

## МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

### METHODICAL MATERIALS

*Вестник Сыктывкарского университета.*

*Серия 1: Математика. Механика. Информатика. 2024.*

*Выпуск 3 (52)*

*Bulletin of Syktovkar University.*

*Series 1: Mathematics. Mechanics. Informatics. 2024; 3 (52)*

Научная статья

УДК 004.42

[https://doi.org/10.34130/1992-2752\\_2024\\_3\\_66](https://doi.org/10.34130/1992-2752_2024_3_66)

### О РАБОТАХ ИВАНА АЛЕКСАНДРОВИЧА СКОПИНА (1900–1942), ОДНОГО ИЗ ПЕРВЫХ УЧЕНИКОВ ПРОФЕССОРА И. М. ВИНОГРАДОВА

Владимир Петрович Одинец

W.P.Odyniec@mail.ru

**Аннотация.** В статье речь идёт о работах по теории чисел Ивана Александровича Скопина (1900–1942) на фоне ситуации в стране в 20–30-е годы.

**Ключевые слова:** распределение индексов, простой модуль, первообразный корень, функция Эйлера

**Для цитирования:** Одинец В. П. О работах Ивана Александровича Скопина (1900–1942), одного из первых учеников профессора И. М. Виноградова // *Вестник Сыктывкарского университета. Сер. 1: Математика. Механика. Информатика.* 2024. Вып. 3 (52). С. 66–72.  
[https://doi.org/10.34130/1992-2752\\_2024\\_3\\_66](https://doi.org/10.34130/1992-2752_2024_3_66)

Article

**On the works of Ivan Alexandrovich Skopin (1900–1942), one of first students of Professor I. M. Vinogradov****Vladimir P. Odyniec**

W.P.Odyniec@mail.ru

**Abstract.** The article deals with the works on number theory of Ivan Alexandrovich Skopin (1900–1942) against the background of the situation in the country in 20–30s.

**Keywords:** distribution of indices, prime module, primitive root, Euler function

**For citation:** Odyniec V. P. On the works of Ivan Alexandrovich Skopin (1900–1942), one of first students of Professor I. M. Vinogradov. *Vestnik Syktyvkarского университета. Seriya 1: Matematika. Mekhanika. Informatika* [Bulletin of Syktyvkar University, Series 1: Mathematics. Mechanics. Informatics], 2024, no 3 (52), pp. 66–72. (In Russ.) [https://doi.org/10.34130/1992-2752\\_2024\\_3\\_66](https://doi.org/10.34130/1992-2752_2024_3_66)

Иван Александрович Скопин родился 26 сентября 1900 года в семье чиновника (возможно, священника) в Вятской губернии, месте политической ссылки [1]<sup>1</sup>. Тем не менее, семья дала возможность учиться Ивану в вятской мужской гимназии. Окончание учебы совпало по времени с гражданской войной в России. В тех условиях Иван в течение четырёх лет работает рабочим.

В 1922 году он едет в Петроград и поступает на первый курс физико-математического факультета Петроградского университета. В 1926 году он женится на студентке химфака Евгении Александровне Смирновой. Через год (1927) у них рождается сын, названный Александром (1927–2003), ставший, как и отец, математиком, а Иван Александрович оканчивает учебу в университете и поступает ассистентом на кафедру математики Горного института.

Ещё учась в университете, под руководством профессора Ивана Матвеевича Виноградова (1891–1983) он стал заниматься исследованиями в области аналитической теории чисел.

---

<sup>1</sup>Даже к концу 1926 года численность населения губернского города Вятки едва превысила 60 тыс. человек.

В 1928 году в журнале Физико-математического общества появилась статья Ивана Александровича «О распределении индексов по составному модулю» [2]. Статье предшествовал приём И. А. Скопина в члены Физико-математического общества, куда его рекомендовал И. М. Виноградов. Замечу, что сам И. М. Виноградов, хотя и был принят в общество еще в 1922 году, но выступал на его заседаниях только один раз 12 февраля 1927 года с докладом: «Элементарное доказательство одной формулы Гаусса» [3].

Итак, статья [2] начинается с утверждения, что «задачу о распределении индексов впервые поставил и решил проф. И. М. Виноградов в 1926 году в статье «О распределении индексов» (ДАН). Им же рассмотрен случай простого модуля. В статье [2] с необходимыми дополнениями применён метод И. М. Виноградова к решению задачи в случае составного нечетного модуля. В статье [2] пять параграфов. В §§ 1 и 2 выводятся формулы распределения индексов для двух частных случаев: 1) для  $P =$  произведению различных простых нечетных чисел; 2) для случая  $P = P^\lambda$ , где  $p$  — простое нечетное число, а  $\lambda$  — любое целое число, строго большее 1.

Для дальнейшего изложения напомним несколько определений. **Первообразным корнем** по модулю  $m$  называется целое число  $g$  такое, что

$$g^{\phi(m)} \equiv 1 \pmod{m}$$

и

$$g^l \text{ несравнимо с } 1 \pmod{m} \text{ при } 1 \leq l < \phi(m),$$

где  $\phi(m)$  — функция Эйлера<sup>2</sup>.

Для первообразного корня его степени  $1, g, g^2, \dots, g^{\phi(m)-1}$  образуют приведенную систему вычетов по модулю  $m$ . Поэтому для каждого числа  $a$ , взаимно простого с  $m$ , найдётся показатель  $l$ ,  $0 \leq l < \phi(m)$  такой, что

$$g^l \equiv a \pmod{m}.$$

Такое число  $l$  называется **индексом числа  $a$**  по основанию  $g$ .

Возвращаясь к статье [2], отметим, что в § 3 получена формула распределения индексов для любого нечетного модуля. А в §§ 4 и 5 полу-

---

<sup>2</sup>Функция Эйлера  $\phi(n)$  — это мультипликативная арифметическая функция, значение которой равно количеству чисел, меньших либо равных  $(n - 1)$  и взаимно простых с  $n$ . При этом  $\phi(1) = 1$ . Например,  $\phi(4) = 2$ ,  $\phi(5) = 4$ .

чено асимптотическое выражение для суммы дробных частей значений функции  $(A^x + n)/P$ .

К 1930 году Иван Александрович получает звание доцента и читает основные курсы по высшей математике студентам Горного института.

В 1931 году И. А. Скопин вместе с недавно избранным академиком И. М. Виноградовым и ещё с 11-тью математиками подписывает Декларацию инициативной группы по реорганизации Ленинградского Физико-математического общества ([4], Приложение 2).

В 1934 году академик И. М. Виноградов представляет в журнал «Известия АН СССР» (серия математическая) статью И. А. Скопина «О распределении дробных частей системы целых многочленов» [5].

В 1914 году Годфри Харди и Джон Литлвуд, а в 1926 г. Герман Вейль решили вопрос о возможности приблизиться дробной частью целого многочлена

$$f(x) = \alpha x^k + \alpha_1 x^{k-1} + \dots + \alpha_k,$$

где  $x$  пробегает целые числа от 1 до  $P$  к любой наперёд заданной правильной дроби, но без оценки остаточного члена.

Академик И. М. Виноградов собственным методом дал ответ и на этот вопрос в 1926 и 1927 годах.

Наряду с этими вопросами возникает более общий вопрос о приближении системой целых многочленов

$$f_i(x) = \alpha^{(i)} x^k + \alpha_1^{(i)} x^{k-1} + \dots + \alpha_k^{(i)}, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad k = k_i, \quad (1)$$

где  $n \geq 2$  есть число многочленов, и  $x$  пробегает целые числа от 1 до  $P > 0$  к любым наперёд заданным правильным дробям.

Если степени одного из многочленов системы превышают степени всех остальных, то ответ на поставленный вопрос дал и сам И. М. Виноградов (ИАН СССР за 1926 и 1927 годы), и профессор Р. О. Кузьминов в 1929 году, пользуясь фактически методом И. М. Виноградова, в «Журнале Ленинградского Физ.-мат. общества» (т. 2).

В статье И. А. Скопина рассмотрен и положительно решен случай, когда два или более многочленов системы обладают наивысшей степенью. В доказательстве И. А. Скопина существенно используется аналитический метод И. М. Виноградова, модернизированный согласно задаче.

В 1934 году в июне в Ленинграде прошёл 2-й Всесоюзный математический съезд, в котором участвовал и И. А. Скопин, выступивший

на секции «Алгебра и теория чисел» с докладом «Об одной системе диофантовых неравенств» [6]. Пусть дана система многочленов с вещественными коэффициентами вида (1). Пусть далее  $x = 1, 2, \dots, P$ ;  $\nu_1, \nu_2, \dots, \nu_K$  — наперёд заданные правильные дроби.

Тогда число случаев, когда одновременно выполняются неравенства

$$0 < f_i(x) < \nu_i, \quad (i = 1, 2, \dots, K),$$

может быть задано определённой формулой. И. А. Скопин не только даёт эту формулу, но и приводит доказательство, основанное на приложении метода тригонометрических сумм, разработанного И. М. Виноградовым.

После декабря 1934 года (то есть времени убийства С. М. Кирова и начавшейся за этим волной репрессий) Иван Александрович практически перестаёт писать научные статьи. Связано это было и с неудачными попытками И. А. Скопина дать более точную оценку «виноградовской» константе  $C^3$ , и нежеланием менять тематику исследований. Непосредственный начальник И. А. Скопина заведующий кафедрой математики Горного института профессор Андрей Митрофанович Журавский (1892–1969) в этот период целиком погрузился в задачи прикладной математики (оценка запасов месторождений и др.), хотя начинал заниматься наукой с теории чисел.

С 1936 года И. А. Скопин подрабатывает чтением лекций по теории чисел на кафедре алгебры Ленинградского государственного университета им. А. С. Бубнова<sup>4</sup>.

С началом Великой Отечественной войны И. А. Скопин остаётся в Ленинграде. С трудом в конце 1941 года он доходит с улицы Союза печатников, д. 29, кв. 67, где он жил с семьёй последние 15 лет, до Горного института.

В феврале 1942 года Иван Александрович Скопин умирает от истощения. Тогда же в феврале арестовывают А. М. Журавского. Высшую

<sup>3</sup>Исследования И. М. Виноградова показали, что существует такая константа  $C$ , что для всякого простого  $p$  существует первообразный корень  $g < C\sqrt{p}$ , то есть минимальный первообразный корень имеет порядок  $O(\sqrt{p})$ . Более точная оценка была получена только в 1996 году, и то при условии справедливости обобщенной гипотезы Римана (она гласит: первообразный корень есть среди первых  $O(\log^6 p)$  чисел натурального ряда).

<sup>4</sup>А. С. Бубнов (1884–1938) — один из организаторов ликбеза в России, с 1929 по 1937 год — народный комиссар просвещения РСФСР. Арестован в 1937 году. Расстрелян в марте 1938 года. Реабилитирован в 1956 году.

меру наказания ему заменят в мае 1942 года на 10 лет лагерей в Республике Коми, а полностью реабилитируют в 1956 году. А Ивана Александровича Скопина похоронят на Пискаревском кладбище в братской могиле ([7], с.700).

## СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Наука и научные работники СССР. Часть V. Научные работники Ленинграда : справочник. Л.: Изд-во АН СССР, 1934. 723 с.
2. Скопин И. А. О распределении индексов по составному модулю // *Ж. Ленинградского Физ.-мат. общества*. 1928. Т. 2. Вып. 1. С. 82–93.
3. Список докладов, прочитанных в Заседаниях Ленинградского Физико-математического общества с 1922 по 1927 год. // *Журнал Физико-математического общества*. 1928. Т. 1. Вып. 2. С. 323–327.
4. На Ленинградском математическом фронте (Сб. документов Ленинградского Об-ва математиков-материалистов при ЛОКа) / сост. Л. А Лейферт. Л.: Гос. соц.-эконом. изд-во, 1931. 44 с.
5. Скопин И. А. О распределении дробных частей системы целых многочленов // *Известия АН СССР. Серия математическая*. 1934. С. 547–560.
6. Скопин И. А. Об одной системе диофантовых неравенств // *Труды 2-го Всесоюзного математического съезда. Т. 2. Секционные доклады*. Л.: Изд-во АН СССР, 1934. С. 17–19.
7. Блокада. 1941–1944. Ленинград. Книга памяти. Т. 27 (Седнев – Скородумов). СПб.: Изд-во Правительства СПб, 2005. 712 с.

## References

1. *Nauka i nauchnye rabotniki SSSR. Chast V. Nauchnye rabotniki Leningrada : Spravochnik* [Scientists of USSR. Part V. Scientists of Leningrad : handbook]. L.: Publishing House of the USSR Academy of Sciences, 1934. 723 p. (In Russ.)

2. **Skopin I. A.** About the distribution of indices in a prime module. *Zh. Leningradskogo Fiz.-mat. obshchestva* [Journal of Leningrad Physics and Mathematics society], Vol. 2. Issue 1. 1928. Pp. 82–93. (In Russ.)
3. List of reports read at the Meetings of the Leningrad Physics and Mathematics Society from 1922 to 1927 *Zh. Phiz.-mat.ob-va* [Journal of the Physics and Mathematics society], 1928. Vol. 1. Issue 2. Pp. 323–327. (In Russ.)
4. *Na Leningradskom matematicheskom fronte. Sb. dokumentov Leningradskogo obshchestva matematikov-materialistov pri LOKa*) [On the Leningrad Mathematical Front. Col. of documents of the Leningrad Society of Mathematicians-Materialists at the Leningrad Department of the Communist Academy]. Compiler L. A. Leifert. Leningrad: State social-economic publishing house, 1931. 44 p. (In Russ.)
5. **Skopin I. A.** On the distribution of fractional parts of a system of integer polynomials. *Izvestiya AN. Seria matematicheskaya* [Proceedings of the USSR Academy of Sciences. Mathematical series]. 1934. Pp. 547–560. (In Russ.)
6. **Skopin I. A.** On a System of Diophantine inequalities. *Trudy 2-go Vsesouznogo matematicheskogo s'ezda. T. 2. Sekcionnye doklady* [Proceedings of the 2nd All-Union Mathematical Congress. Vol. 2. Sectional pre-treasures]. Leningrad: Publishing House of the USSR Academy of Sciences, 1934. Pp. 17–19. (In Russ.)
7. *Blokada. 1941–1944. Leningrad. Kniga pamyati. T. 27 (Sednev – Skorodumov)* [Blockade. 1941–1944. Leningrad. Book of Memory. Vol. 27 (Sednev – Skorodumov)]. St. Petersburg: Publishing House of the Government of St. Petersburg, 2005. 712 p. (In Russ.)

Сведения об авторе / Information about author

Одинец Владимир Петрович / Vladimir P. Odyniec

д.ф.-м.н., профессор / Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor

Статья поступила в редакцию / The article was submitted 27.07.2024

Одобрено после рецензирования / Approved after reviewing 07.10.2024

Принято к публикации / Accepted for publication 17.10.2024