{q} \in [\bar{q}^*, 1],$$

где τ^* — момент прохождения элементарной массы \bar{q} через отверстие, $\bar{V}_+(\bar{q}^*, \tau)$ — скорость элементарной массы, находящейся на отверстии в момент времени τ .

В силу того, что рассматривается выдавливание твердого материала, коэффициент диффузии среды D мал, следовательно, β является малым параметром уравнения (11). Пренебрегая в уравнении (11) соответствующим диффузионным слагаемым, получим уравнение

$$\frac{\partial a}{\partial \tau} + \bar{V} \rho \frac{\partial a}{\partial \bar{q}} = \frac{1}{\tau_s} [\bar{\chi} \exp(-\bar{p})(1 - a) - a]. \quad (16)$$

Если же $\bar{V} \rho \ll 1/\tau_s$, то уравнение (16) равносильно линейному уравнению

$$\frac{da}{d\tau} = -\frac{1}{\tau_s} \alpha a + \frac{1}{\tau_s} (\alpha - 1), \quad \alpha = 1 + \bar{\chi} \exp(-\bar{p}), \quad (17)$$

которое определяет однородное решение

$$a_0(\tau) = \frac{\alpha - 1}{\alpha} \left(1 - \exp\left(-\frac{1}{\tau_s} \alpha \tau\right) \right). \quad (18)$$

Рассмотрим некоторые результаты численного анализа влияния введенных характерных времен на процесс экструдирования. В качестве начального распределения плотности материала в численных экспериментах принято линейное распределение:

$$\rho_0(\bar{q}) = \rho(\bar{q}, 0) = \rho_0 + (\rho_m - \rho_0)\bar{q}.$$

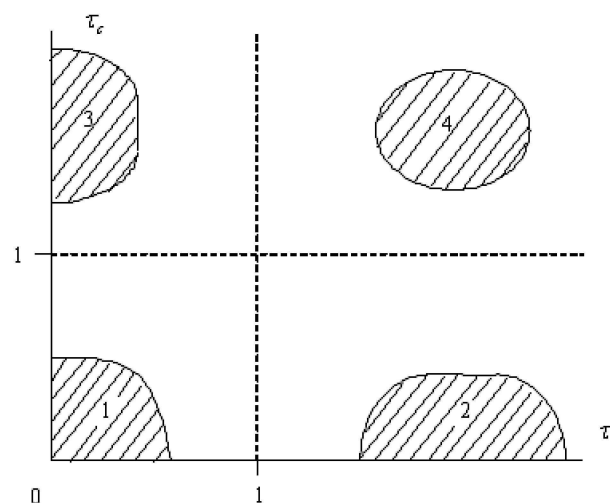
ρ_0 , ρ_m — начальные значения плотности на отверстии и плунжере, соответственно.

Поскольку за общий масштаб времени выбрано характерное время выдавливания, то

$$\tau_s = t_s/t_v, \quad \tau_c = t_c/t_v, \quad \tau_v = t_v/t_v = 1,$$

и области параметров, в которых реализуются предельно различные режимы экструзии, можно представить (рис. 1) на плоскости (τ_s, τ_c) безразмерных времен структуризации и компактирования (уплотнения):

1. Если $\tau_s \ll \tau_c \ll 1$ (область 1), то реализуется выдавливание предельно структурированного и полностью уплотненного материала. В этом случае выдавливание осуществляется в стационарном режиме,

Рис. 1. Плоскость характерных времен (τ_s, τ_c)

при котором степень структуризации и плотность не меняются со временем, то есть

$$\frac{\partial a}{\partial \tau} = 0, \quad \frac{\partial \rho}{\partial \tau} = 0,$$

причем выдавливание происходит с постоянной скоростью $\bar{V} = -1$, равной скорости выдавливания полностью уплотненного материала. В рассматриваемом случае $1/\tau_s \gg 1$, $1/\tau_s \gg \beta$, $\bar{V}\rho \ll 1/\tau_s$, следовательно, решения уравнений (11), (16) и (17) совпадают, и степень структуризации среды a является однородной функцией $a = a_0(\tau)$, определяемой (18).

2. Переходные режимы структурирования: выдавливание частично структурированного материала и без структурирования (область 2). При увеличении характерного времени структурирования τ_s среды (уменьшении скорости структурирования) режим последовательной структуризации и выдавливания переходит в режим параллельного протекания указанных процессов. При этом время уплотнения меньше времени выдавливания, поэтому большая часть материала выдавливается полностью уплотненной. Если $\tau_s > 1$, то скорость структуризации меньше скорости выдавливания. В этом случае успевает структурироваться меньшая часть экструдированного материала – рис. 2.

3. Переходные режимы уплотнения: выдавливание частично уплотненного материала и без уплотнения (область 3). На рис. 3 представлена динамика плотности материала в камере - увеличение времени компактирования приводит к уменьшению предельного значения плотности и, соответственно, выдавливанию мало уплотненного материала.

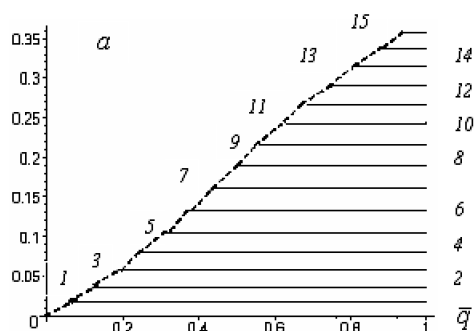


Рис.2. Изменение степени структуризации $a = a(\bar{q}, \tau) : \tau_s = 100, \tau_c = 0.5;$
 $\tau : 1-0.03, 2-0.07, 3-0.1, 4-0.15, 5-0.2, 6-0.26, 7-0.32, 8-0.39, 9-0.45, 10-0.51, 11-0.57, 12-0.64, 13-$
 $0.7, 14-0.76, 15-0.88$

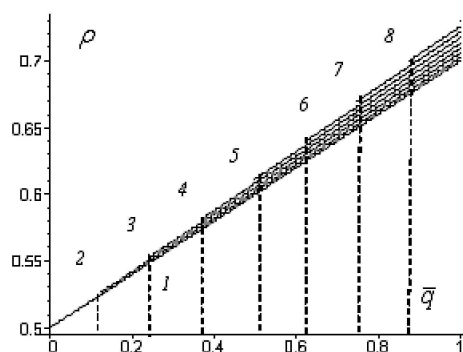


Рис. 3. Динамика плотности в камере $\rho = \rho(\bar{q}, \tau) : \tau_c = 100, \tau_s = 0.5;$
 $\tau : 1-0, 2-0.2, 3-0.28, 4-0.36, 5-0.448, 6-0.56, 7-0.66, 8-0.8$

На рис. 4 представлен переходный режим экструзии, когда $\bar{V}\rho \sim 1/\tau_s$. Численный анализ решений уравнений (11)-(16) показывает на их совпадение: степень структурирования среды $a(\bar{q}, \tau)$ уже не является однородной функцией. Более того, наблюдается волновой режим изменения степени структуризации $a(\bar{q}, \tau)$ и плотности $\rho(\bar{q}, \tau)$ в камере.

4. Выдавливание без структурирования и уплотнения (область 4) - поршневой режим экструзии. Плотность материала в камере с течением времени не изменяется, таким образом, в калибр "выбрасывается" неуплотненная, почти не структурированная среда. Распределение скорости в камере (рис. 5) указывает на ее однородность по массовой координате:

$$\frac{\partial \bar{V}}{\partial \bar{q}} = 0.$$

следовательно, из уравнения неразрывности (10) имеем, что $\partial \rho / \partial \tau = 0$. Таким образом, в данном случае реализуется квазистационарный режим, при котором плотность не меняется со временем.

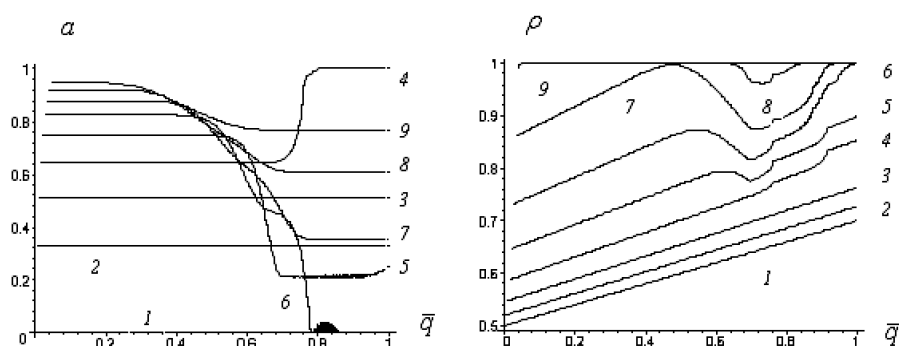


Рис. 4. Динамика степени структуризации $a = a(\bar{q}, \tau)$ и плотности $\rho = \rho(\bar{q}, \tau)$ в камере : $\tau_s = 0.5, \tau_c = 0.15$;

τ : 1-0,2-0.004,3-0.007,4-0.01,5-0.014,6-0.018,7-0.022,8-0.027,9-0.032

Зависимость предельной структуризации a_s от характерного параметра экструзии $\kappa_s = \lg(1/\tau_s)$ представлена на рис. 6. Правая ветвь кривой соответствует полному структурированию экструдированного материала. Левая ветвь - выдавливанию мало структурированного материала. В этом случае скорость структуризации значительно меньше скорости выдавливания среды. Возрастающий участок кривой соответствует переходным режимам. Здесь скорость структурирования увеличивается, приближаясь к скорости выдавливания, но успевает пройти лишь частичное разрушение межмолекулярных связей. Отметим, что свойства изделия, формируемого в процессе экструзии, в значительной степени определяются соотношениями между выше введенными характеристическими временами процесса. Значение здесь имеет знание реологических свойств материала и их зависимости от пористости и степени структурированности.

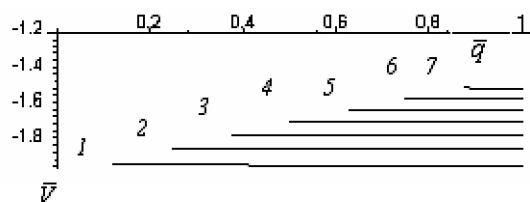


Рис. 5. Изменение скорости $\bar{V} = \bar{V}(\bar{q}, \tau)$ в камере : $\tau_s = 500, \tau_c = 500$;

τ : 1-0.2,2-0.28,3-0.36,4-0.48,5-0.56,6-0.66,7-0.8

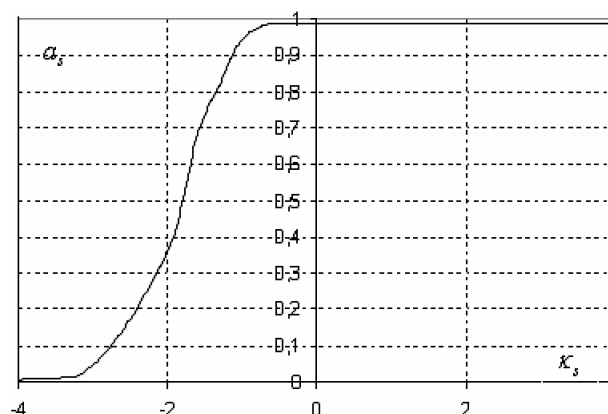


Рис. 6. Зависимость предельной структуризации a_s от параметра k_s ; $\bar{\chi} = 10$

Литература

1. **Беляева Н.А., Столин А.М., Стельмах Л.С.** Кинетика уплотнения и структуризации в твердофазной экструзии вязкоупругой среды // *Инженерная физика*. 2007. № 5. С. 34-41.
2. **Беляева Н.А.** Математические модели деформируемых структурированных материалов: Монография. Сыктывкар: Изд-во СыктГУ, 2008. 116 с.
3. **Беляева Н.А., Столин А.М., Стельмах Л.С.** Влияние структуризации на процесс твердофазной экструзии вязкоупругого материала // *Материалы Международной конференции "XVIII сессия Международной школы по моделям механики сплошной среды"*. Саратов: Изд-во Саратовского госуниверситета, 2008. С. 53-56.
4. **Беляева Н.А., Столин А.М., Стельмах Л.С.** Неустойчивые режимы деформирования при твердофазной экструзии вязкоупругих структурированных систем // *ДАН*. 2008. Т. 420. № 6. С. 1-4.
5. **Беляева Н.А., Столин А.М., Стельмах Л.С.** Динамика твердофазной плунжерной экструзии вязкоупругого структурированного материала // *Теоретические основы химической технологии*, 2008. № 5. С. 579-589.

Summary

Belyaeva N.A. Influence of the typical timeses on modes hardphase extrusion

There are defined qualitative different extrusion regimes - stationary, quasistationary, transient modes - on base of the comparison of the typical times of the structuring, compactions and extrusion processes.

Сыктывкарский университет

Поступила 23.04.09