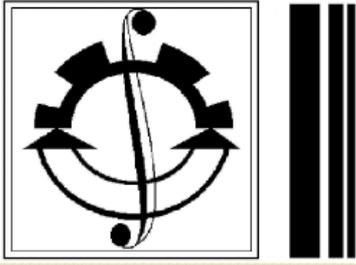


ISSN 1992-2752



Вестник Сыктывкарского университета

Серия 1:
Математика
Механика
Информатика

2(55) ВЫПУСК **25**

ВЕСТНИК СЫКТЫВКАРСКОГО УНИВЕРСИТЕТА Основан в 1995 году Выходит 4 раза в год	СЕРИЯ 1: <i>Математика</i> <i>Механика</i> <i>Информатика</i>	12+ ISSN 1992-2752 Выпуск 2 (55) 2025
--	--	--

Учредитель и издатель: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Сыктывкарский государственный университет имени Питирима Сорокина» (167001, Республика Коми, г. Сыктывкар, Октябрьский просп., д. 55)

Зарегистрирован Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор). Свидетельство ПИ № ФС77-37565 от 17 сентября 2009 года

Вестник Сыктывкарского университета. Серия 1: Математика. Механика. Информатика : сборник. Сыктывкар: Изд-во СГУ им. Питирима Сорокина, 2025. — 2 (55). 2025. — 90 с.

Рецензируемый научный журнал. Основан в 1995 г.

Журнал «Вестник Сыктывкарского университета. Серия 1: Математика. Механика. Информатика» включён в перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук по направлению «5.8.2. Теория и методика обучения и воспитания (математика, уровни общего и профессионального образования) (педагогические науки)».

Журнал также публикует научные статьи по следующим научным специальностям: «1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика (физико-математические науки)», «1.1.8. Механика деформируемого твердого тела (физико-математические науки)», «1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ (технические науки)».

The peer-reviewed journal was founded in 1995

«Bulletin of Syktyvkar University. Series 1: Mathematics. Mechanics. Informatics» is in the list of peer-reviewed scientific journals which publish the main scientific results of dissertations for the scientific degree of Candidate of Sciences, for the scientific degree of Doctor of Sciences, in the direction «5.8.2. Theory and methods of teaching and education (mathematics, general and vocational education levels) (pedagogical sciences)»

The journal also publishes scientific articles on the following scientific specialties: «1.1.5. Mathematical logic, algebra, number theory, and discrete mathematics (physical and mathematical sciences)», «1.1.8. Mechanics of deformable solids (physical and mathematical sciences)», «1.2.2. Mathematical modeling, numerical methods and software packages (technical sciences)»

Подписной индекс журнала в интернет-каталоге «Пресса России» — 43653.

АДРЕС РЕДАКЦИИ
167001, РЕСПУБЛИКА КОМИ, Г. СЫКТЫВКАР, ОКТЯБРЬСКИЙ ПРОСП., Д. 55
ТЕЛ. (8212)390-308.
ЭЛЕКТРОННЫЙ АДРЕС: [HTTP://VESTNIK-MMI.SYKTSU.RU/](http://vestnik-mm1.syktsu.ru/)

ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР:

д.пед.н., доцент, ректор ФГБОУ ВО «СГУ им. Питирима Сорокина»
Сотникова О. А.

ОТВЕТСТВЕННЫЙ РЕДАКТОР:

Ермоленко А. В., к.ф.-м.н., доцент, заведующий кафедрой
(СГУ им. Питирима Сорокина)

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Аббасов М. Э., д.ф.-м.н., доцент, профессор (СПбГУ)
Беляева Н. А., д.ф.-м.н., доцент, профессор (СГУ им. Питирима Сорокина)
Вечтомов Е. М., д.ф.-м.н., профессор, заведующий кафедрой (ВятГУ)
Головач П. А., к.ф.-м.н., доцент, исследователь (Университет Бергена, Норвегия)
Григорьев С. Г., член-корреспондент РАО, д.т.н., профессор, профессор (МГПУ)
Дворяткина С. Н., д.пед.н., доцент, профессор (ЕГУ им. И. А. Бунина)
Дорофеев С. Н., д.пед.н., к.ф.-м.н., профессор, профессор (ТолГУ)
Калинин С. И., д.пед.н., к.ф.-м.н., профессор, профессор (ВятГУ)
Колесников Г. Н., д.т.н., профессор, профессор (ПетрГУ)
Колпак Е. П., д.ф.-м.н., профессор (СПбГУ)
Крылатов А. Ю., д.ф.-м.н., доцент, профессор (СПбГУ)
Махнев А. А., член-корреспондент РАН, д.ф.-м.н., профессор, главный научный
сотрудник (ИММ УрО РАН)
Одинец В. П., д.ф.-м.н., профессор
Орлов В. В., д.пед.н., профессор, профессор (Российский государственный
педагогический университет им. А. И. Герцена)
Парилина Е. М., д.ф.-м.н., доцент, профессор (СПбГУ)
Певный А. Б., д.ф.-м.н., профессор
Петров Н. Н., д.ф.-м.н., профессор, профессор (УдмГУ)
Петраков А. П., д.ф.-м.н., доцент, заведующий кафедрой
(СГУ им. Питирима Сорокина)
Питухин Е. А., д.т.н., профессор, профессор (ПетрГУ)
Попов Н. И., д.пед.н., к.ф.-м.н., профессор, заведующий кафедрой
(СГУ им. Питирима Сорокина)
Рудикова-Фронхёфер Л. В., к.ф.-м.н., доцент, заведующий кафедрой
(ГрГУ им. Янки Купалы, Респ. Беларусь)
Тихомиров А. Н., д.ф.-м.н., профессор, главный научный сотрудник
(Коми НЦ УрО РАН)
Чермных В. В., д.ф.-м.н., доцент, главный научный сотрудник
(СГУ им. Питирима Сорокина)
Щербатых С.В., д.пед.н., профессор, ректор ЕГУ им. И. А. Бунина

ТЕХНИЧЕСКАЯ РЕДАКЦИЯ:

Руденко Л. Н., начальник редакционно-издательского отдела
(СГУ им. Питирима Сорокина)
Котелина Н. О., к.ф.-м.н., доцент (СГУ им. Питирима Сорокина)
Мазур В. В., к.г.н., преподаватель (СГУ им. Питирима Сорокина)
Старцева Е. Н., ст. преподаватель (СГУ им. Питирима Сорокина)

Содержание

Информатика

- Колпаков К. П., Устюгов В. А., Лавреш И. И. *Анализ контента социальных сетей с использованием методов обработки естественного языка* 8

Математическое образование

- Вечтомов Е. М., Мамаев А. А. *Комбинаторные задачи о функциях и бинарных отношениях* 20

Методические материалы

- Одинец В. П. *О двух советских математиках, бывших царских генералах* 38

Наставник-ученик

- Гольчевский Ю. В., Уляшева А. М. *Применение инклюзивного дизайна при разработке мобильных приложений* 54

- Ермоленко А. В., Наддака А. Г. *Цифровая карта социально-экономического развития Республики Коми* . . 70

Юбилейные даты

- Сушков В. В. *Педагог, ученый, ректор: педагогика понимания Ольги Александровны Сотниковой (к юбилею ректора СГУ имени Питирима Сорокина)* 80

Слово главного редактора

Уважаемые коллеги, читатели!

Вы держите в руках второй номер за 2025 год журнала «Вестник Сыктывкарского университета. Серия 1: Математика. Механика. Информатика». Журнал выходит с 1995 года, и за это время, безусловно, происходили события, которые меняли содержание публикаций.

Основное назначение журнала в настоящий момент — публикация научных статей по методике обучения математике. Дело в том, что журнал входит в перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, ученой степени доктора наук по научной специальности 5.8.2 «Теория и методика обучения и воспитания (математика, математика и механика (по уровням образования)) (педагогические науки)». На страницах журнала появляются статьи с научными результатами сотрудников университета, представивших к защите свои диссертации в диссертационный совет 99.2.084.02 по защите докторских и кандидатских диссертаций, созданный на базе ФГБОУ ВО «СГУ им. Питирима Сорокина» и ФГБОУ ВО «Елецкий государственный университет им. И. А. Бунина». Журнал, хотя и относится к категории К3 журналов Перечня ВАК, но последнее время активно улучшает свои показатели по импакт-фактору РИНЦ, индексам цитирований и проч. Увеличивается и число просмотров статей. Безусловно, такой успех журнала невозможен без активной деятельности работников университета.

К преподавателям, которые прилагают заметные усилия к развитию журнала и университета в целом, относится заведующий кафедрой физико-математического и информационного образования, доктор педагогических наук, кандидат физико-математических наук, профессор Николай Иванович Попов, отметивший в этом году свой 60-летний юбилей. Юбилейная дата — это всегда повод выделить результаты и достижения, а их у Николая Ивановича много. Он пришел в университет в 2017 году, и все это время неустанно работает по повышению качества математического образования в нашем университете. Это касается не только его скрупулезного руководства основными профессиональными образовательными программами математического образования, но и систематического повышения компетенций сотрудников кафедры.

Н. И. Попов поддерживает творческие связи с организациями высшего образования и науки Российской Федерации и средними учебными заведениями Республики Коми, является членом редколлегии нашего журнала, а также журналов «Математический вестник Вятского государственного университета», «Вестник МГПУ. Серия: Информатика и информатизация образования».



Он является руководителем научно-методологического семинара при кафедре физико-математического и информационного образования, входит в состав объединенного совета по защите диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук 99.2.084.02 на базе ФГБОУ ВО «Елецкий государственный университет им. И. А. Бунина» и ФГБОУ ВО «СГУ им. Питирима Сорокина».

Н. И. Попов успешно занимается научно-исследовательской работой в рамках научной темы университета и кафедры, ежегодно выступает с докладами на международных, всероссийских, национальных и региональных научно-практических симпозиумах, конференциях и научных семинарах. За годы работы в университете под его руководством выполнены научно-исследовательские работы: «Инновационные технологии в профессиональной подготовке учителей математики, физики и информатики в условиях опорного вуза региона», «Развитие сетевого взаимодействия в области математики, физики, информатики и робототехники между образовательными организациями финно-угорских республик Российской Федерации (Коми и Марий Эл)».

Н. И. Попов вносит большой вклад и активно участвует в подготовке педагогических кадров в области математики, физики и информатики для Республики Коми. Для формирования кадрового потенциала в сфере математического и информационного образования в соответствии с приоритетами Стратегии социально-экономического развития Республики Коми на период до 2035 года им выполнены фундаментальные научно-исследовательские и методические работы. В декабре 2021 года издана научная монография Н. И. Попова «Фундаментализация университетского математического образования», а книга «Краткий курс дифференциального исчисления» отмечена Дипломом лауреата (3-е место) в номинации «Физико-математические науки» VI Международного конкурса «Золотой корифей» учебно-методической, учебной и научной литературы, изданной в 2016–2017 годах. Учебное пособие Н. И. Попова (в соавторстве с Е. Н. Шустовой) «Элементарные функции в школьном курсе математики» удостоено Диплома победителя (1-е место) в номинации «Физико-математические науки» IX Международного конкурса «Золотой Корифей» учебно-методической, учебной и научной литературы, изданной в 2019–2020 годах. Под руководством профессора Н. И. Попова в 2022–2024 годах для системы высшего и среднего образования региона подготовлено два кандидата педагогических наук (Е. Н. Шустова, Е. В. Яковлева).

Кафедра физико-математического и информационного образования ФГБОУ ВО «СГУ им. Питирима Сорокина», возглавляемая Н. И. Поповым, активно решает задачу притока педагогических кадров в систему общего образования Республики Коми.

Н. И. Попов активно занимается организацией научно-исследовательской работы студентов и аспирантов как кадрового потенциала Республики Коми. Он серьезное внимание уделяет развитию системы мер по выявлению и поддержке талантливой молодежи и продвижению продуктов ее научной и инновационной деятельности. Под руководством Н. И. Попова в период с 2017 по 2023 год 5 студентов СГУ им. Питирима Сорокина становились победителями или призерами различных международных, всероссийских и региональных конкурсов, в частности, четыре таких достижения имеет Е. А. Канева, кроме того, 15 студентов опубликовали результаты своих исследований в научных журналах и материалах научно-практических конференций.

Научно-исследовательские и методические работы Н. И. Попова непосредственно связаны с проектированием вариативных траекторий обучения будущих педагогов в университете, обновлением содержания и методологии подготовки учителей математики, физики и информатики в условиях регионального вуза с акцентом на предметную и методическую подготовку и ориентацию на профессиональный стандарт педагога. При этом разработаны и внедрены в учебный процесс образовательных организаций методические

системы обучения и электронные курсы по дисциплинам, предназначенные для студентов направления подготовки «Педагогическое образование» (профили «Математика и Информатика», «Математика и Физика», «Математика и Экономика»).

Достижения Николая Ивановича направлены прежде всего на развитие математического образования. Не случайно в 2020 году он награжден Почетной грамотой Министерства образования, науки и молодежной политики Республики Коми. Пока верстался номер, стало известно, что за заслуги в области образования и многолетнюю добросовестную работу Николаю Ивановичу объявлена благодарность Главы Республики Коми.

Дорогой Николай Иванович!

От всего сердца поздравляем Вас с юбилеем! Искренне желаем Вам крепкого здоровья, счастья, благополучия и успехов во всех начинаниях. Пусть в Вашей жизни будет много ярких моментов, интересных событий и незабываемых впечатлений. Желаем Вам дальнейшего развития и процветания. Пусть все Ваши планы и мечты сбываются, а мы будем рады разделить с Вами новые победы и достижения!

С уважением, ректор СГУ им. Питирима Сорокина Ольга Сотникова

ИНФОРМАТИКА

COMPUTER SCIENCES

Вестник Сыктывкарского университета.

Серия 1: Математика. Механика. Информатика. 2025.

Выпуск 2 (55)

Bulletin of Syktyukar University.

Series 1: Mathematics. Mechanics. Informatics. 2025; 2 (55)

Научная статья

УДК 517.9, 539.3

https://doi.org/10.34130/1992-2752_2025_2_8

**АНАЛИЗ КОНТЕНТА СОЦИАЛЬНЫХ СЕТЕЙ
С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДОВ ОБРАБОТКИ
ЕСТЕСТВЕННОГО ЯЗЫКА**

Кирилл Павлович Колпаков,

Владимир Александрович Устюгов,

Иван Иванович Лавреш

Сыктывкарский государственный

университет им. Питирима Сорокина, ustyugov@syktsu.ru

Аннотация. Роль социальных сетей в современном обществе трудно переоценить. Они стали основным инструментом коммуникации, позволяющим мгновенно обмениваться информацией независимо от геолокации пользователей. Более того, социальные сети играют значительную роль в формировании общественного мнения, мобилизации населения для участия в социальных и политических акциях, а также в развитии бизнеса через маркетинг и прямую связь с потребителями. Тем не менее вместе с возможностями социальные сети несут и определенные вызовы. Вопросы, связанные с интернет-зависимостью, нарушением приватности, распространением фальсифицированной информации и цифровым насилием, становятся все более острыми. Эти проблемы выделяют критическую необходимость в разработке и внедрении эффективных механизмов контроля за контентом, что требует

активного взаимодействия между разработчиками, исследователями и пользователями для создания безопасного цифрового пространства.

Основная цель исследования — разработка и реализация системы, которая может применяться для мониторинга аккаунтов в социальных сетях работников государственных учреждений, образовательных организаций и коммерческих компаний, и способной автоматически определять негативные и положительные посты, а также выявлять потенциально опасный контент.

Ключевые слова: анализ контента, социальные сети, обработка естественного языка, NLP, машинное обучение, LiveJournal, ВКонтакте, тональность текста, информационная безопасность, деструктивное поведение, трансформеры, ruT5

Для цитирования: Колпаков К. П., Устюгов В. А., Лавреш И. И. Анализ контента социальных сетей с использованием методов обработки естественного языка // *Вестник Сыктывкарского университета. Сер. 1: Математика. Механика. Информатика*. 2025. Вып. 2 (55). С. 8–19. https://doi.org/10.34130/1992-2752_2025_2_8

Article

SOCIAL MEDIA CONTENT ANALYSIS USING NATURAL LANGUAGE PROCESSING TECHNIQUES

Kirill P. Kolpakiov, Vladimir A. Ustyugov, Ivan I. Lavresh
Pitirim Sorokin Syktyvkar State University, ustyugov@syktsu.ru

Abstract. The role of social media in modern society cannot be overestimated. They have become the main communication tool that allows you to instantly exchange information regardless of the geolocation of users. Moreover, social networks play a significant role in shaping public opinion, mobilizing the population to participate in social and political actions, as well as in business development through marketing and direct communication with consumers. Nevertheless, along with the opportunities, social networks also bring certain challenges. Issues related to Internet addiction, privacy violations, the spread of falsified information and digital violence are becoming increasingly acute. These issues highlight the critical need to develop and implement effective content control mechanisms, which requires active collaboration among developers, researchers, and users to create a secure digital space.

The main purpose of the research is to develop and implement a system that can be used to monitor social media accounts of employees of government agencies, educational organizations, and commercial companies, and is able to automatically identify negative and positive posts, as well as identify potentially dangerous content.

Keywords: content analysis, social networks, natural language processing, NLP, machine learning, LiveJournal, VKontakte, text tonality, information security, destructive behavior, transformers, ruT5

For citation: Kolpakov K. P., Ustyugov V. A., Lavresh I. I. Social media content analysis using natural language processing techniques. *Vestnik Syktyvkarского университета. Seriya 1: Matematika. Mekhanika. Informatika* [Bulletin of Syktyvkar University, Series 1: Mathematics. Mechanics. Informatics], 2025, no 2 (55), pp. 8–19. (In Russ.) https://doi.org/10.34130/1992-2752_2025_2_8

1. Введение в обработку естественного языка

Среди многочисленных опций и методов, предоставляемых современными технологиями, для решения задачи анализа публикаций в социальных сетях было выбрано конкретное направление в машинном обучении, а именно Natural Language Processing (NLP) — обработка естественного языка [1]. Блок-схема, детализирующая процессы NLP, приведена на рис. 1. Выбор технологии обусловлен спецификой задачи исследования, связанной с анализом текстовых данных и выявлением скрытых закономерностей в языковых структурах.



Рис. 1. Блок-схема, детализирующая процессы, связанные с обработкой естественного языка (Natural Language Processing, NLP)

Обозначим этапы, необходимые для анализа текстов согласно технологии NLP [2; 3] (схема взаимосвязи приведена на рис. 2):



Рис. 2. Необходимые этапы анализа естественного языка

1) Лексический анализ представляет собой начальный этап обработки текста, на котором происходит разбиение текста на токены. *Токенизация* — это процесс, в ходе которого непрерывный текст преобразуется в дискретные единицы, что упрощает дальнейшую обработку. *Стемминг* и *лемматизация*, важные компоненты лексического анализа, вносят вклад в нормализацию текста путем приведения слов к их корневой форме, например, слова «бежит», «бежал», «бегу» будут преобразованы к «бег». Дополнительно существует технология удаления шумовых слов, она представляет собой алгоритм, исключаящий из текста слова, не несущие значительной смысловой нагрузки.

2) Синтаксический анализ, или *парсинг*, это процесс анализа предложений с целью определения их грамматической структуры и взаимо-

связей между словами. Результатом является построение дерева зависимостей, которое показывает, как слова сочетаются для формирования смысловых единиц.

3) *Семантический анализ* направлен на понимание значения слов и их взаимодействия в предложениях. Модели векторного представления слов, такие как Word2Vec или GloVe, представляют слова в виде элементов в многомерном пространстве, где семантически похожие слова располагаются ближе друг к другу. Это позволяет количественно оценивать семантическую близость слов, анализировать связи и отношения между ними.

4) *Прагматический анализ* расширяет семантический анализ, то есть выходит за рамки лексического, синтаксического и семантического анализа, учитывая контекст и цель использования языка. Этот аспект NLP исследует, как контекст влияет на интерпретацию слов, что особенно важно для понимания иронии, сарказма, двусмысленности и других нюансов общения.

5) *Методы машинного обучения* — дерево принятия решений, логистическая регрессия, кластеризация, методы опорных векторов, применяемые в области обработки естественного языка (NLP), обеспечивают фундамент для разработки систем, способных анализировать, понимать человеческий язык, а также генерировать тексты в его естественной форме.

2. Методы и материалы

Перечислим библиотеки языка Python, выбранные в качестве основополагающих в реализации нашей системы.

Библиотека **Natasha** — это набор специализированных инструментов для обработки текстов на русском языке, она включает модули для разбиения текста на слова и предложения, анализа структуры предложений, определения грамматических характеристик слов, выделения значимой информации на основе заданных правил, а также визуализации результатов анализа.

Библиотека **Dostoevsky** — инструмент для анализа тональности текста на русском языке с использованием предобученных моделей FastText, классифицирующий тексты по эмоциональной окраске (позитивные, негативные, нейтральные и др.). Схема анализа тональности текста с использованием данной библиотеки приведена на рис. 3. Библиотека предоставляет простой API для интеграции с Python-проектами, что позволяет легко внедрять функционал анализа тональности в различные приложения.

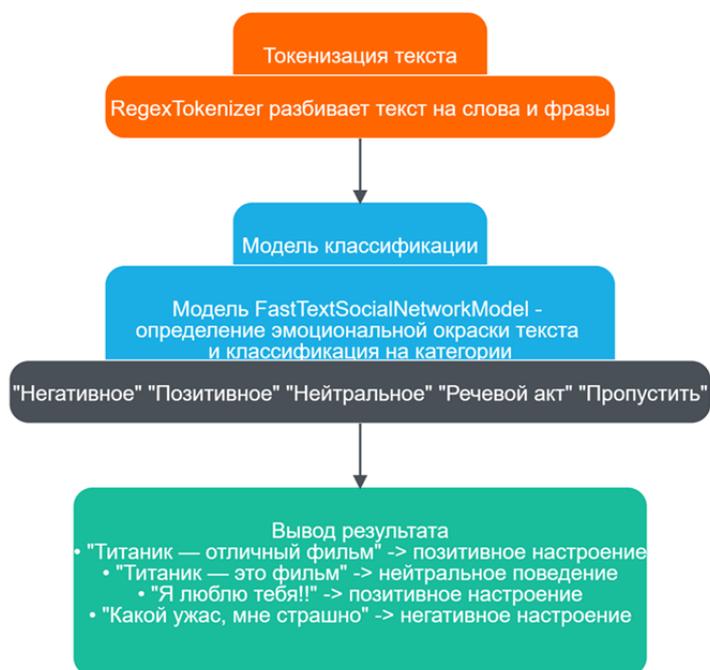


Рис. 3. Схема работы библиотеки Dostoevsky

Библиотека **Transformers** — библиотека для работы с современными моделями обработки естественного языка, такими как BERT, GPT, T5 и другими, она выполняет следующие функции:

1. Загрузка предобученной модели — библиотека позволяет использовать уже обученные языковые модели (в нашем случае ai4ever/ruT5-base) без необходимости их самостоятельного обучения.
2. Токенизация текста — библиотека преобразует текст в числовой формат, понятный нейросети, обеспечивая совместимость с моделью.
3. Классификация текста — AutoModelForSequenceClassification применяет предобученную модель для анализа входного текста и возвращает результаты в виде логитов (сырых оценок вероятностей).

Библиотека **Pymystem3** — библиотека для лемматизации текстов на русском языке. Основные возможности: преобразование слов в их начальную форму (лемматизация), поддержка русского языка.

Библиотека **Datasets** — библиотека для загрузки и обработки датасетов, часто применяемых в NLP задачах. Главные возможности и преимущества данной библиотеки заключаются в предоставлении легкого доступа к популярным NLP датасетам и простоте интерфейса для загрузки, обработки и разделения данных на тренировочные и тестовые выборки. Также в процессе разработки системы были использованы библиотеки `telebot`, `requests`, `xmltodict`, `torch`. Эти библиотеки обеспечили необходимую функциональность для обработки текстов, создания и управления интерфейсом системы в виде Telegram-бота, а также для выполнения машинного обучения.

Для анализа текстов на политическую тематику и другие темы использовалась модель, ранее обученная на открытых данных с платформы `Pikabu - ruT5-base` [4].

Для целевого обучения модели использовался датасет с сайта `HuggingFace`, который содержит посты из платформы `Pikabu` [5]. Этот датасет размечен различными тегами. Для решения задачи преобразуем теги так, чтобы остались только два: «политика» и «иное». Это необходимо для упрощения анализа и повышения точности.

Обучение модели — это очень затратный с точки зрения вычислений процесс, поэтому использовалось подмножество данных, которое способно обработать наше оборудование, а именно содержание 20000 постов с сайта `Pikabu`.

Обучение модели включало 20 циклов, каждый цикл занимал около двух часов. После каждого цикла обучения необходимо проверять результаты и, при необходимости, корректировать параметры обучения, чтобы улучшить качество модели. Наконец, необходимо прописать функцию инференса (применение обученной модели).

Теперь мы имеем обученную модель, готовую к использованию. На рис. 4 представлены результаты обучения модели — на левом графике отображены потери на тренировочных и тестовых данных по мере обучения модели, а на правом — точность модели на тестовых данных. Эти графики помогают понять, как изменялись показатели модели во время обучения и насколько хорошо модель обучилась распознавать нужные категории.

С полным кодом работы можно ознакомиться по ссылке <https://clck.ru/3Mke6R>.

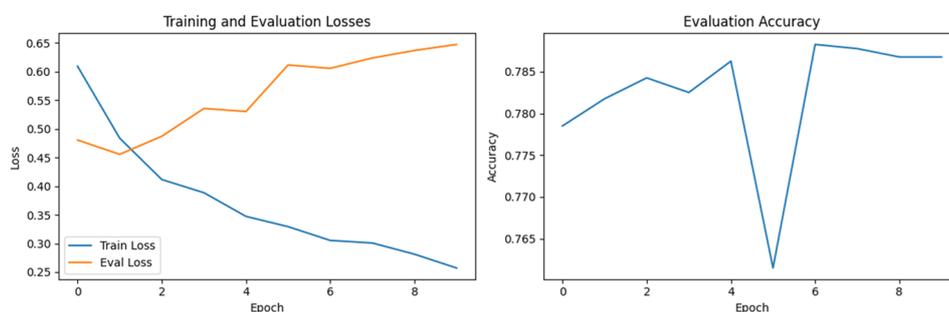


Рис. 4. Результаты обучения модели

3. Результаты и обсуждение

После того как все компоненты системы разработаны, важно убедиться, что они работают правильно. Тестирование включает проверку парсинга данных, анализа тональности, инференса модели и взаимодействия с Telegram-ботом

Работа конечного пользователя с разработанным программным обеспечением выглядит следующим образом. Бот запрашивает уникальный ID или никнейм исследуемого аккаунта, и в реальном времени пользователю предоставляется плашка с процентом готовности анализа (процесс обработки происходит на сервере). Иллюстрация работы системы приведена на рис. 5.

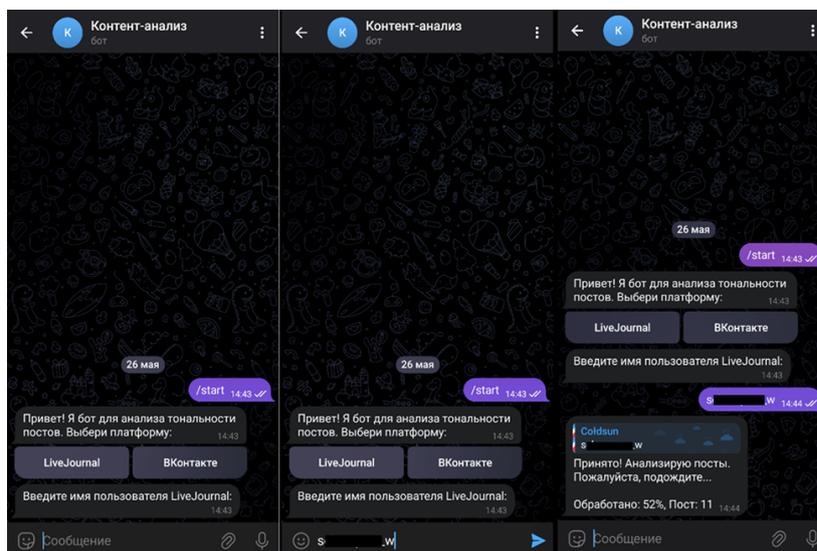


Рис. 5. Процедура поиска, сбора и анализа постов выбранного пользователя сайта LiveJournal

Результат предоставляется в виде сообщений, каждое из которых включает ссылку на пост, категорию, теги, ключевые слова и значение настроения. Пример отображения результатов приведен на рис. 6.

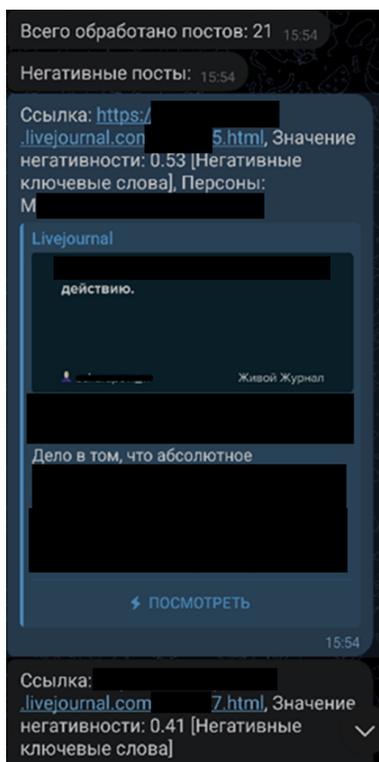


Рис. 6. Пример результата анализа публикаций пользователя сайта LiveJournal

В случае если пользователь недоволен результатом, он может продолжить сбор постов выбранного пользователя с последующим их анализом, нажав кнопку «Продолжить поиск».

Для дополнительной проверки точности системы была проведена выборка из 100 постов одного аккаунта «ВКонтакте», из которых 50 % постов были политического содержания, а остальные 50 % — нейтрального. Посты были вручную классифицированы для оценки их тематической принадлежности. Полученные результаты сравнивались с автоматической классификацией, проведенной разработанной системой.

Процедура ручной проверки точности работы системы состояла из следующих этапов:

1. Были выбраны 100 последних постов одного аккаунта, опубликованных на момент исследования.

2. Каждый пост анализировался вручную и классифицировался на две категории: политический пост содержит выраженные мнения или обсуждения политических событий, действий властей и т.п.; либо нейтральный пост не содержит выраженной политической окраски и посвящен общим темам (быт, хобби, развлечения).

Результаты ручной классификации сравнивались с выводами системы. Было выявлено, что система продемонстрировала высокую точность, классифицируя 96 % политических и 98 % нейтральных постов правильно. Различие в 2–4 % объясняется сложными случаями, где текст содержит двусмысленные формулировки, затрудняющие как ручную, так и автоматическую классификацию.

4. Заключение

По итогам проведенного исследования была разработана и протестирована система анализа контента социальных сетей на основе современных методов обработки естественного языка и машинного обучения. Интеграция библиотек *Natasha*, *Dostoevsky*, *Transformers*, *Rymystem3* позволила обеспечить высокую точность распознавания и интерпретации текстовых данных.

Реализация клиентской части системы в виде Telegram-бота продемонстрировала ее практическую пригодность и оперативность в вопросе взаимодействия пользователя с системой. Результаты тестирования показали высокое качество поиска, сбора, классификации и анализа, тем самым подтвердив эффективность предложенного подхода.

Значимость данной работы заключается в демонстрации возможности масштабируемого и точного анализа неструктурированных данных социальных сетей с помощью современных NLP-технологий. Полученные выводы и созданный прототип расширяют инструментарий исследований в области автоматизированной обработки текстов, что особенно актуально для задач мониторинга социальных сетей и анализа мнений пользователей.

В перспективе дальнейшие исследования включают оптимизацию алгоритмов для повышения производительности, а также углубление анализа сложных языковых конструкций, таких как сарказм и контекстно-зависимые выражения, с целью повышения точности интерпретации собранного материала.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. **Chakrawarti R. K.** *Natural Language Processing for Software Engineering*. Wiley. 2025. 544 p.
2. **Lee R. S. T.** *Natural Language Processing. A Textbook with Python Implementation*. Springer. 2024. 469 p.
3. **Лейн Х., Хапке Х., Ховард К.** *Обработка естественного языка в действии*. СПб.: Питер, 2020. 576 p.
4. *ruT5-base* [Электронный ресурс]. URL: <https://huggingface.co/ai-forever/ruT5-base> (дата обращения: 21.08.2025).
5. *Pikabu dataset* [Электронный ресурс]. URL: <https://huggingface.co/datasets/ИльяGusev/pikabu> (дата обращения: 21.08.2025).

References

1. **Chakrawarti R. K.** *Natural Language Processing for Software Engineering*. Wiley. 2025. 544 p.
2. **Lee R. S. T.** *Natural Language Processing. A Textbook with Python Implementation*. Springer, 2024. 469 p.
3. **Lein H., Napke H., Howard K.** *Natural language processing in action*. St. Petersburg: Piter, 2020. 576 p. (In Russ.)
4. *ruT5-base* [Electronic resource]. Available at: <https://huggingface.co/ai-forever/ruT5-base> (accessed: 21.08.2025).
5. *Pikabu dataset* [Electronic resource]. Available at: <https://huggingface.co/datasets/ИльяGusev/pikabu> (accessed: 21.08.2025).

Сведения об авторах / Information about authors
Колпаков Кирилл Павлович / Kirill P. Kolpakov
магистрант / magister degree student

Сыктывкарский государственный университет имени Питирима Сорокина / Pitirim Sorokin Syktyvkar State University
167001, Россия, г. Сыктывкар, Октябрьский пр., 55 / 55, Oktyabrsky Ave., Syktyvkar, 167001, Russia

Устюгов Владимир Александрович / Vladimir A. Ustyugov
к.ф.-м.н., доцент, заведующий кафедрой информационной безопасности / Candidate of Science in Physics and Mathematics, Associate Professor, Head of the Information Security Department
Сыктывкарский государственный университет имени Питирима Сорокина / Pitirim Sorokin Syktyvkar State University
167001, Россия, г. Сыктывкар, Октябрьский пр., 55 / 55, Oktyabrsky Ave., Syktyvkar, 167001, Russia

Лавреш Иван Иванович / Ivan I. Lavresh
к.т.н., доцент кафедры информационной безопасности / Candidate of Sciences in Technology, Associate Professor of the Information Security Department
Сыктывкарский государственный университет имени Питирима Сорокина / Pitirim Sorokin Syktyvkar State University
167001, Россия, г. Сыктывкар, Октябрьский пр., 55 / 55, Oktyabrsky Ave., Syktyvkar, 167001, Russia

Статья поступила в редакцию / The article was submitted 19.05.2025
Одобрена после рецензирования / Approved after reviewing 29.05.2025
Принята к публикации / Accepted for publication 26.06.2025

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ

MATHEMATICS EDUCATION

Вестник Сыктывкарского университета.

Серия 1: Математика. Механика. Информатика. 2025.

Выпуск 2 (55)

Bulletin of Syktyvkar University.

Series 1: Mathematics. Mechanics. Informatics. 2025; 2 (55)

Научная статья

УДК 378.016

https://doi.org/10.34130/1992-2752_2025_2_20

КОМБИНАТОРНЫЕ ЗАДАЧИ О ФУНКЦИЯХ И БИНАРНЫХ ОТНОШЕНИЯХ

Евгений Михайлович Вечтомов,

Арсений Андреевич Мамаев

Вятский государственный университет, vecht@mail.ru,

arseniyxo@yandex.ru

Аннотация. Рассматриваются естественные комбинаторные задачи, связанные с подсчетом числа различных бинарных отношений между конечными множествами.

Ключевые слова: конечное множество, функция, бинарное отношение, комбинаторные задачи о бинарных отношениях

Финансирование. Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда, проект № 24-12-00117.

Для цитирования: Вечтомов Е. М., Мамаев А. А. Комбинаторные задачи о функциях и бинарных отношениях // *Вестник Сыктывкарского университета. Сер. 1: Математика. Механика. Информатика.* 2025. Вып. 2 (55). С. 20–37. https://doi.org/10.34130/1992-2752_2025_2_20

Article

COMBINATORIAL PROBLEMS ABOUT FUNCTIONS AND BINARY RELATIONS

Evgeny M. Vechtomov, Arseniy A. Mamaev

Vyatka State University, vecht@mail.ru, arseniyxo@yandex.ru

Abstract. The article considers and analyzes natural combinatorial problems related to counting the number of different binary relations between finite sets.

Keywords: finite set, function, binary relation, combinatorial problems about binary relations

Funding. The work was carried out with the support of the Russian Science Foundation, project 24-12-00117.

For citation: Vechtomov E. M., Mamaev A. A. Combinatorial problems about functions and binary relations. *Vestnik Syktyvkar'skogo universiteta. Seriya 1: Matematika. Mekhanika. Informatika* [Bulletin of Syktyvkar University, Series 1: Mathematics. Mechanics. Informatics], 2025, no 2 (55), pp. 20–37. (In Russ.) https://doi.org/10.34130/1992-2752_2025_2_20

1. Введение

Понятие *функционального отношения* (функции, отображения) и более общее понятие *бинарного отношения* — важнейшие понятия современной математики, пронизывающие все ее разделы.

Функциональные отношения математически выражают, отражают и воплощают идею *движения* (изменения, преобразования) — фундаментальной философской и общенаучной категории.

К основным типам бинарных отношений на множестве принадлежат *отношение эквивалентности* и *отношение порядка*. Отношение эквивалентности выражает основополагающую гносеологическую идею *классификации* вещей по тому или иному признаку, идею факторизации. Отношение порядка (и несколько более широкое понятие *квазипорядка* или *предпорядка*) отражает идею *сравнения* вещей по некоторой величине.

Сказанное подчеркивает значимость бинарных отношений как в самой математике, так и в ее приложениях и в научном познании в целом.

Понятие бинарного отношения, как и его виды, довольно абстрактно. Для его прочного усвоения необходимо изучение разнообразных примеров и исходных утверждений о бинарных отношениях. Весьма полезно наглядное представление бинарных отношений диаграммами, таблицами, графами. Это в первую очередь касается рассмотрения бинарных отношений между конечными множествами. При этом неценимо решение перечислительных комбинаторных задач — задач на подсчет числа бинарных отношений различных видов (функций, перестановок, размещений, сочетаний, разбиений). Методика изучения бинарных отношений рассматривается в работах [1; 2].

Цель статьи — привлечь внимание преподавателей и учителей математики и информатики к теме комбинаторики бинарных отношений, имеющей, на наш взгляд, принципиально важное значение в математическом образовании.

Кратко о содержании статьи.

В разделе 2 даны определения основных понятий, приведены исходные факты и элементарные комбинаторные методы.

Раздел 3 содержит решение комбинаторных задач о числе функций разных видов между конечными множествами и решение задач о числе бинарных отношений различных видов между конечными множествами. Кроме того, сформулировано несколько научно-исследовательских комбинаторных задач. Следует отметить, что большинство задач представлены как утверждения, а их решения — как доказательства соответствующих соотношений и формул.

В разделе 4 подведены итоги проделанной работы.

Первый из авторов статьи предложил ее тему, содержание и структуру, второй автор дал решения всех задач из пунктов 3.1 и 3.2.

2. Материалы и методы

В статье рассматриваются подходы к решению комбинаторных задач, связанных с подсчетом числа различных функций и бинарных отношений между конечными множествами. Основное внимание уделено конкретным методам решения таких комбинаторных задач. Также исследуются более сложные комбинаторные структуры, возникающие при анализе композиции функций и бинарных отношений.

Начнем с определения базовых понятий.

Бинарное отношение ρ между множествами A и B есть подмножество прямого произведения $A \times B = \{(a, b) : a \in A, b \in B\}$; вместо $(a, b) \in \rho$ пишем $a\rho b$.

Бинарное отношение между одинаковыми множествами $A = B$ называется *бинарным отношением на множестве A* .

Бинарное отношение ρ между множествами A и B называется:

- *всюду определенным*, если $\forall a \in A \exists b \in B : a\rho b$;
- *однозначным*, если $\forall a \in A, \forall b_1, b_2 \in B : a\rho b_1 \ \& \ a\rho b_2 \Rightarrow b_1 = b_2$;
- *инъективным*, если $\forall a_1, a_2 \in A, \forall b \in B : a_1\rho b \ \& \ a_2\rho b \Rightarrow a_1 = a_2$;
- *сюръективным*, если $\forall b \in B \exists a \in A : a\rho b$;
- *функцией (отображением, функциональным отношением)*, если ρ всюду определенное и однозначное;
- *частичной функцией*, если ρ однозначное;
- *многозначной функцией*, если ρ всюду определенное;
- *биекцией*, если ρ — инъективная и сюръективная функция;
- *дифункциональным*, если $\forall a_1, a_2 \in A, \forall b_1, b_2 \in B :$

$$a_1\rho b_1 \ \& \ a_1\rho b_2 \ \& \ a_2\rho b_1 \Rightarrow a_2\rho b_2.$$

Вообще говоря, частичные функции и многозначные функции не являются функциями.

Отображение $f : A \rightarrow A$ называется *идемпотентным*, если $\forall x \in A : f(f(x)) = f(x)$. Заметим, что отображения $A \rightarrow A$ называются *преобразованиями* множества A .

Пусть даны бинарные отношения $\rho \subseteq A \times B$ и $\sigma \subseteq B \times C$.

Важнейшим является понятие *композиции* $\sigma\rho \subseteq A \times C$ бинарных отношений ρ и σ : $\forall a \in A \forall c \in C :$

$$a(\sigma\rho)c \Leftrightarrow \exists b \in B(a\rho b \ \& \ b\sigma c).$$

Композиция бинарных отношений ассоциативна, если определена.

Бинарное отношение $\rho^{-1} \subseteq B \times A$, $b\rho^{-1}a \Leftrightarrow a\rho b$ называется *обратным* к отношению $\rho \subseteq A \times B$.

Имеют место равенства $(\rho^{-1})^{-1} = \rho$ и $(\rho\sigma)^{-1} = \sigma^{-1}\rho^{-1}$.

Отображение $\rho \rightarrow \rho^{-1}$ является биекцией множества всех бинарных отношений между A и B на множество всех бинарных отношений между B и A .

Для любого бинарного отношения ρ между A и B имеем:

ρ всюду определено $\Leftrightarrow \rho^{-1}$ сюръективно;

ρ однозначно $\Leftrightarrow \rho^{-1}$ инъективно.

Бинарное отношение ρ на непустом множестве A может обладать некоторыми из следующих часто встречающихся свойств ($\forall a, b, c \in A$):

- *рефлексивность*: ara (т. е. $1_A \subseteq \rho$);
- *симметричность*: $arb \Rightarrow bra$ ($\rho \subseteq \rho^{-1}$, т. е. $\rho = \rho^{-1}$);
- *транзитивность*: $arb \ \& \ brc \Rightarrow arc$ ($\rho\rho \subseteq \rho$);
- *антирефлексивность*: $\neg(ara)$ ($1_A \cap \rho = \emptyset$);
- *антисимметричность*: $arb \ \& \ bra \Rightarrow a = b$ ($\rho \cap \rho^{-1} \subseteq 1_A$).

Бинарное отношение на непустом множестве называется:

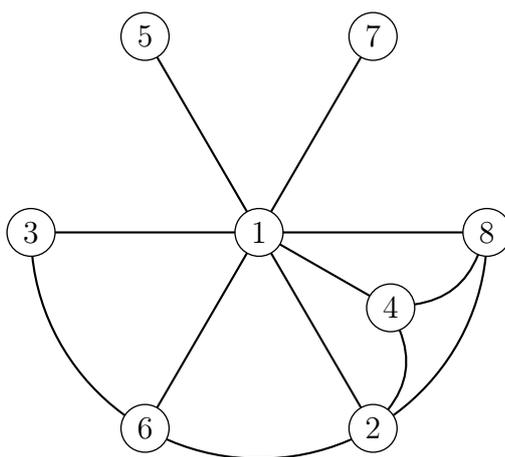
- отношением эквивалентности (эквивалентностью), если оно рефлексивно, симметрично и транзитивно;
- отношением порядка (порядком), если оно рефлексивно, антисимметрично и транзитивно;
- строгим порядком, если оно антирефлексивно и транзитивно;
- квазипорядком (предпорядком), если оно рефлексивно и транзитивно;
- отношением сходства (сходством), если оно рефлексивно и симметрично.

Бинарные отношения удобно изображать матрицами и ориентированными графами (стрелками). Разнообразные примеры и упражнения приведены в главе 1 учебного пособия [3].

Пример. Пусть $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ и для любых $a, b \in A$ соотношение arb означает, что a строго делит b или b строго делит a . Получаем антирефлексивное симметричное бинарное отношение ρ на множестве A , не являющееся транзитивным. Изобразим отношение ρ в виде

квадратной матрицы 8-го порядка с элементами 0 и 1 (см. рис. 1) и представим ρ как простой граф (см. рис. 2).

$$\rho \begin{matrix} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Рис. 1. Матрица отношения ρ Рис. 2. Простой граф отношения ρ

Разбиение непустого множества A — это множество $\Sigma = \{A_i : i \in I\}$ непустых попарно непересекающихся подмножеств $A_i \subseteq A$, дающих в объединении все множество A :

1. $\forall i \in I: \emptyset \neq A_i \subseteq A$;
2. $\forall i, j \in I: i \neq j \Rightarrow A_i \cap A_j = \emptyset$;
3. $\bigcup_{i \in I} A_i = A$.

Множества A_i ($i \in I$) называются *классами разбиения* Σ .

Пусть дано непустое множество A .

Если $\Sigma = \{A_i : i \in I\}$ — разбиение множества A , то, полагая

$$a\rho(\Sigma)b \Leftrightarrow \exists i \in I : a, b \in A_i \quad (\forall a, b \in A),$$

получим отношение эквивалентности $\rho(\Sigma)$ на множестве A .

Возьмем отношение эквивалентности ρ на множестве A . Для любого элемента $a \in A$ определим *класс эквивалентности* $a/\rho = \{x \in A : x\rho a\}$. Получаем *фактор-множество* $A/\rho = \{a/\rho : a \in A\}$ множества A по эквивалентности ρ , которое является, как легко показать, разбиением множества A .

Теорема. *Для любого непустого множества A отображения $\rho \rightarrow A/\rho$ и $\Sigma \rightarrow \rho(\Sigma)$ устанавливают взаимно однозначное соответствие между множеством всех отношений эквивалентности на множестве A и множеством всех его разбиений.*

Упражнение. Докажите равенства $\rho(A/\rho) = \rho$ и $A/\rho(\Sigma) = \Sigma$.

При решении комбинаторных задач часто применяется

Правило произведения. *Если A_1, A_2, \dots, A_k — непустые конечные множества, имеющие n_1, n_2, \dots, n_k элементов соответственно, то прямое произведение $A_1 \times A_2 \times \dots \times A_k$ имеет ровно $n_1 \cdot n_2 \cdot \dots \cdot n_k$ элементов.*

Замечание 1. При решении конкретных комбинаторных задач правило произведения применяется следующим образом. Предположим, нам нужно последовательно выбрать k каких-то предметов, причем выбор первого предмета осуществим n_1 способами (из множества A_1), выбор второго предмета возможен n_2 способами (из множества A_2) и так далее, k -й предмет можно выбрать n_k способами (из множества A_k). Тогда число способов выбора всей последовательности k данных предметов равно $n_1 \cdot n_2 \cdot \dots \cdot n_k$. Например, число всех подстановок (перестановок) k -й степени равно $P_k = k \cdot (k - 1) \cdot \dots \cdot 1 = k!$, поскольку на первом месте может находиться любой из k данных элементов (обычно берутся числа $1, 2, \dots, k$), на втором месте может быть любой из $k - 1$ оставшихся элементов и так далее, на k -м месте находится последний из неиспользованных элементов.

Мы будем свободно применять правило произведения, не ссылаясь на него непосредственно.

Напомним следующие обозначения. Пусть $k \leq n$ — натуральные числа.

$\binom{n}{k}$ — число k -элементных подмножеств n -элементного множества (число сочетаний из n по k). Можно также считать $\binom{n}{0} = 1$.

$\left\{ \begin{matrix} n \\ k \end{matrix} \right\}$ — число разбиений n -элементного множества на k подмножеств.

Число всех взаимно однозначных отображений (биекций) n -элементного множества на себя равно $n! = P_n$ — числу перестановок n -степени.

Число перестановок с повторениями типа (n_1, \dots, n_k) n -элементного множества равно $P(n_1, \dots, n_k) = \frac{n!}{n_1! \cdot \dots \cdot n_k!}$.

Имеем:

$$\binom{n}{k} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot (n-k+1)}{k!};$$

$$\left\{ \begin{matrix} n \\ k \end{matrix} \right\} = k \left\{ \begin{matrix} n-1 \\ k \end{matrix} \right\} + \left\{ \begin{matrix} n-1 \\ k-1 \end{matrix} \right\} \text{ при } k < n.$$

Бином Ньютона. Для любого натурального числа n и любых комплексных чисел a, b выполняется равенство

$$(a+b)^n = a^n + \binom{n}{1} a^{n-1}b + \dots + \binom{n}{k} a^{n-k}b^k + \dots + \binom{n}{n-1} ab^{n-1} + b^n.$$

В частности, при $a = b = 1$ получаем

$$1 + \binom{n}{1} + \dots + \binom{n}{k} + \dots + \binom{n}{n-1} + 1 = 2^n,$$

откуда следует, что булеан (множество всех подмножеств) n -элементного множества имеет 2^n элементов.

Материал о бинарных отношениях и элементы комбинаторики содержатся в статьях [1; 2] и книгах [3–5; 7; 8].

Числа Фибоначчи суть числа последовательности $F_0 = 0, F_1 = 1, F_2 = 1, F_3 = 2, F_4 = 3, F_5 = 5, F_6 = 8, \dots$, образованной по правилу $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$ для всех натуральных чисел $n \geq 2$. Информацию о числах Фибоначчи можно найти, например, в известной книге [7, параграф 6.6].

Лемма. $F_{n+2} = 3F_n - F_{n-2}$ для любого натурального числа $n \geq 2$.

В самом деле,

$$\begin{aligned} F_{n+2} &= F_{n+1} + F_n = (F_n + F_{n-1}) + F_n = \\ &= (F_n + F_{n-1} + F_{n-2}) + F_n - F_{n-2} = 3F_n - F_{n-2}. \end{aligned}$$

В пункте 3.3 нам понадобятся следующие понятия теории упорядоченных множеств и решеток, которые можно найти в монографиях [6; 8, глава 3].

Непустое множество X с заданным на нем отношением порядка \leq называется *упорядоченным множеством*. *Цепью* называется упорядоченное множество $\langle X, \leq \rangle$, любые два элемента x и y которого сравнимы, т. е. $x \leq y$ или $y \leq x$. Отображение f упорядоченного множества $\langle X, \leq \rangle$ в упорядоченное множество $\langle Y, \sqsubset \rangle$ называется *изотонным*, если для любых $a, b \in X$ неравенство самих элементов $a \leq b$ влечет неравенство их образов $f(a) \sqsubset f(b)$.

Полурешетка — это идемпотентная коммутативная полугруппа. Если в полурешетке $\langle X, + \rangle$ задать бинарное отношение \leq формулой: $a \leq b \Leftrightarrow a + b = b$ для любых $a, b \in X$, то получим упорядоченное множество $\langle X, \leq \rangle$, в котором $a + b = \sup\{a, b\}$ для всех $a, b \in X$, называемое *верхней полурешеткой*.

Решеткой называется алгебраическая структура $\langle X, +, \cdot \rangle$, для которой $\langle X, + \rangle$ и $\langle X, \cdot \rangle$ — полурешетки и операции сложения $+$ и умножения \cdot связаны законами поглощения $x + xy = x$ и $x(x + y) = x$. При этом соответствующая полурешетке $\langle X, + \rangle$ верхняя полурешетка $\langle X, \leq \rangle$ удовлетворяет равенству $a \cdot b = \inf\{a, b\}$ для любых $a, b \in X$. Цепи являются решетками.

Отношение эквивалентности ρ на решетке (верхней полурешетке) X называется *конгруэнцией* на X , если для любых $a, b, c, d \in X$ соотношения $a\rho b$ и $c\rho d$ влекут $(a + c)\rho(b + d)$ и $(ac)\rho(bd)$ (соответственно $(a + c)\rho(b + d)$).

Ретракцией решетки (полурешетки) X назовем любой ее идемпотентный решеточный (полурешеточный) гомоморфизм.

3. Результаты

Представленные нами задачи предназначены студентам естественно-математических направлений подготовки, будущим учителям математики и информатики, а также старшеклассникам, занимающихся в ма-

тематических кружках или участвующих в математических олимпиадах.

Даны строгие лаконичные решения комбинаторных задач. При непосредственном обучении студентов и школьников решению комбинаторных задач могут быть задействованы все методы и приемы, отмеченные в разделе 2.

3.1. Решение комбинаторных задач о функциях

Приведем несколько утверждений с доказательствами о числе функций различного вида из одного конечного множества в другое конечное множество.

В этом пункте и начале следующего пункта будем рассматривать два произвольных непустых конечных множества A и B , имеющих m и n элементов соответственно.

3.1.1. Число всех отображений m -элементного множества в n -элементное множество равно n^m .

Доказательство. Каждый из m элементов множества A при произвольном отображении может перейти в один из n элементов из множества B . Поэтому всего имеем $\underbrace{n \cdot n \cdot \dots \cdot n}_m = n^m$ отображений $A \rightarrow B$. \square

3.1.2. Число всех инъективных отображений m -элементного множества в n -элементное множество при условии $m \leq n$ равно $m! \binom{n}{m}$.

Доказательство. При инъективном отображении различные элементы имеют различные образы. Всего $\binom{n}{m}$ инъективных вложений множества A во множество B . Для каждого из вложений сопоставляем прообразы, которые можно выбрать $m!$ способами. Получаем $m! \binom{n}{m}$ инъективных отображений. \square

3.1.3. Число всех сюръективных отображений m -элементного множества на n -элементное множество при условии $m \geq n$ равно $n \left\{ \begin{matrix} m \\ n \end{matrix} \right\}$.

Доказательство. Образ сюръекции совпадает со всем множеством B . Разобьем множество A на n подмножеств — сделать это можно $\left\{ \begin{matrix} m \\ n \end{matrix} \right\}$ способами, и каждому из подмножеств сопоставим один элемент из множества B . Всего имеем $n \left\{ \begin{matrix} m \\ n \end{matrix} \right\}$ таких отображений. \square

3.1.4. Число всех идемпотентных отображений n -элементного множества в себя равно $\sum_{k=1}^n \binom{n}{k} k^{n-k}$.

Доказательство. Возьмем произвольное идемпотентное отображение $f: B \rightarrow B$. Пусть ровно k элементов множества B (где $1 \leq k \leq n$, поскольку идемпотентность отображения требует наличия хотя бы одной неподвижной точки) остаются неподвижными при отображении f . Тогда оставшиеся $n - k$ элементов обязаны перейти в неподвижные, иначе будет нарушена идемпотентность. Такие элементы можно выбрать $\binom{n}{k}$ способами. В силу задачи 3.1.1 при фиксированном k имеем k^{n-k} таких отображений. Осталось просуммировать произведения $\binom{n}{k} k^{n-k}$ по всем k : $\sum_{k=1}^n \binom{n}{k} k^{n-k}$. \square

3.1.5. Число всех частичных функций m -элементного множества в n -элементное множество равно $\sum_{k=0}^m \binom{m}{k} n^k = (n + 1)^m$.

Доказательство. Область определения частичных функций не обязана совпадать со всем множеством A . Докажем истинность утверждения несколькими способами.

1-й способ. Воспользуемся задачей 3.1.1. Для любого k -элементного подмножества множества A , где $k \leq m$, всего n^k произвольных отображений. Сумма количеств таких отображений по всем k дает число частичных функций на A . Найдем эту сумму по биному Ньютона: $\sum_{k=0}^m \binom{m}{k} n^k = \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} n^k \cdot 1^{m-k} = (n + 1)^m$.

2-й способ. Каждый элемент в A либо переходит при отображении в один из n элементов, либо не входит в область определения и не имеет образа. Всего имеем $n + 1$ вариант. Значит, количество частичных функций равно $(n + 1)^m$. \square

3.1.6. Число всех многозначных функций m -элементного множества в n -элементное множество равно $(2^n - 1)^m$.

Доказательство. Функция определена на A , то есть каждый элемент должен иметь непустой образ. В связи с многозначностью функции одному элементу сопоставляется непустое подмножество множества B . Всего существует $2^n - 1$ непустых подмножеств множества B . Получаем $(2^n - 1)^m$ многозначных функций. \square

3.2. Решение комбинаторных задач о бинарных отношениях

Рассмотрим решение учебно-исследовательских комбинаторных задач о бинарных отношениях между конечными множествами. Пусть $\rho \subseteq A \times B$ — произвольное бинарное отношение.

3.2.1. *Число всевозможных бинарных отношений между m -элементным и n -элементным множествами равно 2^{mn} .*

Доказательство. Для каждой пары $(a, b) \in A \times B$ бинарного отношения ρ есть два взаимоисключающих случая: $(a, b) \in \rho$ или $(a, b) \notin \rho$. Количество пар (a, b) равно mn . Поэтому число всевозможных бинарных отношений равно 2^{mn} . \square

3.2.2 *Число всех инъективных бинарных отношений между m -элементным и n -элементным множествами равно $(m + 1)^n$.*

Доказательство. Аналогично задаче 3.1.5 каждый элемент из B может быть в отношении с любым количеством элементов из A , в том числе ни с одним: получаем $m + 1$ вариант. Поэтому всего $(m + 1)^n$ инъективных бинарных отношений. \square

3.2.3. *Число всех сюръективных бинарных отношений между m -элементным и n -элементным множествами равно $(2^m - 1)^n$.*

Доказательство. Задача двойственна задаче 3.1.6. Любой элемент из B должен находиться в данном отношении хотя бы с одним элементом множества A . Значит, всего имеется $(2^m - 1)^n$ сюръективных бинарных отношений. \square

Далее в этом пункте A — произвольное n -элементное множество ($n \in \mathbb{N}$). Каждому бинарному ρ отношению на множестве A соответствует $\{0, 1\}$ -матрица M размера $n \times n$, такая что в клетке $(a, b) \in A \times A$ стоит 1, если arb , и расположен 0, если $\neg(arb)$. См. рис. 1.

3.2.4. *Число всех рефлексивных (всех антирефлексивных) бинарных отношений на n -элементном множестве равно 2^{n^2-n} .*

Доказательство. Для рефлексивного отношения выполняется ara , для антирефлексивного имеем $\neg(ara)$. Эти условия фиксируют данные пары, которые не влияют на подсчет количества искомым бинарных отношений. Таких пар всего n . Согласно задаче 3.2.1 остается $n^2 - n$ элементов, которые могут как принадлежать отношению ρ , так и не принадле-

лежать ему. Всего получаем 2^{n^2-n} рефлексивных (антирефлексивных) бинарных отношений. \square

3.2.5. Число всех симметричных бинарных отношений на n -элементном множестве равно $2^{(n^2+n)/2}$.

Доказательство. Мощность множества $A \times A$ составляет n^2 . При этом количество диагональных элементов (a, a) равно n . Такие элементы могут или входить в отношение, или не входить. Остальные $n^2 - n$ элементов имеют вид (a, b) , где $a \neq b$. При этом если $(a, b) \in \rho$, то $(b, a) \notin \rho$. Следовательно, общее количество вариантов выбора элементов составляет $n + \frac{n^2 - n}{2} = \frac{n^2 + n}{2}$. Тогда число симметричных бинарных отношений будет равно $2^{(n^2+n)/2}$. \square

3.2.6. Число всех отношений сходства на n -элементном множестве равно $2^{(n^2-n)/2}$.

Доказательство. Усилим условия задачи 3.2.5. Теперь диагональные элементы обязаны входить в бинарное отношение. Поэтому всего $2^{(n^2-n)/2}$ отношений сходства. \square

3.2.7. Число всех рефлексивных (антирефлексивных) антисимметричных бинарных отношений на n -элементном множестве равно $\sum_{k=0}^m \binom{m}{k} 2^{m-k} = 3^m$, где $m = \frac{n^2 - n}{2}$.

Доказательство. Будем рассматривать произвольные бинарные отношения ρ , удовлетворяющие условию утверждения. Диагональные элементы матрицы M либо принадлежат бинарному отношению ρ (рефлексивное отношение), либо не принадлежат ρ (антирефлексивное отношение), поэтому не влияют на подсчет числа таких бинарных отношений ρ . Число элементов — пар, не находящихся на главной диагонали, равно $n^2 - n$. Положим $m = \frac{n^2 - n}{2}$.

1-й способ. Пусть X — множество клеток матрицы M , находящихся под ее главной диагональю; оно имеет m элементов. Для любого неотрицательного целого числа $k \leq m$ возьмем произвольное k -элементное подмножество Y в X . Во всех клетках из Y поставим 1, а в остальных $m - k$ клетках поставим 0. Элементы матрицы M , симметричные

элементам из $X \setminus Y$ (из Y), могут принимать значения 0 или 1 (только значение 0). Поэтому число матриц M для k -элементных подмножеств Y равно 2^{m-k} . Поскольку число k -элементных подмножеств Y в X равно $\binom{m}{k}$, то всего рассматриваемых бинарных отношений ρ будет $\sum_{k=0}^m \binom{m}{k} 2^{m-k}$. По биному Ньютона получаем $\sum_{k=0}^m \binom{m}{k} 2^{m-k} = (2+1)^m = 3^m$.

2-й способ. Для каждой пары (a, b) элементов из A возможны три взаимоисключающих варианта:

- $(a, b) \notin \rho$ и $(b, a) \notin \rho$;
- $(a, b) \in \rho$ и $(b, a) \notin \rho$;
- $(b, a) \in \rho$ и $(a, b) \notin \rho$.

Количество неупорядоченных элементов равно $\binom{n}{2} = \frac{n^2 - n}{2} = m$. Поэтому получаем 3^m искомым бинарных отношений. \square

3.2.8. Число всех антисимметричных бинарных отношений на n -элементном множестве равно $\sum_{k=0}^m \binom{m}{k} 2^{m-k+n} = 3^m 2^n$, где $m = \frac{n^2 - n}{2}$.

Доказательство. Обобщим утверждение задачи 3.2.7. Рефлексивность или антирефлексивность не требуется. Поэтому $\forall a \in A: (a, a) \in \rho$ или $(a, a) \notin \rho$. Отсюда возникает множитель 2^n . \square

3.2.9. Число всех отношений эквивалентности на n -элементном множестве равно числу его разбиений, т. е. равно $\sum_{k=1}^n \left\{ \begin{matrix} n \\ k \end{matrix} \right\}$.

Для доказательства достаточно воспользоваться теоремой из раздела 2.

Пусть на непустом множестве A задано бинарное отношение ρ . Отображение $f: A \rightarrow A$ называется *эндоморфизмом* математической структуры $\langle A, \rho \rangle$, если $a\rho b \Rightarrow f(a)\rho f(b)$ для любых $a, b \in A$. Биекция $f: A \rightarrow A$ называется *автоморфизмом* структуры $\langle A, \rho \rangle$, если отображения f и f^{-1} суть ее эндоморфизмы.

3.2.10. Если A — непустое конечное множество, то любой взаимно однозначный эндоморфизм $\langle A, \rho \rangle$ будет автоморфизмом.

Доказательство этого утверждения оставляем читателю в качестве упражнения на зрелость.

3.3. Некоторые научно-исследовательские задачи

Сформулируем ряд комбинаторных задач для дальнейших исследований.

Пусть C_n обозначает n -элементную цепь при $n \in \mathbb{N}$.

3.3.1. Для любого натурального числа n число $\text{Ret}(n)$ всех изотонных идемпотентных преобразований (ретракций) цепи C_n равно F_{2n} — числу Фибоначчи с номером $2n$.

3.3.2. Выведите рекуррентную формулу для функции $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, где $f(n)$ есть число всех ретракций решетки $C_2 \times C_n$.

3.3.3. Вывести формулу для числа всех решеточных ретракций прямого произведения цепей C_m и C_n .

3.3.4. Найти число всех конгруэнций верхней полурешетки $C_m \times C_n$.

3.3.5. Найти число всех ретракций верхней полурешетки $C_m \times C_n$.

3.3.6. Найти или оценить снизу и сверху число всех транзитивных бинарных отношений на n -элементном множестве.

3.3.7. Определить число всех дифункциональных отношений между m -элементным и n -элементным множествами.

3.3.8. Оценить число всех упорядочений n -элементного множества, т. е. число отношений порядка на n -элементном множестве.

3.3.9. Оценить число всех топологизаций n -элементного множества.

В качестве иллюстрации способов рассуждений приведем **доказательство утверждения 3.3.1.**

Сначала докажем следующее равенство

$$\begin{aligned} \text{Ret}(n) = \text{Ret}(n-1) + 2\text{Ret}(n-2) + \dots \\ + k\text{Ret}(n-k) + \dots + (n-1)\text{Ret}(1) + 1. \end{aligned} \quad (1)$$

Доказательство. Пусть e — ретракция n -элементной цепи. Если она имеет m неподвижных элементов $i_1 < i_2 < \dots < i_m$, то n -элементная цепь разбивается на m последовательных интервалов $e^{-1}(i_1)$, $e^{-1}(i_2)$, \dots , $e^{-1}(i_m)$, имеющих соответственно n_1 , n_2 , \dots , n_m элементов, дающих в сумме все n элементов. При $n_1 = 1$ получаем $\text{Ret}(n-1)$ таких ретракций e . При $n_1 = 2$ число ретракций e равно $2\text{Ret}(n-2)$. Ясно, что при $n_1 = k \leq n$ число ретракций e будет равно $k\text{Ret}(n-k)$. Что и дает нам формулу (1).

Далее, индукцией по n , на основании формулы (1), выведем формулу

$$\text{Ret}(n) = 3\text{Ret}(n-1) - \text{Ret}(n-2). \quad (2)$$

Предположив, что равенство (2) выполняется для всех натуральных чисел k (вместо n), $3 \leq k \leq n$, докажем его для $n + 1$. Подставив в равенстве (1) $\text{Ret}(k) = 3\text{Ret}(k - 1) - \text{Ret}(k - 2)$ для всех k от 3 до n , получаем

$$\begin{aligned} \text{Ret}(n + 1) &= 3\text{Ret}(n - 1) - \text{Ret}(n - 2) + 2(3\text{Ret}(n - 2) - \text{Ret}(n - 3)) + \dots \\ &+ (n - 2)(3\text{Ret}(2) - \text{Ret}(1)) + (n - 1)\text{Ret}(2) + n\text{Ret}(1) + n + 1 = \\ &= 3 \left[n + \sum_{k=1}^{n-1} k\text{Ret}(n - k) \right] - \left[n - 1 + \sum_{k=1}^{n-1} k\text{Ret}(n - k - 1) \right] = \\ &= 3\text{Ret}(n) - \text{Ret}(n - 1), \end{aligned}$$

поскольку

$$(n - 1)\text{Ret}(2) = 3(n - 1)\text{Ret}(1) \text{ и } n\text{Ret}(1) + n + 1 = 2n + 1 = 3n - (n - 1).$$

По лемме из раздела 2 для F_{2n} — как функции от n — также выполняется рекуррентное соотношение (2). Поскольку $\text{Ret}(1) = 1 = F_2$ и $\text{Ret}(2) = 3 = F_4$, то $\text{Ret}(n) = F_{2n}$ для любого натурального числа n . Утверждение доказано. \square

Замечание 2. Численные значения для целого ряда конечных математических структур с n -элементами, в частности число n -элементных упорядоченных множеств и топологических пространств, можно найти в следующей онлайн-энциклопедии: The on-line encyclopedia of integer sequences (<https://oeis.org>).

4. Обсуждение

Мы неоднократно апробировали и обсуждали комбинаторные задачи из пунктов 3.1 и 3.2 и близкие к ним на занятиях со студентами и школьниками, включали такие задачи в проводимые нами математические олимпиады. Можно с уверенностью заключить, что представленные задачи полезны и доступны как студентам младших курсов, так и старшеклассникам. Эти задачи должны знать и использовать вузовские преподаватели математики и школьные учителя математики и информатики. Решение подобных комбинаторных задач хорошо проясняет понятие бинарного отношения, позволяет осознанно применять элементарные комбинаторные методы и результаты при изучении дискретной математики и в ее приложениях.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Вечтомов Е. М. Бинарные отношения // *Математика в образовании*. 2007. Вып. 3. С. 41–51.
2. Вечтомов Е. М. О бинарных отношениях для математиков и информатиков // *Вестник Вятского государственного гуманитарного университета*. 2012. № 1 (3). С. 51–58.
3. Вечтомов Е. М. Математика: основные математические структуры. 2-е изд. М.: Юрайт, 2018. 296 с.
4. Вечтомов Е. М., Широков Д. В. Математика: логика, множества, комбинаторика. 2-е изд. М.: Юрайт, 2018. 243 с.
5. Виленкин Н. Я., Виленкин А. Н., Виленкин П. А. Комбинаторика. М.: МЦНМО, 2006. 400 с.
6. Гретцер Г. Общая теория решеток : пер. с англ. М.: Мир, 1981. 456 с.
7. Грэхем Р., Кнут Д., Паташник О. Конкретная математика. Основание информатики : пер. с англ. М.: Мир, 1998. 703 с.
8. Стенли Р. Перечислительная комбинаторика : пер. с англ. М.: Мир, 1990. 440 с.

References

1. Vechtomov E. M. Binary relations. *Matematika v obrazovanii* [Mathematics in Education]. 2007. No 3. Pp. 41–51. (In Russ.)
2. Vechtomov E. M. On binary relations for mathematicians and computer scientists. *Vestnik Vyatskogo gosudarstvennogo gumanitarnogo universiteta* [Bulletin of Vyatka State University of Humanities]. 2012. No 1 (3). Pp. 51–58. (In Russ.)
3. Vechtomov E. M. *Matematika: osnovnyye matematicheskiye struktury* [Mathematics: Fundamental Mathematical Structures]. Moscow: Yurayt, 2018. 296 p. (In Russ.)

4. **Vechtomov E. M., Shirokov D. V.** *Matematika: logika, mnozhestva, kombinatorika* [Mathematics: Logic, Sets, Combinatorics]. Moscow: Yurayt, 2018. 243 p. (In Russ.)
5. **Vilenkin N. Y., Vilenkin A. N., Vilenkin P. A.** *Kombinatorika* [Combinatorics]. Moscow: MCNMO, 2006. 400 p. (In Russ.)
6. **Gratzer G.** *Obshchaya teoriya reshetok* [General Lattice Theory]. Moscow: Mir, 1981. 456 p. (In Russ.)
7. **Graham R., Knuth D., Patashnik O.** *Konkretnaya matematika. Osnovaniye informatiki* [Concrete Mathematics: A Foundation for Computer Science]. Moscow: Mir, 1998. 703 p. (In Russ.)
8. **Stanley R.** *Perechislitel'naya kombinatorika* [Enumerative Combinatorics]. Moscow: Mir, 1990. 440 p. (In Russ.)

Сведения об авторах / Information about authors

Вечтомов Евгений Михайлович / Evgeny M. Vechtomov

д.ф.-м.н., профессор, заведующий кафедрой фундаментальной математики / Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Head of the Department of Fundamental Mathematics

Вятский государственный университет / Vyatka State University

610000, Россия, Киров, ул. Московская, д. 36 / 36, Moskovskaya St., Kirov, 610000, Russia

Мамаев Арсений Андреевич / Arseniy A. Mamaev

студент магистратуры / Master's Student

Вятский государственный университет / Vyatka State University

610000, Россия, Киров, ул. Московская, д. 36 / 36, Moskovskaya St., Kirov, 610000, Russia

Статья поступила в редакцию / The article was submitted 16.06.2025

Одобрено после рецензирования / Approved after reviewing 20.06.2025

Принято к публикации / Accepted for publication 26.06.2025

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

METHODICAL MATERIALS

Вестник Сыктывкарского университета.

Серия 1: Математика. Механика. Информатика. 2025.

Выпуск 2 (55)

Bulletin of Syktovkar University.

Series 1: Mathematics. Mechanics. Informatics. 2025; 2 (55)

Научная статья

УДК 51(091+092)

https://doi.org/10.34130/1992-2752_2025_2_38

О ДВУХ СОВЕТСКИХ МАТЕМАТИКАХ, БЫВШИХ ЦАРСКИХ ГЕНЕРАЛАХ

Владимир Петрович Одинец

W.P.Odyniec@mail.ru

Аннотация. В статье идёт речь о двух советских математиках: Г. Д. Гродском (1871–1943) и А. А. Саткевиче (1869–1938). Г. Д. Гродский к марту 1917 г. был начальником Михайловской артиллерийской академии, а А. А. Саткевич — начальником Инженерной военной академии. В советский период Гродский возглавлял кафедры высшей математики в Куйбышеве (1936–1943), а Саткевич — кафедру гидроаэромеханики на физ.-мате (1930–1933) и мат.-мехе (1933–1936) ЛГУ. О работах этих математиков см. книгу автора: «О работах математиков, не доживших до Дня Победы 9 мая 1945 года» – СПб.: «Коста», 2025. – 96 с.

Ключевые слова: Г. Д. Гродский, А. А. Саткевич

Для цитирования: Одинец В. П. О двух советских математиках, бывших царских генералах // *Вестник Сыктывкарского университета. Сер. 1: Математика. Механика. Информатика.* 2025. Вып. 2 (55). С. 38–53. https://doi.org/10.34130/1992-2752_2025_2_38

Article

ABOUT TWO SOVIET MATHEMATICIANS, FORMER TSARIST GENERALS

Vladimir P. Odyniec

W.P.Odyniec@mail.ru

Abstract. The article discusses about two Soviet mathematicians G. D. Grodsky (1871–1943) and A. A. Satkevich (1869–1938). By March 1917, G. D. Grodsky was the head of Mikhailov Artillery Academy, while A. A. Satkevich was the head of the Military Engineering Academy. During the Soviet period, Grodsky headed the Department of Higher Mathematics in Kuybyshev (1936–1943), while Satkevich led the Department of Aerohydromechanics at the Faculty of Physics and Mathematics (1930–1933) and at the Faculty of Mathematics and Mechanics of Leningrad State University (1933–1936). For the works of these mathematicians, see the authors book "On the works of mathematicians who did not live to see Victory Day on May 9, 1945" – St. Petersburg: "Costa", 2025. – 96 p.

Keywords: G. D. Grodsky, A. A. Satkevich

For citation: Odyniec V. P. About two Soviet mathematicians, former tsarist generals. *Vestnik Syktyvkarского universiteta. Seriya 1: Matematika. Mekhanika. Informatika* [Bulletin of Syktyvkar University, Series 1: Mathematics. Mechanics. Informatics], 2025, no 2 (55), pp. 38–53. (In Russ.) https://doi.org/10.34130/1992-2752_2025_2_38

1. **Гродский Георгий Дмитриевич** родился в Москве 19 июня 1871 г. в семье военного. После окончания Тифлисского кадетского корпуса (отец тогда служил в Тифлиссе) в 1889 г. поступил в Михайловское артиллерийское училище в Санкт-Петербурге. После окончания училища с отличием (1892) (был первым на курсе) произведён в подпоручики и прикомандирован к 1-й лейб-гвардии артиллерийской бригаде [1].

В 1895 г. в Санкт-Петербурге в типографии Императорской Академии наук вышла большая (547 с.) книга подпоручика Г. Д. Гродского «Теория функций комплексных количеств, основанная на распространении способа Гаусса для геометрического представления этих количеств» [2]. В книге три части: «Приложения к анализу», «Приложения к геометрии» и «Продолжение приложений к анализу».



Появление этой книги вызвало далеко не однозначную реакцию у математической общественности тогдашнего Санкт-Петербурга. В результате Г. Д. Гродский так никогда и не стал членом Санкт-Петербургского математического общества. Он также ни разу не участвовал ни в дореволюционных съездах преподавателей математики, ни в съездах математиков в советское время. Иначе отнеслись к Г. Д. Гродскому в армии.

В 1896 г. Г. Д. Гродский произведен в поручики гвардии и принят в Михайловскую артиллерийскую академию (МАО). По её окончании (1897) по 1-му разряду с серебряной медалью он был произведён в штабс-капитаны и оставлен в МАО репетитором. В 1901 г. Г. Д. Гродскому присвоено звание капитана [1]. В 1902 г. он защитил представленную 23 июня 1902 г. первую диссертацию, напечатанную литографским способом, на звание штатного преподавателя МАО под названием «Теория гармонических функций и приложение их к интегрированию уравнений теории упругости» [3]. Книга состоит из двух частей. Если первая часть — это фактически учебник на русском языке по гармоническому анализу, то вторая часть — это и введение в теорию упругости, и ряд новых результатов по теории упругости, полученных автором. С 27 ноября 1902 г. Г. Д. Гродский становится штатным военным преподавателем МАО. В 1903 г. выходит его «Курс аналитической геометрии для артиллерийских училищ и подготовки в Михайловскую Артиллерийскую Академию». Этот курс вышел в двух книгах: «Ч. 1. Аналитическая геометрия на плоскости» ([4], с. 1–211) и «Ч. 2. Аналитическая геометрия в пространстве» ([5], с. 1–245).

В 1906 г. выходит книга Г. Д. Гродского «Теория лафетов. Ч. 1» [6]. Как пишет в ней Г. Д. Гродский: «Начало теории лафетов было положено французским математиком Пуассоном, который в 1825 г. по по-

ручению французского военного министра издал свой мемуар по теории лафетов». В армии работа Г. Д. Гродского получила одобрение. Результатом стало присвоение в декабре 1907 г. Г. Д. Гродскому звания полковника.

В 1909 г. Г. Д. Гродский защитил вторую диссертацию на соискание должности экстраординарного профессора МАА. И в ноябре того же года он получает должность экстраординарного профессора МАА. К 1910–1912 гг. относится издание его курса по интегральному исчислению в двух отдельных частях. Первая часть посвящена основным способам интегрирования как рациональных алгебраических дробей, так и иррациональных и трансцендентных функций [7]. Во второй части, кроме доказательства того, что непрерывная функция имеет первообразную, т. е. имеет интеграл, «представляющий некую новую функцию, изучение свойств которой на основании свойств её производной и составляет одну из главнейших задач интегрального исчисления вообще...» [7, с. 2].

В сентябре 1912 г. Г. Д. Гродский получает должность ординарного профессора МАА, а в декабре 1913 г. ему присваивают звание генерал-майора [1].

Анархия по отношению к офицерам Российской армии во время правления Временного правительства привела к тому, что в феврале 1918 г. весь состав Михайловской Артиллерийской академии вступил в Рабоче-крестьянскую Красную армию (РККА).

В марте 1921 г. Г. Д. Гродский назначен председателем приёмной комиссии при Тульском оружейном заводе. Ещё три года он совмещает работу в приёмной комиссии и преподавательскую деятельность в Артиллерийской академии (АА) в Петрограде. Однако в 1924 г. он прекращает преподавать в АА. Это не помешало выходу в 1925 г. его книги «Теория винтовых пружин» [8], в которой он впервые выводит величину статического сжатия пружины силой.

После очередной реорганизации РККА в 1930 г. Г. Д. Гродский перестаёт быть членом приёмной комиссии Главного Артиллерийского управления РККА при Тульском оружейном заводе. С этого года по 1933 г. он профессор Тульского института народного образования. Читает курсы по высшей математике, продолжая числиться на службе в РККА, но не получая денежного довольствия.

С 1933 по 1936 г. Г. Д. Гродский в Ленинграде работает в должности профессора кафедр высшей математики в Ленинградском машино-

строительном институте (выделившимся в 1930 г. из Политехнического института) и в Ленинградском институте точной механики и оптики (ЛИТМО).

Предполагаю, что пребывание Г. Д. Гродского в Ленинграде было связано с желанием поддержать младшего сына Олега¹ (р. 26.07.1909), работавшего на заводе и одновременно учившегося заочно в котлотурбинном институте при Политехническом институте (окончил учебу в 1937 г.).

В 1934 г. Г. Д. Гродский публикует работу, над которой он думал с 1925 г.: «Теория динамического сжатия винтовых пружин» [10], а ещё ранее, в 1933 г. — две книги по артиллерии. К 1934 г. относится прошение Г. Д. Гродского о снятии его с воинского учёта, которое было удовлетворено.

С 1936 по 1939 г. Г. Д. Гродский заведует кафедрой высшей математики в Куйбышевском строительном институте им. А. И. Микояна (ныне Самарский государственный архитектурно-строительный университет), а в 1938–1943 гг. (1938–1930 гг. по совместительству, а затем — штатно) заведует кафедрой математики в Куйбышевском индустриальном институте (ныне Самарский государственный технический университет).

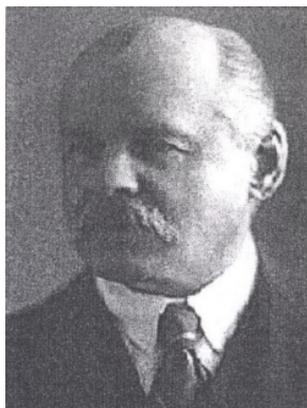
В 1940 г. в «Ученых записках» Куйбышевского педагогического и учительского института им. В. В. Куйбышева (ныне Самарский государственный социально-педагогический университет) вышла статья Г. Д. Гродского «Об уменьшении погрешности и увеличении точности её оценки при вычислении сумм знакопостоянных бесконечных рядов» [11]. При решении задач внешней баллистики и теперь используется приём Г. Д. Гродского по переходу от знакопостоянного ряда к новому знакопеременному ряду, и далее для оценки сумм этого ряда применяется классическое решение Л. Эйлера.

В следующем году вышла статья Г. Д. Гродского «Об интегрировании в конечной форме или же при помощи квадратур линейного дифференциального уравнения 2-го порядка и уравнения Риккати» [12] в сборнике научных работ Индустриального института.

В 1943 г. Георгий Дмитриевич Гродский умер в г. Куйбышеве.

¹Гродский Олег Георгиевич (1909–1975), лауреат Ленинской премии (1963) за участие в создании паровой турбины мощностью 200 000 кВт. Старший сын Игорь Георгиевич Гродский (р. 1903) был к 1933 г. старшим ассистентом в ЛЭТИ [9].

2. **Саткевич Александр Александрович** родился 22 августа (3 сентября) 1869 г. в Кронштадте в семье старшего врача Морского ведомства. В 1885 г. с отличием окончил Кронштадтское реальное училище и поступил во второй кадетский корпус в Петербурге, где окончил 7-й класс в 1886 г. Тогда же поступил в Николаевское инженерное училище (НИУ).



По окончании училища в 1889 г. А. А. Саткевич два года служил в Гренадёрском сапёрном батальоне в Новгородской губернии, а осенью 1891 г. был принят в Николаевскую инженерную академию (НИА), которую закончил в 1894 г. [13]. Во время учебы в академии он знакомится с Александрой Домонтович (1872–1952, с 1893 г. — Коллонтай), сыгравшей огромную роль в его судьбе в 1919 г. [14, с. 25–27, 30, 92].

В 1894–1896 гг. А. А. Саткевич в качестве помощника производственных работ занимался постройкой новых и надстройкой старых зданий Михайловского артиллерийского училища. С 1896 г. А. А. Саткевич — репетитор по механике НИА и НИУ. В 1896–1897 уч. году он был вольнослушателем на физико-математическом факультете Петербургского университета, а в следующем учебном году слушал лекции в Петербургском технологическом институте [13].

В 1898 г., прочитав две пробные лекции в НИА и издав их литографически, А. А. Саткевич получил право преподавания в НИА [13]. Осенью 1898 г. его командировают за границу (в Германию, Англию, Францию, Швейцарию и Италию) «для усовершенствования в математических и механических науках». В Шарлоттенбурге он посещает занятия в Шарлоттенбургской технической школе (ныне Берлинский технический университет), а в Цюрихе — политехникум и университет [13]. Параллельно в 1899 г. А. А. Саткевич выпускает широко востребованную

в России книгу «Водоснабжение городов. Собрание основных правил проектирования и расчетных формул и таблиц» [15].

В 1902 г., уже в звании подполковника, А. А. Саткевич защищает диссертацию «Установившееся прямолинейное движение газа, далёкого от условий сжижения» [16] на соискание должности экстраординарного профессора по кафедре прикладной математики НИА и НИУ. В 1903 г. А. А. Саткевича утверждают в должности экстраординарного профессора НИА и НИУ [13]. Через год, в 1904 г., выходит его книга «Гидромеханика» [17] как первая часть курса «Гидравлика», который он читает обучающимся в НИА.

В дальнейшем ограничимся лишь основными математическими работами и работами по механике, оставив в стороне его работы по теории охлаждения и двигателестроению.

В 1905 г. выходит его книга «Начальный курс высшего математического анализа». Книга имеет подзаголовок «Курс старшего класса Николаевского инженерного училища» [18].

На рубеже 1911 и 1912 гг. А. А. Саткевич участвует в работе 1-го Всероссийского съезда преподавателей математики, зарегистрировавшись под № 905 [19, с. 359].

В начале 1914 г. А. А. Саткевича утверждают ординарным профессором НИА и НИУ и вскоре присваивают ему звание генерал-майора. В конце 1914 г. ему присваивают звание почётного профессора НИА и НИУ и назначают начальником Николаевской академии и училища [13]. В апреле 1915 г. А. А. Саткевич женился на вдове инженер-генерал-майора Сокольского (урождённой Синягиной Екатерине Григорьевне) с четырьмя детьми. Позже у них родятся ещё двое детей.

1917 год А. А. Саткевич встречает уже в звании генерал-лейтенанта [13]. С 1918 г. он консультант опытно-строительного отдела по проведению ирригационных работ в Туркестане. В том же году он был приглашен стать членом Сопровождающего управления работами на реках Волхов и Свирь (в рамках плана ГОЭЛРО).

В 1919 г. А. А. Саткевича арестовывают за якобы «участие в контрреволюционной монархической организации» и вносят в расстрельные списки. Об этом узнала Александра Коллонтай. Её попытки спасти А. А. Саткевича с помощью А. М. Горького, Г. М. Зиновьева, Ф. Э. Дзержинского ничего не дали. Тогда она обращается прямо к В. И. Ленину. В результате А. А. Саткевич был освобождён и даже стал читать курсы гидромеханики и гидравлики в разных вузах Петрограда. Одно-

временно его назначают заместителем директора Российского гидрологического института по научной работе и руководителем гидравлико-математического отдела.

В 1923 г. А. А. Саткевич, будучи с 1922 г. профессором Петроградского института инженеров путей сообщения, издает там книгу «Аэродинамика как теоретическая основа авиации» [20]. Одновременно с 1922 по 1925 г. А. А. Саткевич — начальник факультета военных сообщений Военно-технической академии РККА, образовавшейся из слияния двух академий: Артиллерийской и Николаевской.

В 1924 г. выходит труд А. А. Саткевича «Анализ плоского струевого потока как целой механической системы» [21]. В продолжение этой тематики в 1926 г. выходит его книга «Натуральные координаты гидродинамики управляемого руслом потока» [22].

С 1925 по 1933 г. своим главным местом работы А. А. Саткевич считает физико-математический факультет ЛГУ. При этом в 1925–1930 гг. он сверхштатный профессор кафедры механики; в 1930–1933 гг. — заведующий кафедрой механического отделения. Наконец, в 1933–1936 гг. А. А. Саткевич заведует кафедрой гидроаэромеханики математико-механического факультета ЛГУ [13]. В 1933 г. он был избран членом-корреспондентом АН СССР по Отделению математических и естественных наук (гидрология), и ЛГУ был в числе организаций, выдвигавших его в академию.

По прошествии уже более 90 лет современная теоретическая гидрология во многом опирается на способы и методы математического моделирования процессов, впервые применённых А. А. Саткевичем.

Добавим, что в 1932 г. выходит его книга «Кинематика жидких тел» [23] как первая часть труда, посвященного теоретическим основам гидроаэродинамики. Вторая часть «Динамика жидких тел» [24] вышла в 1934 г.

К 1934 г. относится важное событие для советских математиков — в Ленинграде состоялся 2-й Всесоюзный математический съезд. 27 июня на секции «Механика и математическая физика» сделал доклад А. А. Саткевич [25]. В отличие от других секционных докладов он был напечатан в «Трудах съезда» полностью. Уместно теперь вспомнить, что с момента воссоздания Математического общества в Петрограде в 1922 г. А. А. Саткевич — член этого общества.

В 1935 г. А. А. Саткевичу присваивают без защиты степень доктора технических наук. С конца 1934 г. по совместительству возглавляет

в Военно-инженерной академии кафедре вентиляции. С сентября 1936 г. он становится штатным сотрудником академии.

В ночь на 8 февраля 1938 г. А. А. Саткевич был арестован «как член контрреволюционной монархической организации, занимавшейся шпионской и диверсионной деятельностью», и приговорён к высшей мере наказания. Приговор приведен в исполнение 8 июля 1938 г. Реабилитирован А. А. Саткевич был полностью 14 мая 1956 г. [26]; в Академии наук восстановлен в январе 1957 г. [27]. Добавлю, что даже теперь в некоторых публикациях неверно указан год смерти А. А. Саткевича: 1942 г., якобы от голода в Ленинграде.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. **Потемкин Е. Л.** Гродский Георгий Дмитриевич // *Биографический словарь: Высшие чины Российской империи* : [в 3 т.]. Т. 1. (22.10.1721 – 02.03.1917). М.: [б. и.], 2017. С. 607–628.
2. **Гродский Г. Д.** Теория функций комплексных количеств, основанная на распространении способа Гаусса для геометрического представления этих количеств. СПб.: Типография Императорской Акад. наук, 1895. 546 с.
3. **Гродский Г. Д.** Теория гармонических функций (в частности — потенциальных) и приложение их к интегрированию уравнений теории упругости : диссертация капитана гвардии артиллерии Г. Д. Гродского на звание штатного преподавателя Михайловской Арт. акад. СПб.: Лит. Михайловского артиллерийского училища, 1902. 602 с.
4. **Гродский Г. Д.** Курс аналитической геометрии для Артиллерийских училищ и подготовки в Михайловскую. Арт. академию. Часть 1. Аналитическая геометрия на плоскости. СПб.: Типография Н. Н. Клобукова, 1903. 211 с.
5. **Гродский Г. Д.** Курс аналитической геометрии для Артиллерийских училищ и подготовки в Мих. Арт. академию. Часть 2. Аналитическая геометрия в пространстве. СПб.: Типография Импер. Акад. наук, 1903. 245 с.

6. **Гродский Г. Д.** Теория лафетов. Часть первая. СПб.: Типография Императорской Акад. наук, 1906. 232 с.
7. **Гродский Г. Д.** Интегральное исчисление. Часть 1. Интегрирование функций. (Издание третье). СПб.: Типография Императорской Акад. наук, 1912. 165 с.
8. **Гродский Г. Д.** Теория винтовых пружин. Л.: Комиссия особых артиллерийских опытов, 1925. 40 с.
9. Наука и научные работники СССР. Часть V. Научные работники Ленинграда : справочник. Л.: Изд-во АН СССР, 1934. 723 с.
10. **Гродский Г. Д.** Теория динамического сжатия винтовых пружин. Л.: Издание Артиллерийской академии РККА им. Ф. Э. Дзержинского, 1934. 161 с.
11. **Гродский Г. Д.** Об уменьшении погрешности и увеличении точности её оценки при вычислении сумм знакопостоянных бесконечных рядов // *Ученые записки Куйбышевского гос. педагогического и учительского института. Вып. 3. Факультет физ.-мат.* Куйбышев: Куйбышевское изд-во, 1940. С. 29–35.
12. **Гродский Г. Д.** Об интегрировании в конечной форме или же при помощи квадратур линейного дифференциального уравнения 2-го порядка и общего уравнения Риккати // *Сб. научно-исследовательских работ Индустриального ин-та.* Куйбышев, 1941. 2. С. 63–74.
13. **Цветков О. Б.** Основатель кафедры гидроаэромеханики. (К 150-летию со дня рождения профессора Александра Александровича Саткевича) // *Аэродинамика : сб. статей / под ред. Р. Н. Мирошина.* СПб.: СПбГУ, 2000. С. 4–7.
14. Каррер д'Анкосс Элен. Александра Коллонтай: Валькирия революции : пер. с франц. М.: Политическая энциклопедия, 2022. 187 с.
15. **Саткевич А. А.** Водоснабжение городов. Собрание основных правил проектирования и расчетных формул и таблиц. СПб.: Издание А. Березовского, П. Алексеева, А. Петрова, 1899. 109 с.

16. **Саткевич А. А.** Установившееся прямолинейное движение газа, далекого от условий сжижения : диссертация на соискание звания Экстраординарного Профессора по кафедре Прикладной механики. СПб.: Т-во Художеств. Печати, 1902. 101 с.
17. **Саткевич А. А.** Гидромеханика (1-я часть «Курса Гидравлики» Николаевской Инженерной академии). СПб.: Т-во Художеств. печати, 1904. 255 с.
18. **Саткевич А. А.** Начальный курс высшего математического анализа. СПб.: К. Л. Риккер, 1905. 204 с.
19. Список членов и гостей съезда // *Труды I-го Всероссийского Съезда преподавателей математики*. Т. II. Секции. СПб.: Тип. «Север», 1913. 363 с.
20. **Саткевич А. А.** Аэродинамика как теоретическая основа авиации. Петроград: Изд-во Института инженеров путей сообщения, 1923. 579 с.
21. **Саткевич А. А.** Анализ плоского струевого потока как целой механической системы. Л.: Издание Российского гидр. ин-та, 1924. 136 с.
22. **Саткевич А. А.** Натуральные координаты гидродинамики управляемого руслом потока. Л.: Изд. Сев.-Зап. Промбюро ВСНХ, 1926. 82 с.
23. **Саткевич А. А.** Теоретические основы гидроаэродинамики. Ч. 1. Кинематика жидких тел. Л.: Изд. учеб. комбината гражд. возд. флота, 1932. 238 с.
24. **Саткевич А. А.** Теоретические основы гидроаэродинамики. Ч. 2. Динамика жидких тел. Л.; М.: ОНТИ-НКТП СССР, 1934. 459 с.
25. **Саткевич А. А.** О методе контрольной поверхности в гидродинамике // *Труды 2-го Всесоюзного математического съезда*. Ленинград. 1934. Т. 2. Секционные доклады. Л.: Изд. АН СССР, 1935. С. 317–324.
26. Дело профессора А. А. Саткевича // ЦГА СПб. Ф. Р-3025. Оп. 1-2. Д5175.

27. Саткевич Александр Александрович (1869–1938), гидромеханик, член-корреспондент АН СССР // *СПФ АРАН*. Ф. 870. 37 ед. хр.

References

1. **Potemkin E. L.** Grodsky Georgy Dmitrievich. *Biograficheskiy slovar': Vysshiye chiny Rossiyskoy imperii : [v 3 t.]. T. 1. (22.10.1721 — 02.03.1917)* [Biographical Dictionary : Highest Ranks of the Russian Empire : [in 3 volumes]. Vol. 1. (October 22, 1721 — March 2, 1917)]. Moscow: (no publ.), 2017. Pp. 697–628. (In Russ.)
2. **Grodsky G. D.** *Teoriya funktsiy kompleksnykh kolichestv, osnovannaya na rasprostraneniі sposoba Gaussa dlya geometricheskogo predstavleniya etikh kolichestv* [The theory of complex quantities, based on the extension of the Gaussian method for the geometric representations of these quantities]. St. Petersburg: Printing House of the Imperial Academy of Sciences, 1895. 546 p. (In Russ.)
3. **Grodsky G. D.** *Teoriya garmonicheskikh funktsiy (v chastnosti — potentsial'nykh) i prilozheniye ikh k integrirvaniyu uravneniy teorii uprugosti : dissertatsiya kapitana gvardii artillerii G. D. Grodskogo na zvaniye shtatnogo prepodavatelya Mikhaylovskoy Art. akad.* [The theory of harmonic function (in particular, potential) and their application to the integration of equations in the theory of elasticity : a dissertation by Captain of the Guards Artillery G. D. Grodsky for the title of staff instructor at the Mikhail Artillery Academy]. St. Petersburg, Lit. Mikhail Artillery School, 1902. 602 p. (In Russ.)
4. **Grodsky G. D.** *Kurs analiticheskoy geometrii dlya Artilleriyskikh uchilishch i podgotovki v Mikhaylovskuyu. Art. akademiyu. Chast' 1. Analiticheskaya geometriya na ploskosti* [Course of analytical geometry for Artillery schools and training at the Mikhail Artillery Academy. Part 1. Analytical geometry in the plane]. St. Petersburg: Printing House of N. N. Klebukov, 1903. 211 p. (In Russ.)
5. **Grodsky G. D.** *Kurs analiticheskoy geometrii dlya Artilleriyskikh uchilishch i podgotovki v Mikh. Art. akademiyu. Chast' 2. Analiticheskaya geometriya v prostranstve* [Course of analytical geometry for Artillery schools and training at the Mikhail Artillery

- Academy. Part 2. Analitical geometry in space]. St. Petersburg: Printing House of the Imperial Academy of Sciences, 1903. 245 p. (In Russ.)
6. **Grodsky G. D.** *Teoriya lafetov. Chast' pervaya* [The theory of carriages. Part one]. St. Petersburg: Printing House of the Imperial Academy of Sciences, 1906. 232 p. (In Russ.)
 7. **Grodsky G. D.** *Integral'noye ischisleniye. Chast' 1. Integrirovaniye funktsiy (Izdaniye tret'ye)* [Integral calculus. Part one. Integration of functions (Third edition)]. St. Petersburg: Printing House of the Imperial Academy of Sciences, 1912. 165 p. (In Russ.)
 8. **Grodsky G. D.** *Teoriya vintovykh pruzhin* [Theory of helical springs]. L.: Comission for Special Artillery Experiments, 1925. 40 p. (In Russ.)
 9. *Nauka i nauchnyye rabotniki SSSR. Chast' V. Nauchnyye rabotniki Leningrada : spravochnik* [Science and Scientists of the USSR. Part V. Scientists of Leningrad : Directory]. L.: Publishing House of The Academy of Sciences of the USSR, 1934. 723 p. (In Russ.)
 10. **Grodsky G. D.** *Teoriya dinamicheskogo szhatiya vintovykh pruzhin* [Theory of dynamic compression of helical springs]. L.: Edition of the Artillery Academy of the Red Army named after F. E. Dzerzhinsky, 1934. 161 p. (In Russ.)
 11. **Grodsky G. D.** On reducing the margin of error and increasing the accuracy of its assessment when calculating the sums of sing constant infinite series. *Uchenyye zapiski Kuybyshevskogo gos. pedagogicheskogo i uchitel'skogo instituta. Vyp. 3. Fakul'tet fiz.-mat* [Scientific Notes of the Kuybyshev State Pedagogical and Teacher Training Institute. Vol. 3. Faculty of Physics and Mathematics]. Kuybyshev: Kuybyshev Publishing House, 1940. Pp. 29–35. (In Russ.)
 12. **Grodsky G. D.** On the integration in finite form a by means of quadrature of the second-order linear differential equation and the general Riccati equation. *Sb. nauchno-issledovatel'skikh rabot Industrial'nogo in-ta* [Collection of scientific research works of the Industrial Institute]. Kuybyshev, 1941. 2. Pp. 63–74. (In Russ.)

13. **Tsvetkov O. B.** Founder of Department of Hydro aerodynamics (on the 150th anniversary of the birth of Professor Alexander Aleksandrovich Satkevich. *Aerodinamika : sb. statey* [Aerodynamics. Collection of articles]. Edited by R. N. Miroshin. St. Petersburg: St. Petersburg University, 2000. Pp. 4–7. (In Russ.)
14. **Carrere d'Ancos Helen.** *Aleksandra Kollontay: Val'kiriya revolyutsii : per. s frants.* [Alexandra Kollontai: Valkyrie of the Revolution (translated from French)]. Moscow: Political Encyclopedia, 2022. 187 p. (In Russ.)
15. **Satkevich A. A.** *Vodosnabzheniye gorodov. Sobraniye osnovnykh pravil proyektirovaniya i raschetnykh formul i tablits* [Water supply for cities. A collection of basic design rules and calculation formulas and tables]. St. Petersburg: Published by A. Berezovsky, P. Alekseev, A. Petrov. 1899. 109 p. (In Russ.)
16. **Satkevich A. A.** *Ustanovivshyesya pryamolineynoye dvizheniye gaza, dalekogo ot usloviy szhizheniya : dissertatsiya na soiskaniye zvaniya Ekstraordinarnogo Professora po kafedre Prikladnoy mekhaniki* [Established rectilinear gas movement, distant from liquefaction conditions : dissertation for the title of Extraordinary Professor at the Department of Applied Mechanics]. St. Petersburg: Art print Society, 1902. 101 p. (In Russ.)
17. **Satkevich A. A.** *Gidromekhanika (1-ya chast' "Kursa Gidravliki" Nikolayevskoy Inzhenernoy akademii)* [Hydromechanics (1st part of the "Hydraulics Course" of the Nikolaev Engineering Academy)]. St. Petersburg: Art print Society, 1904. 255 p. (In Russ.)
18. **Satkevich A. A.** *Nachal'nyy kurs vysshego matematicheskogo analiza* [Introduction to Advanced Mathematical Analysis]. St. Petersburg: K. L. Rikker, 1905. 204 p. (In Russ.)
19. List of members and guests of the congress. *Trudy I-go Vserossiyskogo S"yezda prepodavateley matematiki. T. II. Sektsii* [Proceedings of the I All-Russian Congress of Mathematics Teachers. Vol. II. Sections]. St. Petersburg: Typ. "Sever", 1913. 363 p. (In Russ.)
20. **Satkevich A. A.** *Aerodinamika kak teoreticheskaya osnova aviatsii* [Aerodynamics as the theoretical foundation of aviation]. Petrograd:

Publishing House of the Institute of Engineers of Transport Communications, 1923. 579 p. (In Russ.)

21. **Satkevich A. A.** *Analiz ploskogo struyevogo potoka kak tseloy mekhanicheskoy sistemy* [Analysis of the flat jet flow as a whole mechanical system]. L.: Publishing House of the Russian Hydrological Institute, 1923. 136 p. (In Russ.)
22. **Satkevich A. A.** *Teoreticheskiye osnovy gidro-aerodinamiki. Ch. 1. Kinematika zhidkikh tel* [Natural coordinates of hydrodynamics controlled by the flow channel]. L.: Publishing House of the Nord-Western Bureau of the Supreme Economic Council, 1926. 82 p. (In Russ.)
23. **Satkevich A. A.** *Teoreticheskiye osnovy gidro-aerodinamiki. Ch. 1. Kinematika zhidkikh tel* [Theoretical foundations of hydro-aerodynamics. Part 1. Kinematics of liquid bodies]. L.: Publishing house of the educational combined institution of the civil air fleet, 1932. 238 p. (In Russ.)
24. **Satkevich A. A.** *Teoreticheskiye osnovy gidroaerodinamiki. Ch. 2. Dinamika zhidkikh tel* [Theoretical foundations of hydro-aerodynamics. Part 2. Dynamics of liquid bodies]. L.; Moscow: ONTI-NKTP of the USSR, 1934. 459 p. (In Russ.)
25. **Satkevich A. A.** On the method of control surfaces in hydro dynamics. *Trudy 2-go Vsesoyuznogo matematicheskogo s"yezda. Leningrad. 1934. T. 2. Sektsionnyye doklady* [Proceeding of the 2nd All-Union Mathematical Congress. Leningrad. 1934. Vol. 2. Sectional Reports]. L.: Published by the Academy of Sciences of the USSR, 1935. Pp. 317–324. (In Russ.)
26. The case of Professor A. A. Satkevich. *Tsentral'nyy gosudarstvennyy arkhiv Sankt-Peterburga* [Central State Archive of St. Petersburg]. F.R.-3025. Op. 1-2. D.5175. (In Russ.)
27. Satkevich Alexander Aleksandrovich (1869–1938), hydro mechanic, corresponding member of the Academy of Sciences of the USSR. *SPf Akademiya nauk SSSR* [SPf Ar. Academy of Sciences of USSR]. F. 870. 37 storage unit. (In Russ.)

Сведения об авторе / Information about author

Одинец Владимир Петрович / Vladimir P. Odyniec

д.ф.-м.н., профессор / Doctor of Physical and Mathematical Sciences,
Professor

Статья поступила в редакцию / The article was submitted 03.07.2025

Одобрено после рецензирования / Approved after reviewing 08.07.2025

Принято к публикации / Accepted for publication 29.09.2025

НАСТАВНИК-УЧЕНИК

TUTOR-FOLLOWER

Вестник Сыктывкарского университета.

Серия 1: Математика. Механика. Информатика. 2025.

Выпуск 2 (55)

Bulletin of Syktyvkar University.

Series 1: Mathematics. Mechanics. Informatics. 2025; 2 (55)

Научная статья

УДК 004.5

https://doi.org/10.34130/1992-2752_2025_2_54

ПРИМЕНЕНИЕ ИНКЛЮЗИВНОГО ДИЗАЙНА ПРИ РАЗРАБОТКЕ МОБИЛЬНЫХ ПРИЛОЖЕНИЙ

Юрий Валентинович Гольчевский,

Арина Михайловна Уляшева

Сыктывкарский государственный университет

имени Питирима Сорокина, yurygol@mail.ru, arina.imp@yandex.ru

Аннотация. В статье рассматриваются теоретические основы и практические подходы к инклюзивному дизайну мобильных приложений. Актуальность исследования обусловлена ростом цифровой мобильности и необходимостью создания решений, доступных для пользователей с различными видами ограничений. Описаны ключевые стандарты и модели — принципы Microsoft, рекомендации WCAG и методология Persona Spectrum. Проведен анализ типичных ошибок, нарушающих принципы доступности, и предложена интегрированная модель проектирования, включающая этапы аудита, соучастия, тестирования и внедрения. Работа подчеркивает значимость системного подхода к инклюзивному дизайну и его влияние на качество пользовательского опыта.

Ключевые слова: инклюзивный дизайн, мобильные приложения, доступность, WCAG, UX

Для цитирования: Гольчевский Ю. В., Уляшева А. М. Применение инклюзивного дизайна при разработке мобильных приложений // *Вестник Сыктывкарского университета. Сер. 1: Математика. Механика. Информатика*. 2025. Вып. 2 (55). С. 54–69. https://doi.org/10.34130/1992-2752_2025_2_54

Article

APPLYING INCLUSIVE DESIGN TO MOBILE APPLICATION DEVELOPMENT

Yuriy V. Golchevskiy, Arina M. Ulyasheva

Pitirim Sorokin Syktyvkar State University, yurygol@mail.ru,
arina.imp@yandex.ru

Abstract. The paper discusses the theoretical foundations and practical approaches to the inclusive design of mobile applications. The relevance of the study is due to the digital mobility growth and the need to create solutions accessible to users with various types of limitations. The key standards and models are described – Microsoft principles, WCAG recommendations, and Persona Spectrum methodology. The typical errors violating the principles of accessibility analysis is carried out, and an integrated design model is proposed, including the stages of audit, participation, testing and implementation. The work highlights the importance of a systematic approach to inclusive design and its impact on the quality of user experience.

Keywords: Inclusive Design, Mobile Applications, Accessibility, WCAG, UX

For citation: Golchevskiy Yu. V., Ulyasheva A. M. Applying inclusive design to mobile application development. *Vestnik Syktyvkarского университета. Seriya 1: Matematika. Mekhanika. Informatika* [Bulletin of Syktyvkar University, Series 1: Mathematics. Mechanics. Informatics], 2025, no 2 (55), pp. 54–69. (In Russ.) https://doi.org/10.34130/1992-2752_2025_2_54

1. Введение

Активное развитие мобильных технологий и цифровая трансформация бизнеса способствуют широкому распространению мобильных приложений, которые становятся одним из основных инструментов взаимодействия между компаниями и пользователями.

По данным статистического портала маркетинговых исследований и изучения рынка Statista.com в 2025 году оценочное количество пользователей смартфонов в мире превышает 7,4 млрд человек [1]. Более 60 % компаний используют стратегию mobile-first, что подтверждает растущий спрос на мобильные бизнес-решения [2]. По прогнозам, к 2027 году через мобильные платформы будет осуществляться 62 % всех онлайн-операций, что в денежном выражении составит порядка 3,4 трлн долларов [3].

В условиях такого масштабного роста необходимо учитывать разнообразие пользовательской аудитории. Согласно данным Всемирной организации здравоохранения 16 % мирового населения (1,3 млрд человек) имеют различные формы инвалидности [4]. Игнорирование их особенностей и потребностей при проектировании и разработке программного обеспечения не только делает продукты и сервисы недоступными для людей с инвалидностью, но и лишает компании возможности охватить достаточно значимый сегмент рынка.

По результатам исследования, представленного Всемирным институтом инвалидности (World Institute on Disability) [5], более 70 % популярных мобильных приложений имеют различные проблемы доступности. Например, имеют плохой цветовой контраст или применяют макеты, которые невозможно использовать с программами чтения с экрана, что не обеспечивает полную совместимость с технологиями экранного доступа, исключая незрячих пользователей.

На ресурсе инициативы W3C по обеспечению доступности веб-сайтов (W3C Web Accessibility Initiative) <https://www.w3.org/WAI/> даются понятия доступности, удобства использования и инклюзивности. Основная цель доступности — это устранение барьеров для людей с инвалидностью. Она служит важным компонентом философии инклюзивного дизайна, который охватывает большое разнообразие ограничений и особых потребностей различных групп пользователей. Такой подход не только повышает качество пользовательского опыта (UX), но и существенно расширяет потенциальную аудиторию продукта. Согласно исследованию, опубликованному на ресурсе [6], внедрение инклюзивного дизайна и комплексных решений в области цифровой доступности позволяет увеличить среднюю выручку на 23 %.

В научной литературе можно найти достаточно много работ, посвященных представлению различных принципов разработки дизайна мобильных приложений, особенностям UX/UI, обзорам факторов удобства

использования, адаптивности, красоты, цветового и эмоционального дизайна, организации обратной связи и других [7–9]. Однако проблемам инклюзивного дизайна, на наш взгляд, уделяется недостаточно внимания в литературе и, особенно, при обучении будущих IT-специалистов, что обуславливает не всегда достаточный уровень подготовки разработчиков и отсутствие системного контроля качества с учетом потребностей пользователей с ограниченными возможностями здоровья.

Цель данной работы заключается в обосновании и акцентировании внимания на прикладном подходе к инклюзивному проектированию мобильных интерфейсов с учетом разнообразия пользовательских сценариев и условий взаимодействия.

2. Методы

Работа основана на анализе современных тенденций развития и применения технологий разработки мобильных приложений, анализе публикаций и научных дискуссий по данной тематике, требований современных стандартов. Использовались методы наблюдения и сравнения на основе данных, полученных за время практической работы.

3. Методологические подходы к инклюзивному дизайну

Учитывая указанную во введении значимость инклюзивного дизайна для создания мобильных решений, закономерно возникает вопрос о конкретных подходах к его реализации.

Современные взгляды на проектирование цифровых продуктов предполагают отход от универсального пользователя как нормы. В фокусе внимания оказываются реальные различия между людьми — физические, когнитивные, эмоциональные, социальные и технические условия взаимодействия таких людей с программным продуктом.

Ведущие компании в области цифровых технологий разработали концептуальные основы для практического внедрения этой философии. В частности, принципы инклюзивного дизайна Microsoft — «признавайте исключение», «учитесь у разнообразия», «решая задачу для одного, создавайте решения для многих» [10] — подчеркивают важность осознания различий для улучшения пользовательского опыта и необходимость в проектировании решений, способных адаптироваться к различным возможностям, потребностям и жизненным ситуациям людей.

Для систематического выявления и преодоления конкретных барьеров, с которыми сталкиваются пользователи, а также для масштабирования решений «для многих», используются следующие инструменты.

Во-первых, для обеспечения фундаментальной доступности и соответствия базовым потребностям пользователей с инвалидностью необходим технический стандарт. Ключевым нормативным ориентиром в обеспечении доступности, признаваемым и поддерживаемым мировым сообществом разработчиков, можно считать руководство Web Content Accessibility Guidelines (WCAG), размещенное на ресурсе <https://www.w3.org/TR/WCAG22>, в основе которого лежат принципы POUR (Perceivable, Operable, Understandable, Robust).

- Perceivable (воспринимаемость) — требует альтернативного представления информации: текстовые описания для медиа, адаптируемый контент, контрастность от 4.5:1 и т. д.;
- Operable (управляемость) — требует наличия различных способов взаимодействия: ввод в помощь клавиатуры, регулируемое время отклика, отсутствие «опасных» анимаций;
- Understandable (понятность) — обеспечивает предсказуемость и простоту использования интерфейса: последовательная логически выверенная навигация, наличие понятных подсказок при возникновении ошибок;
- Robust (надежность) — гарантирует совместимость: семантическая разметка, поддержка набора специальных атрибутов ARIA, корректная работа с технологиями экранного доступа и т. д.

Во-вторых, чтобы выйти за рамки постоянной инвалидности и учесть весь спектр ограничений (принцип «учитесь у разнообразия»), применяется модель Persona Spectrum. Эта методология фокусируется на схожести барьеров при постоянных, временных и ситуативных ограничениях: одинаковые преграды могут возникать у разных людей в разных обстоятельствах.

Примеры схожих барьеров:

- пользователь с одной рукой (постоянное ограничение), человек с травмой руки (временное ограничение) и родитель, держащий ребенка, (ситуативное ограничение) — все эти пользователи сталкиваются с задачей взаимодействия с продуктом с помощью одной руки (физические условия);

- пользователь, страдающий от тревожного расстройства (постоянное ограничение), человек, переживающий стрессовую ситуацию, (временное ограничение) и пользователь, испытывающий раздражение из-за длительного ожидания загрузки (ситуативное ограничение) — все они сталкиваются с трудностями восприятия контента (эмоциональные условия);
- технические условия и проблемы доступа к ресурсоемким приложениям могут быть связаны с ограниченным интернет-доступом, обусловленным особенностями местности (постоянное ограничение), нестабильностью связи (временное ограничение) или временным отключением передачи данных (ситуативное ограничение).

Эти примеры иллюстрируют, как Persona Spectrum выявляет универсальные барьеры. Проектирование решений для одного типа ограничения способствует созданию доступных интерфейсов для людей с аналогичными барьерами. Такой подход существенно расширяет целевую аудиторию продукта за счет охвата разнообразных пользовательских контекстов и жизненных ситуаций.

Таким образом, рассмотренные выше принципы и стандарт WCAG демонстрируют практические пути реализации философии, ориентированной на максимально широкий круг пользователей. Синтезируя эти подходы, можно дать следующее определение инклюзивного дизайна.

Инклюзивный дизайн — это методология проектирования цифровых продуктов, ориентированная на создание понятных, удобных и доступных интерфейсов для максимально широкого круга пользователей в различных ситуациях. Ее суть заключается в системном учете нескольких факторов:

- индивидуальных особенностей (физические и когнитивные возможности, эмоциональные и социальные аспекты);
- контекстуальных условий (временные и ситуационные ограничения);
- культурно-языковой среды (культурные нормы, языковые барьеры).

Другие определения можно найти на ресурсах [11; 12].

4. Результаты

Теоретическая обоснованность инклюзивного дизайна не гарантирует его практической реализации. В работе [13] отмечается, что проблемы охватывают несколько измерений, выходя далеко за рамки просто удобства использования и сферы пользовательского опыта. Также представлены результаты экспертного анализа мобильных приложений, что выявило распространенные проблемы.

В целом в качестве примеров нарушения базовых принципов WCAG и Persona Spectrum, которые систематически создают барьеры для инклюзии, исключая или затрудняя взаимодействие с продуктом широкого спектра пользователей, можно привести следующее:

1. Избыточность контента, сложность поиска информации, отсутствие логической структуры и инструкций, трудности поиска функций (рис. 1). Это прямо нарушает принцип WCAG Understandable и создает барьеры для пользователей с когнитивными ограничениями (дислексия, СДВГ), а также для новичков, пользователей в стрессовых ситуациях (Persona Spectrum).

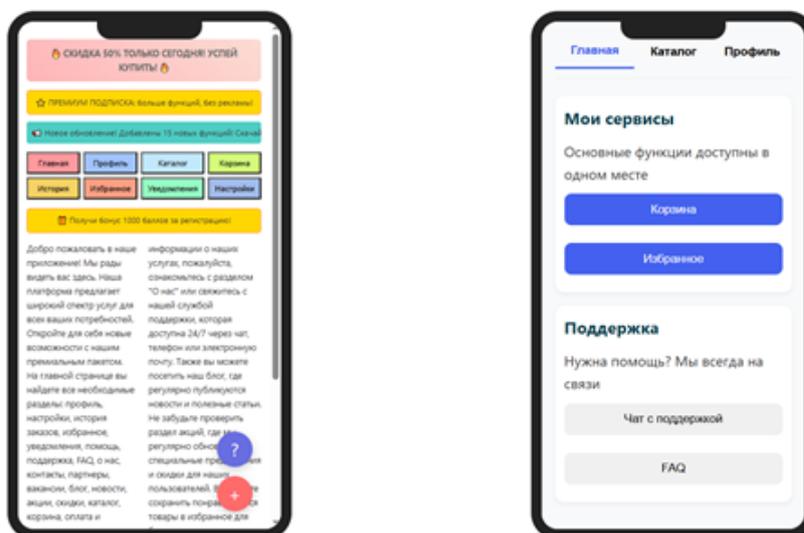


Рис. 1. Слева: избыточность контента и отсутствие логической структуры. Справа: логически структурированный и понятный интерфейс

2. Нечитаемые шрифты, неадаптированные цветовые схемы, низкая контрастность, нестандартные или слишком маленькие кнопки,

непонятные иконки (рис. 2). Такие элементы нарушают принцип WCAG Perceivable и Operable, делая интерфейс недоступным для слабовидящих пользователей, пользователей с моторными нарушениями (тремор, ограниченная ловкость) и пользователей в условиях яркого освещения или шума.

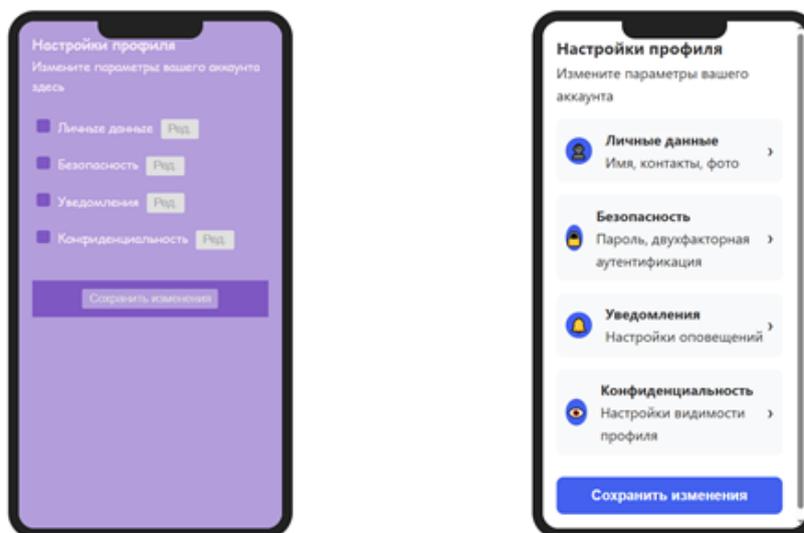


Рис. 2. Слева: нечитаемые шрифты, низкая контрастность и неадаптированные элементы. Справа: хорошая контрастность, читаемые шрифты и доступные элементы управления

Такого рода проблемы могут быть легко обнаружены и устранены разработчиками с помощью специальных инструментов и сервисов. В качестве примера можно привести простой онлайн-сервис Colour Contrast Check (https://snook.ca/technical/colour_contrast/colour.html). Задав цвета текста и фона для приложения на рис. 2 (слева), получили результат, что такая комбинация цветов нарушает требования WCAG (обведено красной рамкой на рис. 3).

Другим примером является анализатор цветового контраста, помогающий выполнять оптимизацию текста и визуальных элементов для людей с дальтонизмом и иными нарушениями зрения (ресурс <https://www.tpgi.com/>).

3. Нестандартные или сложные жесты (навигация), неэффективные или навязчивые уведомления (рис. 4). Нарушение принципа WCAG Operable создает барьеры для пользователей с моторными

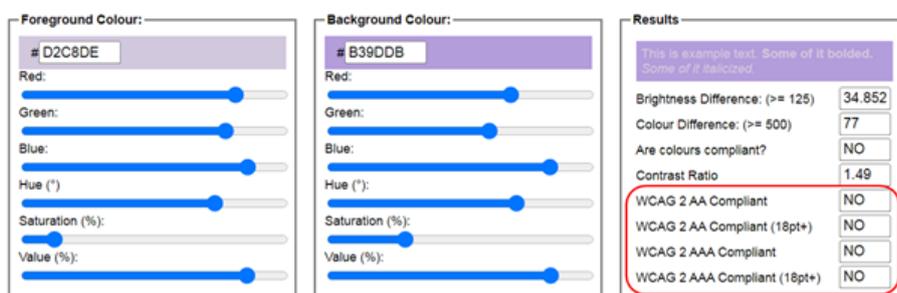


Рис. 3. Пример работы онлайн-сервиса Colour Contrast Check

нарушениями (невозможность выполнить жест), пользователей с когнитивными ограничениями (непонимание жеста) и пользователей в ситуациях, требующих концентрации (Persona Spectrum), где навязчивые уведомления дезориентируют.

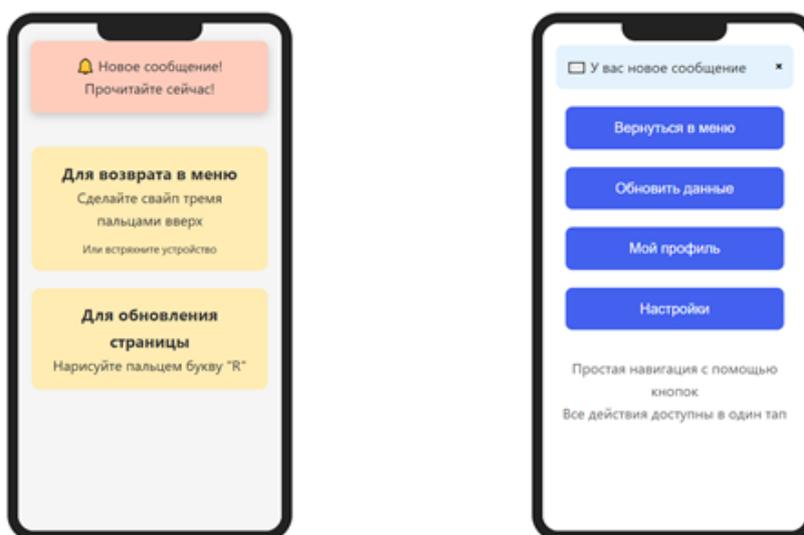


Рис. 4. Слева: сложные жесты и дезориентирующие уведомления. Справа: простая навигация и системные оповещения

Хотя нормативные рамки инклюзивного дизайна детально проработаны, на практике они нередко реализуются фрагментарно. Фокус смещен в сторону базовой функциональности, безопасности и скорости выполнения операций, в то время как доступность и учет разнообразия пользовательских потребностей, ключевые аспекты инклюзивного

подхода, часто отодвигаются на периферию как «дополнительные» опции [14]. Это приводит к проблемам, которые:

- дискриминируют пользователей с ограниченными возможностями здоровья (например, нечитаемые шрифты исключают слабовидящих, мелкие кнопки недоступны при моторных нарушениях);
- снижают эффективность для всех в неидеальных условиях (сложная навигация увеличивает когнитивную нагрузку при стрессе);
- ограничивают охват аудитории (игнорируя потребности пожилых пользователей или людей с временными ограничениями).

Устранение подобных барьеров требует не точечных исправлений, а системной интеграции философии инклюзивного дизайна на всех этапах жизненного цикла продукта. Рассмотрение путей устранения этих барьеров представлено далее в виде модели (некоторых рекомендаций).

Данная модель, основанная на принципах Microsoft и инструментах WCAG/Spectrum, включает следующие взаимосвязанные этапы:

1. Исследование и аудит целевой аудитории.

Решение проблемы игнорирования контекстных барьеров (Persona Spectrum).

- Проведение интервью с представителями различных категорий пользователей для выявления скрытых ограничений.
- Учет мнения профильных специалистов при совместной работе над проектированием и разработкой.
- Использование автоматизированных инструментов (Figma Accessibility Tools, Google Lighthouse и подобных) при аудите текущих решений.

Реализует принцип «учитесь у разнообразия» через охват постоянных, временных и ситуативных ограничений, предотвращая нарушения WCAG Perceivable/Operable.

2. Проектирование с устранением барьеров.

- Учет рекомендаций WCAG с адаптацией под потребности.

- Внедрение адаптивных сценариев взаимодействия: режим высокой контрастности, звуковое дублирование текста, упрощенный режим.
- Совместная работа дизайнеров, разработчиков и пользователей, имеющих различные трудности, на ранних этапах.

Реализует принцип «решая задачу для одного, создаем решения для многих» через соучастие в проектировании пользователей с ограничениями, предотвращая нарушения WCAG Understandable/Perceivable/Operable.

3. Тестирование с участием пользователей с ограничениями.

- Обязательное включение людей с различными ограничениями в тестовые сценарии.
- Проведение инструментального тестирования с использованием технологий экранного доступа (VoiceOver, TalkBack), клавиатурной навигации, голосового ввода и переключателей.

Реализует принцип «признавайте исключение» (Microsoft) через подтверждение в реальных условиях ограничений, предотвращая нарушения WCAG Robust/Operable.

4. Обучение команд.

- Обучение команд основам инклюзивного дизайна (включая вузовские образовательные программы).
- Непрерывная оценка и доработка на основе обратной связи.

Реализует принципы системности инклюзивного дизайна через закрепление практик в рабочих процессах, предотвращая фрагментарность реализации и обеспечивая непрерывное соответствие WCAG.

5. Обсуждение

Таким образом, предложенная модель инклюзивного проектирования представляет собой не только набор инструментов, но и философию, интегрированную в процесс создания цифровых продуктов. Это

важно в условиях цифровой трансформации, когда устойчивое развитие и социальная ответственность становятся значимыми факторами конкурентоспособности технологических решений. Дальнейшие исследования могут быть направлены на эмпирическую проверку эффективности внедрения описанной модели в реальных проектах.

Также важным представляется и методологический аспект данной тематики, связанный с обучением принципам инклюзивного дизайна и их внедрением в дальнейшую профессиональную деятельность будущих IT-специалистов.

Список источников

1. Number of smartphone mobile network subscriptions worldwide from 2016 to 2023, with forecasts from 2023 to 2028 [Электронный ресурс]. URL: <https://www.statista.com/statistics/330695/number-of-smartphone-users-worldwide/> (дата обращения: 03.06.2025).
2. 61.3% of enterprises are strongly mobile-first. This article is for the other 39% // Appsflyer [Электронный ресурс]. URL: <https://www.appsflyer.com/blog/mobile-marketing/enterprises-mobile-first/> (дата обращения: 03.06.2025).
3. Global Mobile E-Commerce Worth \$ 2.2 Trillion in 2023 [Электронный ресурс]. URL: <https://www.statista.com/chart/13139/estimated-worldwide-mobile-e-commerce-sales/> (дата обращения: 03.06.2025).
4. Global report on health equity for persons with disabilities. World Health Organization [Электронный ресурс]. URL: <https://www.who.int/teams/noncommunicable-diseases/sensory-functions-disability-and-rehabilitation/global-report-on-health-equity-for-persons-with-disabilities> (дата обращения: 03.06.2025).
5. Accountability Now: Enforcing Accessibility Standards In the Mobile App Economy. World Institute on Disability, April 2025 [Электронный ресурс]. URL: <https://wid.org/wp-content/uploads/2025/05/2025-Accountability-Now-Mobile-App-WP-3.pdf> (дата обращения: 03.06.2025).
6. **Mico D., Pano F., Patel S.** ROI of Digital Accessibility Investments in Business Growth. Accessibility-test.org, March, 2025 [Электрон-

- ный ресурс]. URL: <https://accessibility-test.org/blog/industries/roi-of-digital-accessibility-investments-in-business-growth/> (дата обращения: 03.06.2025)
7. **Sandesara M. et al.** Design and experience of mobile applications: a pilot survey // *Mathematics*. 2022. Vol. 10. No 14. P. 2380. DOI: 10.3390/math10142380.
 8. **Fan H.Y. et al.** A Comprehensive Review of Color-Emotion Design Models in Enhancing Usability for the Elderly of Mobile Healthcare Applications // *The 9th International Conference on Communication and Media (i-COME 24)*. Atlantis Press, 2025. Pp. 227–237. DOI: 10.2991/978-94-6463-756-4_23.
 9. **Melnikov V. A., Yermolenko A. V.** Development of XML-based Markup Language // *Вестник Сыктывкарского университета. Сер. 1: Математика. Механика. Информатика*. 2022. Вып. 1 (42). С. 61–73. EDN: PROVIM. DOI: 10.34130/1992-2752_2022_1_61.
 10. Inclusive Microsoft Design [Электронный ресурс]. URL: <https://inclusive.microsoft.design/tools-and-activities/Inclusive101Guidebook.pdf> (дата обращения: 03.06.2025).
 11. What is inclusive design? [Электронный ресурс]. URL: <https://www.inclusivedesigntoolkit.com/whatis/whatis.html> (дата обращения: 03.06.2025).
 12. **Kendrick A.** Inclusive Design. Nielsen Norman Group [Электронный ресурс]. URL: <https://www.nngroup.com/articles/inclusive-design/> (дата обращения: 03.06.2025).
 13. **Weichbroth P.** Usability Issues With Mobile Applications: Insights From Practitioners and Future Research Directions // *IEEE Access*. 2025. Vol. 13. Pp. 91301–91311. DOI: 10.1109/ACCESS.2025.3573503.
 14. **Bi T. et al.** Accessibility in Software Practice: A Practitioner’s Perspective // *ACM Transactions on Software Engineering and Methodology*. 2022. Vol. 31. No. 4. DOI: 10.1145/3503508.

References

1. *Number of smartphone mobile network subscriptions worldwide from 2016 to 2023, with forecasts from 2023 to 2028* [Electronic resource]. Available at: <https://www.statista.com/statistics/330695/number-of-smartphone-users-worldwide/> (accessed: 03.06.2025).
2. 61.3% of enterprises are strongly mobile-first. This article is for the other 39%. *Appsflyer* [Electronic resource]. Available at: <https://www.appsflyer.com/blog/mobile-marketing/enterprises-mobile-first/> (accessed: 03.06.2025).
3. *Global Mobile E-Commerce Worth \$ 2.2 Trillion in 2023* [Electronic resource]. Available at: <https://www.statista.com/chart/13139/estimated-worldwide-mobile-e-commerce-sales/> (accessed: 03.06.2025).
4. *Global report on health equity for persons with disabilities. World Health Organization* [Electronic resource]. Available at: <https://www.who.int/teams/noncommunicable-diseases/sensory-functions-disability-and-rehabilitation/global-report-on-health-equity-for-persons-with-disabilities> (accessed: 03.06.2025).
5. *Accountability Now: Enforcing Accessibility Standards In the Mobile App Economy. World Institute on Disability, April 2025* [Electronic resource]. Available at: <https://wid.org/wp-content/uploads/2025/05/2025-Accountability-Now-Mobile-App-WP-3.pdf> (accessed: 03.06.2025).
6. **Mico D., Pano F., Patel S.** *ROI of Digital Accessibility Investments in Business Growth. Accessibility-test.org, March, 2025* [Electronic resource]. Available at: <https://accessibility-test.org/blog/industries/roi-of-digital-accessibility-investments-in-business-growth/> (accessed: 03.06.2025)
7. **Sandesara M. et al.** Design and experience of mobile applications: a pilot survey. *Mathematics*. 2022. Vol. 10. No 14. P. 2380. DOI: 10.3390/math10142380.
8. **Fan H.Y. et al.** A Comprehensive Review of Color-Emotion Design Models in Enhancing Usability for the Elderly of Mobile Healthcare Applications. *The 9th International Conference on Communication*

- and Media (i-COME 24)*. Atlantis Press, 2025. Pp. 227–237. DOI: 10.2991/978-94-6463-756-4_23.
9. **Melnikov V. A., Yermolenko A. V.** Development of XML-based Markup Language. *Vestnik Syktyvkarского университета. Seriya 1: Matematika. Mekhanika. Informatika* [Bulletin of Syktyvkar University, Series 1: Mathematics. Mechanics. Informatics]. 2022. No 1 (42). Pp. 61–73. EDN: PROVIM. DOI: 10.34130/1992-2752_2022_1_61.
 10. *Inclusive Microsoft Design* [Electronic resource]. Available at: <https://inclusive.microsoft.design/tools-and-activities/Inclusive101Guidebook.pdf> (accessed: 03.06.2025).
 11. *What is inclusive design?* [Electronic resource]. Available at: <https://www.inclusivedesigntoolkit.com/whatis/whatis.html> (accessed: 03.06.2025).
 12. **Kendrick A.** *Inclusive Design*. Nielsen Norman Group [Electronic resource]. Available at: <https://www.nngroup.com/articles/inclusive-design/> (accessed: 03.06.2025).
 13. **Weichbroth P.** Usability Issues With Mobile Applications: Insights From Practitioners and Future Research Directions. *IEEE Access*. 2025. Vol. 13. Pp. 91301–91311. DOI: 10.1109/ACCESS.2025.3573503.
 14. **Bi T. et al.** Accessibility in Software Practice: A Practitioner’s Perspective. *ACM Transactions on Software Engineering and Methodology*, 2022. Vol. 31. No 4. DOI: 10.1145/3503508.

Сведения об авторах / Information about authors

Гольчевский Юрий Валентинович / Yuriy V. Golchevskiy

к.ф.-м.н., доцент, заведующий кафедрой прикладной информатики /
Candidate of Science in Physics and Mathematics, Associate Professor,
Head of Applied Informatics Department

Сыктывкарский государственный университет имени Питирима Сорокина / Pitirim Sorokin Syktyvkar State University

167001, Россия, г. Сыктывкар, Октябрьский пр., 55 / 55, Oktyabrsky Ave., Syktyvkar, 167001, Russia

Уляшева Арина Михайловна / Arina M. Ulyasheva

магистрант / magister degree student

Сыктывкарский государственный университет имени Питирима Сорокина / Pitirim Sorokin Syktyvkar State University

167001, Россия, г. Сыктывкар, Октябрьский пр., 55 / 55, Oktyabrsky Ave., Syktyvkar, 167001, Russia

Статья поступила в редакцию / The article was submitted 04.06.2025

Одобрена после рецензирования / Approved after reviewing 10.06.2025

Принята к публикации / Accepted for publication 26.06.2025

Вестник Сыктывкарского университета.
Серия 1: Математика. Механика. Информатика. 2025.
Выпуск 2 (55)
Bulletin of Syktyukar University.
Series 1: Mathematics. Mechanics. Informatics. 2025; 2 (55)

Научная статья

УДК 004.9

https://doi.org/10.34130/1992-2752_2025_2_70

ЦИФРОВАЯ КАРТА СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКОГО РАЗВИТИЯ РЕСПУБЛИКИ КОМИ

Андрей Васильевич Ермоленко,

Артем Георгиевич Наддака

Сыктывкарский государственный университет
имени Питирима Сорокина, ea74@list.ru

Аннотация. В статье описаны технологии разработки веб-приложения, визуализирующего социально-экономические показатели Республики Коми с возможностью отображения по муниципальным образованиям. Приложение реализовано на языке программирования JavaScript с использованием библиотек D3.js, Chart.js в сочетании с открытыми интерфейсами OpenStreetMap API и Wikidata API. Взаимодействие с пользователем осуществляется через HTML-элемент canvas, на котором динамически отрисовываются контуры региона. В работе показано применение современных веб-технологий для создания гибких интерактивных инструментов анализа открытых данных. Код проекта размещен в открытом доступе на GitHub.

Ключевые слова: JavaScript, D3.js, Chart.js, Республика Коми, визуализация данных, статистические данные, интерактивная карта

Для цитирования: Ермоленко А. В., Наддака А. Г. Цифровая карта социально-экономического развития Республики Коми // *Вестник Сыктывкарского университета. Сер. 1: Математика. Механика. Информатика.* 2025. Вып. 2 (55). С. 70–79.
https://doi.org/10.34130/1992-2752_2025_2_70

Article

DIGITAL MAP OF SOCIO-ECONOMIC DEVELOPMENT OF THE KOMI REPUBLIC

Andrei V. Yermolenko, Artem G. Naddaka

Pitirim Sorokin Syktyvkar State University, ea74@list.ru

Abstract. The article describes technologies for developing a web application that visualizes socio-economic indicators of the Komi Republic with the ability to display by municipalities. The application is implemented in the JavaScript programming language using the D3.js, Chart.js libraries in combination with the open interfaces OpenStreetMap API and Wikidata API. Interaction with the user is carried out through the HTML canvas element, on which the contours of the region are dynamically drawn. The work demonstrates the use of modern web technologies to create flexible interactive tools for analyzing open data. The project code is posted in the public domain on GitHub.

Keywords: JavaScript, D3.js, Chart.js, Komi Republic, data visualization, statistical data, interactive map

For citation: Yermolenko A. V., Naddaka A. G. Digital map of socio-economic development of the Komi Republic. *Vestnik Syktyvkarского университета. Seriya 1: Matematika. Mekhanika. Informatika* [Bulletin of Syktyvkar University, Series 1: Mathematics. Mechanics. Informatics], 2025, no 2 (55), pp. 70–79. (In Russ.) https://doi.org/10.34130/1992-2752_2025_2_70

1. Введение

Современные методы визуализации позволяют превращать сложные статистические данные в понятные и информативные образы (см., [1; 2]). Пример такой визуализации показан в статье [3], в которой описывается созданная с использованием веб-технологий интерактивная карта экологических проблем Баренц-региона. Также следует отметить наличие ряда работ, в которых в интерактивном режиме выводится информация о полезных ископаемых — их запасах, разработанности и др. (см., например, [4]).

Указанные выше аспекты привели к идее создания интерактивной карты Республики Коми, отражающей социально-экономические показатели. Отметим, что Республика Коми — регион со значительными демографическими и территориальными различиями, здесь соседствуют

развитые города и отдаленные поселения с минимальной плотностью населения. Поэтому чтобы глубже изучить социально-экономические процессы в этом субъекте, нужен не просто инструмент, а интерактивная платформа, способная преобразовать данные в наглядную и интуитивно понятную форму.

Цель представленной статьи — описать технологии и особенности создания интерактивной карты Республики Коми с возможностью детального изучения статистических социально-экономических показателей.

2. Материалы и методы

Для создания карты использованы геоданные, полученные с портала Geofabrik [5], при этом в ГИС QGIS из общего массива по Северо-Западному федеральному округу Российской Федерации были выделены данные по территории Республики Коми. Полученные GeoJSON-файлы были оптимизированы для отображения в браузере. Общий объем данных составил 366 Мб.

Исходные социально-экономические показатели, полученные с портала Комистата [6] в формате CSV, были предварительно преобразованы в JSON. Далее данные были интегрированы в JavaScript-приложение с соблюдением соответствия между статистикой и административными единицами, указанными в геоданных.

При создании сайта использован следующий технологический стек (см. рис. 1):

1. HTML5 + JavaScript — базовая структура и логика приложения.
2. CSS — каскадные таблицы стилей для оформления интерфейса.
3. Apache — Web-сервер.
4. D3.js¹ — библиотека JavaScript для загрузки и манипулирования данными.
5. Chart.js² — построение графиков для визуализации показателей.
6. Canvas API — встроенный интерфейс HTML5 для низкоуровневой отрисовки.

¹<https://d3js.org/>

²<https://www.chartjs.org/>

7. OpenStreetMap API³ — интерфейс для получения дополнительных географических данных.
8. Wikidata API⁴ — интерфейс для интеграции справочной информации о муниципалитетах и населенных пунктах из внешних источников данных.

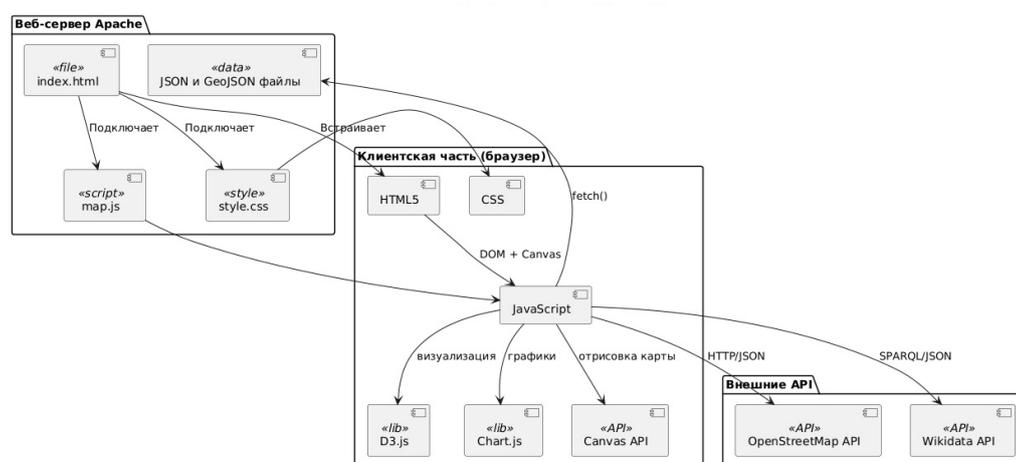


Рис. 1. Обобщенная схема архитектуры системы

Особенность проекта — вместо универсальных фреймворков выбраны специализированные JavaScript-библиотеки D3.js, Chart.js, позволяющие реализовать визуализацию при полном контроле над кодом и структурой проекта.

3. Результаты

Основным элементом графического интерфейса является холст, на котором динамически отрисовываются границы субъектов, дороги, водные объекты и другие географические данные; управление слоями происходит при помощи специальных SVG-иконок (рис. 2). Для каждого района Республики Коми используются свои GeoJSON-файлы, что позволяет гибко управлять детализацией карты. На панели иконок также можно изменять тему — дневную и ночную (рис. 2). Первоначальный вид интерактивной карты Республики Коми показан на рис. 3.

³<https://www.openstreetmap.org/>

⁴https://www.wikidata.org/wiki/Wikidata:Main_Page



Рис. 2. Иконки для управления слоями



Рис. 3. Карта Республики Коми

Отметим некоторые особенности реализации интерактивности. Так масштабирование и панорамирование осуществлялось с помощью библиотеки D3.js, обеспечивающей плавную навигацию. Информационные подсказки при наведении на объекты, а также детальные карточки формировались с использованием API Wikidata и OpenStreetMap.

Особенностью представленной интерактивной карты является интеграция с данными социально-экономического развития, которые визуализируются в виде таблиц и графиков с использованием библиотеки Chart.js. Для визуализации включены такие индикаторы, как образование, организация охраны общественного труда и т. д.

При этом детализация происходит по клику на соответствующий район. На рис. 4 показан пример отображения данных для заданного района. Графики обновляются сразу после нажатия на другой регион, что позволяет сравнивать показатели.

Использование Canvas API обеспечивает плавную работу даже с большими массивами данных, включая отрисовку сложных геопространственных объектов, таких как границы районов, дорожная сеть, водные объекты и инфраструктура. Карта поддерживает интерактив-

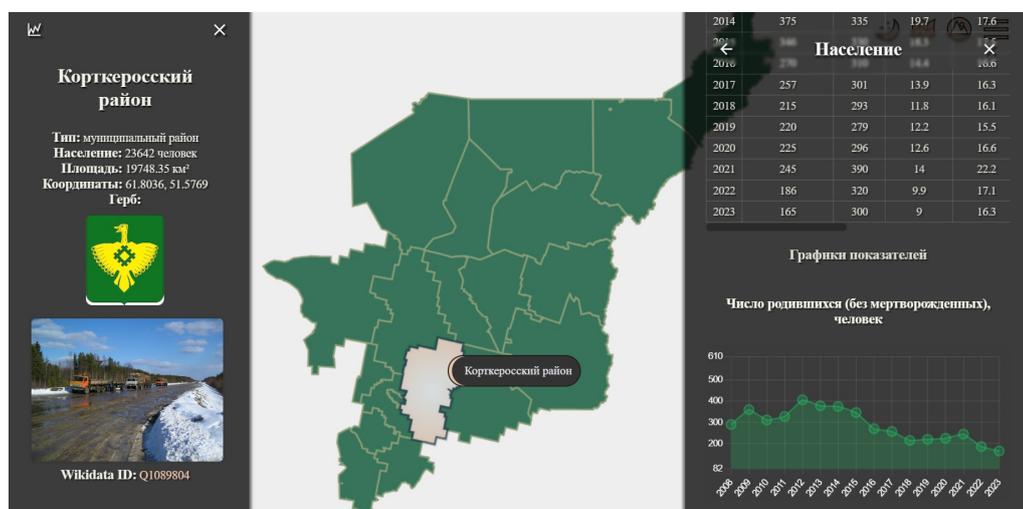


Рис. 4. Отображение социально-экономических показателей (Корткеросский район)

ное масштабирование с помощью библиотеки D3.js, что позволяет детально изучать территорию на различных уровнях приближения.

Реализована система слоев, включающая 12 типов объектов (границы, населенные пункты, терминалы, водные объекты и др.), которые можно включать и выключать вручную или группой. Для каждого слоя предусмотрены индивидуальные стили отображения, адаптированные под светлую и темную темы интерфейса.

При соответствующем увеличении масштаба можно получить карту и статистику населенного пункта, пример такой карты показан на рис. 5.

Дополнительно отметим следующие функции:

1. Контекстная подсказка при наведении на объекты.
2. Визуализация социально-экономических данных в виде таблиц и графиков.
3. Адаптивный интерфейс, подстраивающийся под размер экрана.
4. Доступ к актуальным социально-демографическим данным по 20 муниципалитетам.
5. Работает во всех популярных браузерах без необходимости установки дополнительного ПО.



Рис. 5. Отображение объектов города Сыктывкар. Светлая тема

Архитектура кода позволяет легко расширять функционал, добавлять новые слои и типы данных без значительных изменений в базовой структуре. Оптимизация производительности достигается за счет кэширования загруженных данных и отложенной отрисовки объектов за пределами видимой области.

4. Обсуждение

Полный исходный код веб-приложения, включая обработку геоданных и реализацию интерактивных элементов, доступен в публичном репозитории GitHub [7].

Разработанное решение на основе Canvas, D3.js и Chart.js сочетает простоту, производительность и функциональность. Этот подход можно адаптировать для других регионов, а также расширить за счет прогнозных моделей или дополнительных слоев данных.

Разработанный сайт может быть использован при поддержке принятия управленческих решений, а также как наглядный пример применения веб-технологии в геоаналитике, в учебных курсах по программированию и визуализации данных.

Список источников

1. Дуркин А. А., Ермоленко А. В., Котелина Н. О., Туркова О. И. Визуализация численных расчетов средствами

- Python // *Вестник Сыктывкарского университета. Сер. 1: Математика. Механика. Информатика*. 2024. Вып. 2 (51). С. 14–26. https://doi.org/10.34130/1992-2752_2024_2_14
2. Бакунова О.М., Буркин А.В., Протько Д.Э., Петрович А.С., Малофеевский А.Д. Визуализация данных на .NET F# // *Web of Scholar*. 2018. Т. 1. № 4 (22). С. 19–22.
 3. Маслобоев А. В., Маслобоев В. А. Информационная система «Интерактивная карта экологических проблем Баренц-региона» // *Информационные ресурсы России*. 2020. № 4. С. 8–13.
 4. Попов Е. В., Захаркин И. В., Ткачева Е. А., Михайлова С. М., Шпекторова О. А., Михайлова Г. А. Возможности нового геологического информационного ресурса — «Интерактивная карта изученности» // *Отечественная геология*. 2020. № 6. С. 15–22.
 5. Geofabrik — Download Server [Электронный ресурс]. URL: <https://download.geofabrik.de/russia/northwestern-fed-district.html> (дата обращения: 21.05.2025).
 6. Комистат — Территориальный орган Федеральной службы государственной статистики по Республике Коми [Электронный ресурс]. URL: <https://11.rosstat.gov.ru/> (дата обращения: 21.05.2025).
 7. Interactive Map of the Komi Republic with Visualization of Social Indicators [Электронный ресурс] // GitHub. URL: <https://111111n.github.io/Interactive-map-of-the-Komi-Republic-with-visualization-of-social-indicators/> (дата обращения: 24.05.2025).

References

1. Durkin A. A., Yermolenko A. V., Kotelina N. O., Turkova O. I. Visualization of Numerical Calculations with Python. *Vestnik Syktyvkarского университета. Seriya 1: Matematika. Mehanika. Informatika* [Bulletin of Syktyvkar University. Series 1: Mathematics. Mechanics. Computer Science]. 2024. No 2 (51). Pp. 14–26. https://doi.org/10.34130/1992-2752_2024_2_14. (In Russ.)

2. **Bakunova O. M., Burkin A. V., Protko D. E., Petrovich A. S., Malofeevskiy A. D.** Visualizaciya dannykh na .NET F# [Data visualisation with .NET F#]. *Web of Scholar*. 2018. Vol. 1. No 4 (22). Pp. 19-22. (In Russ.)
3. **Masloboev A. V., Masloboev V. A.** Informacionnaya sistema «Interaktivnaya karta ekologicheskikh problem Barentc-regiona» [Information system "Interactive map of environmental problems of the Barents region"]. *Informatsionnyye resursy Rossii* [Information resources of Russia]. 2020. No 4. Pp. 8–13. (In Russ.)
4. **Popov E. V., Zaharkin I. V., Tkacheva E. A., Mihajlova S. M., Shpektorova O. A., Mihajlova G. A.** Possibilities of the new geological information resource – "Interactive map of exploration". *Otechestvennaya geologiya* [Domestic geology]. 2020. No 6. Pp. 15–22. (In Russ.)
5. *Geofabrik – Download Server* [Electronic resource]. Available at: <https://download.geofabrik.de/russia/northwestern-fed-district.html> (accessed: 21.05.2025).
6. *Komistat – Territorial'nyy organ Federal'noy sluzhby gosudarstvennoy statistiki po Respublike Komi* [Komistat – Territorial body of the Federal State Statistics Service for the Komi Republic] [Electronic resource]. Available at: <https://11.rosstat.gov.ru/> (accessed: 21.05.2025). (In Russ.)
7. Interactive Map of the Komi Republic with Visualization of Social Indicators [Electronic resource]. *GitHub*. Available at: <https://111111n.github.io/Interactive-map-of-the-Komi-Republic-with-visualization-of-social-indicators/> (accessed: 24.05.2025).

Сведения об авторах / Information about authors

Ермоленко Андрей Васильевич / Andrei V. Yermolenko

к.ф.-м.н., доцент, заведующий кафедрой прикладной математики и компьютерных наук / Candidate of Science in Physics and Mathematics, Associate Professor, Head of Department of Applied Mathematics and Computer Science

Сыктывкарский государственный университет имени Питирима Сорокина / Pitirim Sorokin Syktyvkar State University

167001, Россия, г. Сыктывкар, Октябрьский пр., 55 / 55, Oktyabrsky Ave., Syktyvkar, 167001, Russia

Наддака Артем Георгиевич / Artem G. Naddaka
обучающийся бакалавриата / undergraduate student

Сыктывкарский государственный университет имени Питирима Сорокина / Pitirim Sorokin Syktyvkar State University

167001, Россия, г. Сыктывкар, Октябрьский пр., 55 / 55, Oktyabrsky Ave., Syktyvkar, 167001, Russia

Статья поступила в редакцию / The article was submitted 21.04.2025

Одобрена после рецензирования / Approved after reviewing 24.04.2025

Принята к публикации / Accepted for publication 26.04.2025

ЮБИЛЕЙНЫЕ ДАТЫ

ANNIVERSARIES

Вестник Сыктывкарского университета.

Серия 1: Математика. Механика. Информатика. 2025.

Выпуск 2 (55)

Bulletin of Syktyvkar University.

Series 1: Mathematics. Mechanics. Informatics. 2025; 2 (55)

Научная статья

УДК 51:378.1:929

https://doi.org/10.34130/1992-2752_2025_2_80

ПЕДАГОГ, УЧЕНЫЙ, РЕКТОР: ПЕДАГОГИКА ПОНИМАНИЯ ОЛЬГИ АЛЕКСАНДРОВНЫ СОТНИКОВОЙ

(к юбилею ректора СГУ имени Питирима Сорокина)

Владислав Викторович Сушков

Сыктывкарский государственный университет

имени Питирима Сорокина, vvsu@mail.ru

Аннотация. Статья посвящена юбилею Сотниковой Ольги Александровны, доктора педагогических наук, профессора и ректора Сыктывкарского государственного университета имени Питирима Сорокина. Анализ и описание педагогической и административной деятельности юбиляра проведены через призму ее научных идей и методических концепций.

Ключевые слова: Сотникова Ольга Александровна, педагогика, герменевтический подход, содержательные связи

Для цитирования: Сушков В. В. Педагог, ученый, ректор: педагогика понимания Ольги Александровны Сотниковой (к юбилею ректора СГУ имени Питирима Сорокина) // *Вестник Сыктывкарского университета. Сер. 1: Математика. Механика. Информатика.* 2025. Вып. 2 (55). С. 80–88. https://doi.org/10.34130/1992-2752_2025_2_80

Article

**TEACHER, SCIENTIST, RECTOR: PEDAGOGY OF
UNDERSTANDING BY OLGA ALEXANDROVNA
SOTNIKOVA**

**(On the anniversary of the rector of Pitirim Sorokin Syktyvkar
State University)**

Vladislav V. Sushkov

Pitirim Sorokin Syktyvkar State University, vvsu@mail.ru

Abstract. The article is dedicated to the anniversary of Olga Aleksandrovna Sotnikova, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor and Rector of the Pitirim Sorokin Syktyvkar State University. The analysis and description of the pedagogical and administrative activities of the hero of the day are carried out through the prism of her scientific ideas and methodological concepts.

Keywords: Sotnikova Olga Aleksandrovna, pedagogy, hermeneutic approach, substantive connections

For citation: Sushkov V. V. Teacher, scientist, rector: pedagogy of understanding by Olga Alexandrovna Sotnikova (On the anniversary of the rector of Pitirim Sorokin Syktyvkar State University). *Vestnik Syktyvkarского университета. Серия 1: Математика. Механика. Информатика* [Bulletin of Syktyvkar University. Series 1: Mathematics. Mechanics. Informatics], 2025, no 2 (55), pp. 80–88. (In Russ.) https://doi.org/10.34130/1992-2752_2025_2_80

23 июня 2025 года свой юбилей отметила Ольга Александровна Сотникова, доктор педагогических наук, доцент, профессор кафедры физико-математического и информационного образования, ректор Сыктывкарского государственного университета имени Питирима Сорокина, чей труд был отмечен многими благодарностями и грамотами, в том числе почетными грамотами Министерства науки и высшего образования Российской Федерации и Коми республиканской организации Профессионального союза работников народного образования и науки Российской Федерации. Более 160 научных трудов, из них 5 монографий, широчайший круг учеников и просто бывших студентов, работающих в самых разных отраслях народного хозяйства. Такой комплект



званий, достижений и результатов часто сопутствует людям, изначально имеющим чрезвычайно выгодные стартовые позиции для построения карьеры. Однако в судьбе профессора Сотниковой все было иначе.

Ольга Александровна родилась в деревне Григорово Котласского района Архангельской области в 1965 году младшим, пятым, ребенком в дружной семье Чертковых. Окончила обычную деревенскую школу, каких у нас на Севере было множество. Большая семья, двинские просторы, привычка к непростому труду или природная любознательность — кто знает, что из этого в большей степени (или все поровну) сформировали характер будущего доктора наук, но училась Ольга прилежно, с большим интересом, особенно среди наук выделяя для себя математику. Так определился и дальнейший жизненный путь — в 1987 году она получила диплом Архангельского государственного педагогического института имени М. В. Ломоносова (ныне — САФУ) по специаль-

ности «Математика и физика» (квалификация «учитель математики и физики»), при этом не замыкаясь только на учебе, — активная, живая студентка занималась спортом, фотоделом, профсоюзной работой, участвовала в межвузовских олимпиадах по математике. Но уже тогда стало очевидно жизненное кредо будущего преподавателя — «педагогика без практики бессмысленна!»: старшекурсница Черткова курировала младших товарищей в рамках наставничества, руководила школьными математическими кружками. Тогда же сложилось центральное звено ее мировоззрения как педагога и профессионала: не так важны зазубренные правила — только понимание позволяет ученику и студенту освоить предмет, не так важны служебные рамки или разница в возрасте — только понимание позволяет зажечь людей на решение больших задач, неважно, в большом классическом университете или в маленькой деревенской школе.

Именно с маленькой школы началась серьезная трудовая деятельность Ольги Александровны — по окончании вуза она три года проработала по распределению учителем математики и физики в Котласском районе Архангельской области. Азы практической педагогики освоила, стоя у доски перед обычными поселковыми ребятами. Вчерашняя студентка быстро нашла себя, ведя факультативы по математике и физике, готовя своих подопечных к олимпиадам, где те занимали призовые места, обеспечивая им надежную базовую математическую подготовку, дающую путевку в большую жизнь. И взаимопонимание было найдено — связь со своими первыми учениками Ольга Александровна поддерживает до сих пор.

К тому времени и своя семья стала надежной опорой в жизни. Корни и традиции — великая сила, и хоть говорят, что учительские дети растут без родителей, но дочь Маша и сын Иван, воспитанные в атмосфере настоящих общечеловеческих ценностей, выросли и стали серьезными счастливыми молодыми людьми: оба они инженеры, оба создали свои семьи, оба работают на благо страны и не забывают о своих родителях.

А тогда, в 1990 году, Ольга Александровна по приглашению руководства начала работать в только что открытом Коряжемском филиале своей альма-матер, Архангельского пединститута. Головной вуз в дальнейшем несколько раз поменял название — был он и Поморским государственным университетом имени М. В. Ломоносова, и Северным (Арктическим) федеральным университетом имени М. В. Ломоносова — менялись должности: ассистент, старший преподаватель, доцент,

заведующий кафедрой, декан, заместитель директора по учебной и научной работе. Неизменным оставалось одно: осознание ценности каждого человека и понимание как основа отношений как с коллегами, так и со студентами. И неслучайно, хоть учебный процесс по программам высшего образования в Коряжме с недавнего времени заморожен, — но преподавателя Сотникову до сих пор приглашают на вечера встреч ее бывшие выпускники.

Тогда же стартовала и научная деятельность Ольги Александровны: в 1996 году она защитила кандидатскую диссертацию в РГПУ имени А. И. Герцена по теме «Методологический подход к изучению теоретического материала курса алгебры и теории чисел в педвузе». Научным руководителем, настоящей «научной мамой» стала Е. И. Лященко, не только автор почти канонического учебника «Лабораторные и практические работы по методике преподавания математики» (Е. И. Лященко, К. В. Зобкова, Т. Ф. Кириченко и др.; под ред. Е. И. Лященко), но и создатель полноценной методической школы, сообщества, в котором по сей день все ощущают себя единой «научной семьей». В этой творческой атмосфере сразу выкристаллизовалась тематика будущей докторской диссертации, благо у практикующего педагога материала для анализа и методического исследования было более чем достаточно. Защита по теме «Организация деятельности студентов по раскрытию содержательных связей в курсе алгебры педагогического вуза» состоялась в 2009 году — и, как у многих ярких педагогов, тематика научных исследований многое может сказать о самом человеке. По математической специализации О. А. Сотникова — алгебраист, а мало какой раздел вузовской математики может похвастаться большей абстрактностью и, на первый взгляд, заформализованностью. Однако красота абстрактной алгебры — в исключительной гармоничности ее внутренней структуры и в проявлении ее понятий, фактов и свойств в самых наглядных и привычных со школы отраслях математики на самых разных уровнях. А потому и учить студентов алгебре можно как «от кнута», заставляя механически поглощать тонны неудобоваримых необъяснимых интеллектуальных конструкций — а можно, напротив, от понимания сути происходящего, демонстрируя юным умам кристально точные и прозрачные логические структуры окружающего мира.

«Подлинное знание, которое может выполнять познавательную функцию, связано с целостностью предмета» [1, с. 5], пишет Ольга Александровна, и именно на методику обеспечения возможности по-

лучения студентом того самого целостного знания направлена как ее научная, так и ее педагогическая деятельность. Методика, разработанная О. А. Сотниковой, базируется на том, что понимание предметного содержания обеспечивается раскрытием содержательных связей в материале, то есть связями, вскрывающими сущность знания, его основания, истоки и перспективы развития. Герменевтический подход, предлагаемый в ее работах, непосредственно обращен к проблеме выработки личностных смыслов, к ценностным аспектам педагогической деятельности. Получение нового знания путем его осознания, понимания смыслов и построения собственных ценностных ориентиров для участников педагогического процесса — база предлагаемой методической системы. И главное при этом — не только публикация результатов в значительных научных изданиях (а их было много: «Высшее образование в России», «Вестник МГПУ», «Финно-угорский мир», «Continuum. Математика. Информатика. Образование» и, безусловно, «Вестник Сыктывкарского университета») и даже не ученая степень. Важно, что эти базовые принципы своей научной и педагогической работы (осознанные еще тогда, в начале пути, у доски старенькой поселковой школы) Ольга Александровна смогла воплотить в дальнейшем и в своей административной деятельности, неминуемо последовавшей как результат многолетнего осознанного труда в системе высшего образования.

Карьерный рост Ольги Сотниковой как руководителя не заставил себя ждать: период ее деканства и замдиректорства в коряжемском филиале ПГУ (позже САФУ) имени М. В. Ломоносова с высоты прошедших лет осознается как золотая эпоха учебного заведения, хоть в том, безусловно, была и не единоличная «вина» нашей героини. Период работы в Ухтинском государственном техническом университете (проректор по учебно-методической работе и дополнительному образованию, директор Института фундаментальной подготовки) ознаменовался целой россыпью проектов (руководство образовательными программами, научными темами и НИОКР, поддержка научных грантов в 2007, 2011, 2016 годах), а главное — реализацией федерального проекта «Кадры для регионов» (2013–2015), системообразующего для ухтинского вуза [2]. С ноября 2016 года О. А. Сотникова была назначена на должность исполняющей обязанности ректора Сыктывкарского государственного университета имени Питирима Сорокина, а с 17 апреля 2020 года и по сей день остается его утвержденным ректором. В этот период СГУ им. Питирима Сорокина добился звания опорно-

го вуза России [3], выиграл конкурс на реализацию нескольких федеральных проектов — и успешно их реализовал. Университет расширяет спектр образовательных программ и услуг, обновляется материально-техническая база, строятся новые учебные корпуса, отдельное значение уделяется работе с молодежью [4]. И административный стиль ректора Сотниковой логично продолжает и наследует ее педагогический и научный опыт — важны не формальности, а содержание работы, главное в коллективе — не застывшие иерархические структуры, а понимание каждого конкретного человека со всеми его сильными сторонами и слабостями, со всеми его временными проблемами и безусловными талантами.

Понимание — это центральное звено в педагогической системе Ольги Сотниковой, в пространстве ее научной мысли и в административной деятельности. Все аспекты работы Ольги Александровны скрепляются этим уже больше чем педагогическим кредо. А потому ректорская должность не мешает ей оставаться и практикующим педагогом [5], и действующим ученым [6]. Потому что педагогика невозможна без практики, как в свое время осознала старшекурсница пединститута Ольга Черткова — и как всей своей академической биографией подтвердила профессор Ольга Сотникова. И невозможна без того самого понимания — себя, своей дисциплины и профессии, своих учеников и коллег.

Список источников

1. **Сотникова О. А.** Целостность вузовского курса алгебры как методологическая основа его понимания : монография. Архангельск: Поморский университет, 2004. 356 с.
2. **Сотникова О. А., Сушков В. В.** Особенности учебно-методической работы в опорном техническом вузе // *Высшее образование в России*. 2016. № 6. С. 121–127. EDN WBKJMZ.
3. **Сотникова О. А.** Роль опорного университета в реализации национальных проектов // *Образование. Государство. Общество: Республиканский образовательный форум. Роль образовательных учреждений и опорного университета в развитии региона: дискуссионная площадка : сборник материалов, Сыктывкар, 04 октября 2018 года*. Сыктывкар: Сыктывкарский государственный университет им. Питирима Сорокина, 2018. С. 9–14. EDN PHVYWG.

4. **Сотникова О. А.** Наука молодых: опыт работы студенческого научного объединения СГУ им. Питирима Сорокина // *Формирование научного и кадрового потенциала развития Удмуртской Республики : сборник конференции, Ижевск, 08–10 ноября 2022 года.* Ижевск: Издательский дом «Удмуртский университет», 2022. С. 21–25. EDN LEQIXK.
5. **Сотникова О. А., Чермных В. В.** Один пример изучения методов абстрактной алгебры в математическом высшем образовании // *Вестник Сыктывкарского университета. Серия 1: Математика. Механика. Информатика.* 2024. Вып. 2 (51). С. 44–56. DOI 10.34130/1992-2752_2024_2_44. EDN ELKIWL.
6. **Сотникова О. А.** Методологический подход к изучению теоретического материала курса алгебры педагогического вуза. Елец: Елецкий государственный университет им. И. А. Бунина, 2021. 177 с. EDN MOPWYL.

References

1. **Sotnikova O. A.** *Tselostnost' vuzovskogo kursa algebry kak metodologicheskaya osnova yego ponimaniya* [Integrity of the University Algebra Course as a Methodological Basis for Understanding It] : monograph. Arkhangel'sk: Pomor University, 2004. 356 p. (In Russ.)
2. **Sotnikova O. A., Sushkov V. V.** Features of educational and methodical work at pivotal technical university. *Vyssheye obrazovaniye v Rossii* [Higher Education in Russia]. 2016. No 6. Pp. 121–127. EDN WBKJMZ. (In Russ.)
3. **Sotnikova O. A.** The role of the reference university in the implementation of national projects. *Obrazovaniye. Gosudarstvo. Obshchestvo: Respublikanskiy obrazovatel'nyy forum. Rol' obrazovatel'nykh uchrezhdeniy i opornogo universiteta v razvitiy regiona: diskussionnaya ploshchadka: sbornik materialov, Syktyvkar, 04 oktyabrya 2018 goda* [Education. State. Society: Republican Educational Forum. The role of educational institutions and a reference university in the development of the region: discussion platform: collection of materials, Syktyvkar, October 04, 2018].

- Syktvykar: Pitirim Sorokin Syktvykar State University, 2018. Pp. 9–14. EDN PHVYWG. (In Russ.)
4. **Sotnikova O. A.** Science of the young: experience of the student scientific association of Pitirim Sorokin Syktvykar State University. *Formirovaniye nauchnogo i kadrovogo potentsiala razvitiya Udmurtskoy Respubliki : sbornik konferentsii, Izhevsk, 08–10 noyabrya 2022 goda* [Formation of scientific and personnel potential for the development of the Udmurt Republic : conference collection, Izhevsk, November 08–10, 2022]. Izhevsk: Publishing house "Udmurt University", 2022. Pp. 21–25. EDN LEQIXK. (In Russ.)
 5. **Sotnikova O. A., Chermnykh V. V.** One example of studying abstract algebra methods in mathematic degree programs. *Vestnik Syktvykarskogo universiteta. Seriya 1: Matematika. Mehanika. Informatika* [Bulletin of Syktvykar University. Series 1: Mathematics. Mechanics. Informatics]. 2024. No 2 (51). Pp. 44–56. DOI 10.34130/1992-2752_2024_2_44. EDN ELKIWL. (In Russ.)
 6. **Sotnikova O. A.** *Metodologicheskii podkhod k izucheniyu teoreticheskogo materiala kursa algebry pedagogicheskogo vuza* [Methodological approach to the study of the theoretical material of the algebra course of a pedagogical university]. Yelets: Yelets State University named after I. A. Bunin, 2021. 177 p. EDN MOPWYL. (In Russ.)

Сведения об авторе / Information about author

Сушков Владислав Викторович / Vladislav V. Sushkov

к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедры прикладной математики и компьютерных наук / Candidate of Science in Physics and Mathematics, Associate Professor, Associate Professor of Department of Applied Mathematics and Computer Science

Сыктывкарский государственный университет имени Питирима Сорокина / Pitirim Sorokin Syktvykar State University

Россия, 167001, г. Сыктывкар, Октябрьский пр., 55 / 55, Oktyabrsky Ave., Syktvykar, 167001, Russia

Статья поступила в редакцию / The article was submitted 18.05.2025

Одобрена после рецензирования / Approved after reviewing 09.06.2025

Принята к публикации / Accepted for publication 26.06.2025

Contents

Computer sciences

- Kolpakov K. P., Ustyugov V. A., Lavresh I. I.** *Social media content analysis using natural language processing techniques* 8

Mathematics education

- Vechtomov E. M., Mamaev A. A.** *Combinatorial problems about functions and binary relations* 20

Methodical materials

- Odyniec V. P.** *About two Soviet mathematicians, former tsarist generals* 38

Tutor-follower

- Golchevskiy Yu. V., Ulyasheva A. M.** *Applying inclusive design to mobile application development* 54

- Yermolenko A. V., Naddaka A. G.** *Digital map of socio-economic development of the Komi Republic* 70

Anniversaries

- Sushkov V. V.** *Teacher, scientist, rector: pedagogy of understanding by Olga Alexandrovna Sotnikova (On the anniversary of the rector of Pitirim Sorokin Syktyukar State University)* 80

Научное периодическое издание

Вестник Сыктывкарского университета
Серия 1: Математика. Механика. Информатика
Выпуск 2 (55) 2025

Гл. редактор О. А. Сотникова
Отв. редактор А. В. Ермоленко

Редактор Л. Н. Руденко
Компьютерный макет Е. Н. Старцевой
Корректор Е. М. Насирова

Подписано в печать 13.10.2025. Дата выхода в свет 29.10.2025.

Формат $70 \times 108 \frac{1}{16}$.

Гарнитура Computer Modern.

Усл. печ. л. 10.3

Тираж 30 экз. Заказ № 72.

Отпечатано в соответствии с предоставленными
материалами в ООО «Коми республиканская типография»
167982, Республика Коми, г. Сыктывкар, ул. Савина, 81
Тел. 8(8212)-28-46-60
Сайт: komitip.ru

