*Вестник Сыктывкарского университета.
Сер.1.Вып.5.2003*

УДК 539.3

Об одной форме динамического равновесия сжатой части бурильной колонны [1]

Е.И. Михайловский, О.П. Осипова

Практикой бурения и экспериментальными исследованиями выявлены три характерных режима вращения бурильной колонны [1-3]: I – вращение деформированной колонны как твердого тела вокруг оси скважины; II – вращение колонны вокруг деформированной оси; III – качение деформированной колонны по стенке скважины без проскальзывания. Очевидно, что режимы II и III связаны с работой колонны в условиях малоцикловой усталости и поэтому являются нецелесообразными с позиции прочности. Исходя из предположения о том, что режимами вращения можно управлять, в работе исследуется лишь щадящий режим I. При этом последняя рассматривается как гибкий стержень, т.е. не учитывается осевая деформация. Принимается гипотеза о полном прилегании колонны в ее сжатой части к стенке скважины. Реализуются три приближения к точному решению поставленной задачи и в условиях бифуркации выявляется энергетически предпочтительная форма изгиба бурильной колонны.

1. Геометрические характеристики деформированной оси колонны

Бурильная колонна представляет собой совокупность последовательно соединенных буровых труб. Практикой вращательного (роторного) бурения установлено, что бурильная колонна в своей сжатой части имеет устойчивую спиральную форму динамического равновесия. Смысл словосочетания “сжатая часть бурильной колонны” заключается в следующем. В начальной стадии бурения на колонну от

[1]Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ №: 01-01-96431.

© Михайловский Е.И., Осипова О.П., 2003.

буровой установки передаются определенная сжимающая сила и крутящий момент. В процессе бурения сжимающая сила регулируется с тем, чтобы на забой действовало давление, соответствующее технологической норме. С учетом веса колонны при достижении ею определенной длины сжимающая сила зануляется, а затем заменяется силой, приподнимающей колонну. Таким образом, на определенной стадии глубокого (геологического) бурения у колонны труб в ее нижней части реализуется сжатие, а в верхней части – растяжение. При этом характер потертостей бурильных труб свидетельствует о том, что в сжатой части бурильная колонна полностью облегает стенку (внутреннюю поверхность) скважины. Трение между стенкой скважины и бурильными трубами в расчет не принимается, так как оно пренебрежимо мало вследствие вибрации колонны [4].

С учетом сказанного принимается допущение, что ось стержня (колонны) располагается на поверхности кругового цилиндра радиуса

$$a = \frac{1}{2}(D - d), \tag{1.1}$$

где D – диаметр скважины (долота), d – диаметр труб колонны.

Свяжем с деформированной осью стержня три системы координат:

i) неподвижную декартову систему с ортами $\{\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z\}$;

ii) цилиндрическую систему с ортами $\{\mathbf{e}_\rho, \mathbf{e}_\varphi, \mathbf{e}_n\}$;

iii) подвижную систему (связанную с осью стержня на цилиндрической поверхности радиуса a) с ортами $\{\boldsymbol{\nu}, \boldsymbol{t}, \boldsymbol{n}\}$, где $\boldsymbol{\nu}$ – орт тагенсальной нормали к оси стержня, $\boldsymbol{t}$ – орт касательной, $\boldsymbol{n} = \mathbf{e}_\rho = \boldsymbol{\nu} \times \boldsymbol{t}$ – орт нормали поверхности цилиндра вдоль оси стержня.

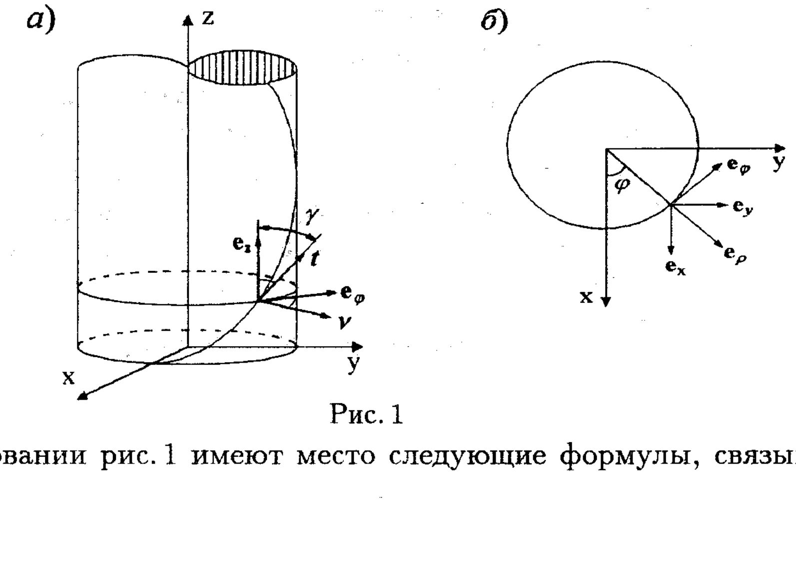

Рис. 1

На основании рис. 1 имеют место следующие формулы, связывающие орты названных систем:

$$\begin{cases} \mathbf{e}_\rho = \mathbf{e}_x \cos\varphi + \mathbf{e}_y \sin\varphi, \\ \mathbf{e}_\varphi = -\mathbf{e}_x \sin\varphi + \mathbf{e}_y \cos\varphi; \end{cases} \tag{1.2$_1$}$$

$$\begin{cases} \boldsymbol{\nu} = -\mathbf{e}_z \sin\gamma + \mathbf{e}_\varphi \cos\gamma, \\ \boldsymbol{t} = \mathbf{e}_z \cos\gamma + \mathbf{e}_\varphi \sin\gamma \\ \boldsymbol{n} = \mathbf{e}_\rho. \end{cases} \tag{1.2$_2$}$$

Здесь $\gamma = (\widehat{\mathbf{e}_z, \boldsymbol{t}})$ – угол между осью колонны и осью скважины (т.н. *угол наклона спирали*).

В качестве начальной и конечной точек оси стержня будем принимать соответственно верхнюю и нижнюю точки участка полного прилегания стержня к стенке скважины. Положение точки на оси определяем длиной дуги s, отсчитываемой от начальной точки. В качестве основной искомой функции рассматриваем угол наклона спирали

$$\gamma = \gamma(s).$$

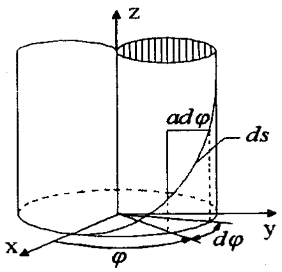

Рис. 2

Непосредственно из рис. 1,*a*) и рис. 2 усматриваются формулы

$$ds = \frac{a d\varphi}{\sin\gamma}, \quad H = a \int\limits_{\varphi}^{\varphi+2\pi} \mathrm{ctg}\gamma\, d\varphi', \tag{1.3}$$

где H – шаг винтовой линии.

На основании формул (1.2), (1.3) имеют место следующие правила дифференцирования ортов:

$$\frac{d\mathbf{e}_\rho}{ds} = \frac{\sin\gamma}{a}\mathbf{e}_\varphi, \qquad \frac{d\mathbf{e}_\varphi}{ds} = -\frac{\sin\gamma}{a}\mathbf{e}_\rho. \tag{1.4}$$

Известны следующие формулы дифференцирования ортов, связанных с линией на поверхности [5]:

$$\frac{d\boldsymbol{\nu}}{ds} = \rho\,\boldsymbol{t} - \tau\,\boldsymbol{n}, \quad \frac{d\boldsymbol{t}}{ds} = \sigma\,\boldsymbol{n} - \rho\,\boldsymbol{\nu}, \quad \frac{d\boldsymbol{n}}{ds} = \tau\,\boldsymbol{\nu} - \sigma\,\boldsymbol{t}, \tag{1.5}$$

где σ – нормальная кривизна поверхности вдоль оси стержня, ρ – геодезическая кривизна, τ – геодезическое кручение.

Дифференцируя орты триэдра $\{\boldsymbol{\nu}, \boldsymbol{t}, \boldsymbol{n}\}$ с учетом (1.2), (1.4) и сравнивая получаемые выражения с (1.5), придем к формулам

$$\sigma = -\frac{\sin^2\gamma}{a}, \qquad \rho = -\frac{d\gamma}{ds}, \qquad \tau = \frac{\sin\gamma\,\cos\gamma}{a}. \tag{1.6}$$

Учитывая, что до деформации стержень предполагался прямым, окончательно получим следующие формулы для параметров изменения кривизны [5]:

$$æ_{tt} = \frac{\sin^2\gamma}{a}, \quad æ_{t\nu} = \frac{\sin\gamma\cos\gamma}{a}, \quad æ_{tn} = \frac{d\gamma}{ds}. \tag{1.7}$$

Уравнения равновесия элемента оси стержня, на которую действуют погонные сила $\mathbf{q}$ и момент $\mathbf{m}$ имеют вид [5]

$$\frac{d\mathbf{F}}{ds} + \mathbf{q} = \mathbf{0}, \quad \frac{d\mathbf{B}}{ds} + \boldsymbol{t}\times\mathbf{F} + \mathbf{m} = \mathbf{0}, \tag{2.1}$$

где $\mathbf{q} = \frac{G}{l}\,\mathbf{e}_z - r\,\mathbf{e}_\rho$, G – вес колонны, l – длина стержня, r – реакция стенки скважины.

На основании формул (1.5) уравнения (2.1) можно записать в проекциях на орты $\{\boldsymbol{\nu}, \boldsymbol{t}, \boldsymbol{n}\}$. Имеем

$$\frac{dF_\nu}{ds} - \rho\,F_t + \tau\,F_n + q_\nu = 0, \tag{2.2$_1$}$$

$$\frac{dF_t}{ds} + \rho\,F_\nu - \sigma\,F_n + q_t = 0, \tag{2.2$_2$}$$

$$\frac{dF_n}{ds} - \tau\,F_\nu + \sigma\,F_t + q_n = 0; \tag{2.2$_3$}$$

$$\frac{dB_\nu}{ds} - \rho\,B_t + \tau\,B_n + F_n + m_\nu = 0, \tag{2.3$_1$}$$

$$\frac{dB_t}{ds} + \rho\,B_\nu - \sigma\,B_n + m_t = 0, \tag{2.3$_2$}$$

$$\frac{dB_n}{ds} - \tau\,B_\nu + \sigma\,B_t - F_\nu + m_n = 0. \tag{2.3$_3$}$$

Здесь F_t – сила растягивающая (сжимающая) ось стержня; F_ν, F_n – перерезывающие силы; B_t – скручивающий момент; B_ν, B_n – изгибающие моменты. Ниже будут использоваться также получаемые с учетом формул (1.4) уравнения равновесия в проекциях на оси цилиндрической системы координат:

$$\frac{dF_\rho}{ds} - \frac{\sin\gamma}{a}F_\varphi - r = 0, \tag{2.4$_1$}$$

$$\frac{dF_\varphi}{ds} + \frac{\sin\gamma}{a}F_\rho = 0, \tag{2.4$_2$}$$

$$\frac{dF_z}{ds} + \frac{G}{l} = 0; \tag{2.4$_3$}$$

$$\frac{dB_\rho}{ds} - \frac{\sin\gamma}{a} B_\varphi - \cos\gamma\, F_\varphi + \sin\gamma\, F_z = 0, \tag{2.5$_1$}$$

$$\frac{dB_\varphi}{ds} + \frac{\sin\gamma}{a} B_\rho + \cos\gamma\, F_\rho = 0, \tag{2.5$_2$}$$

$$\frac{dB_z}{ds} - \sin\gamma\, F_\rho + m_z = 0. \tag{2.5$_3$}$$

Из $(2.4)_3$ на основании того, что $F_z(0) = P$, сразу следует формула

$$F_z = -(P + G\xi) \tag{2.6}$$

($\xi = s/l$, P – вертикальная сила давления).

С другой стороны принимая во внимание $(1.2)_2$, можно записать

$$F_z = -F_\nu \sin\gamma + F_t \cos\gamma. \tag{2.7}$$

Из соотношений (2.6) и (2.7) получаем следующую формулу для осевой силы:

$$F_t = F_\nu \operatorname{tg}\gamma - \frac{P + G\xi}{\cos\gamma}. \tag{2.8}$$

Обобщенный закон Гука для стержня кольцевого поперечного сечения в предположении об отсутствии поперечных сдвигов (гипотеза плоских сечений) можно записать в виде [5]

$$B_\nu = -K\,æ_{tt}, \quad B_n = -K\,æ_{tn}, \quad F_t = E\,S\,\varepsilon_{tt}, \tag{2.9}$$

где $K = EI$, ES – жесткости стержня при изгибе и растяжении; I – момент инерции поперечного сечения трубы относительно центральной оси: $I = \frac{1}{8}\pi\, d_o^3\, h$; S – площадь поперечного сечения стержня: $S = \pi\, d_o\, h$; d_o – внутренний диаметр трубы; E – модуль Юнга материала трубы.

3. Форма изгиба бурильной колонны без учета кручения

Как уже было сказано, буровая колонна в данной работе рассматривается как гибкий стержень, что означает пренебрежение деформацией осевого сжатия ε_{tt}. При этом в соответствии с формулой $(2.9)_3$, казалось бы, следует пренебречь и силой F_t. Однако такое упрощение привело бы к существенному искажению результатов, так как рассматривается именно сжатая часть бурильной колонны. Поэтому силу F_t

будем учитывать в соответствии с формулой (2.8). Окончательно получим следующую систему уравнений:

$$
\begin{gathered}
B_\nu = -\frac{K}{a}\sin^2\gamma, \quad B_n = -K\frac{d\gamma}{ds}, \\
F_\nu = \frac{dB_n}{ds} - \tau B_\nu, \quad F_n = -\frac{dB_\nu}{ds} - \tau B_n, \\
r = \frac{dF_n}{ds} - (\tau - \sigma \mathrm{tg}\gamma)F_\nu - \sigma\frac{P+G\xi}{\cos\gamma},
\end{gathered} \tag{3.1}
$$

где учтено, что $r = -q_n$.

Таким образом, система пяти уравнений (3.1) содержит шесть неизвестных функций

$$B_\nu, \quad B_n, \quad F_\nu, \quad F_n, \quad r, \quad \gamma,$$

что позволяет первые пять функций выразить через одну искомую функцию $\gamma(s)$, а ту, в свою очередь, определить из условия минимума полной потенциальной энергии

$$\Pi(\gamma) \to \min_{\gamma}. \tag{3.2}$$

Упругую энергию деформации стержня при сделанных выше допущениях можно вычислять по формуле

$$U = \frac{1}{2}K\int_0^1 (\text{æ}_{tt}^2 + \text{æ}_{tn}^2)\,ds. \tag{3.3}$$

С учетом того, что $\varepsilon_{tt} \approx 0$ элементарное вертикальное перемещение точки стержня с координатой s в результате его деформации определяется формулой (см. рис. 2)

$$du_z^s = ds - dz = (1-\cos\gamma)\,ds.$$

Тогда для полного перемещения этой точки справедлива следующая формула:

$$u_z^s = \int_s^l (1-\cos\gamma)\,ds'. \tag{3.4}$$

При переходе от изогнутой конфигурации стержня к исходной сила вертикального давления, передаваемого от буровой установки, совершила бы работу

$$A_P = -Pu_z^\circ = -P\int_0^l (1-\cos\gamma)\,ds. \tag{3.5}$$

Далее определим работу погонных сил тяжести G/l при переходе от деформированной конфигурации стержня к исходной. Очевидно, что элементарная работа вычисляется так:

$$dA_G = -\frac{G}{l} ds\, u_z^s.$$

Следовательно, полная работа сил тяжести с учетом формулы (3.4) определяется формулой

$$A_G = -\frac{G}{l}\int_0^l \Big(\int_s^l (1-\cos\gamma)\, ds'\Big)\, ds. \tag{3.6}$$

Силы реакции стенки, действующие на стержень, при переходе от деформированной конфигурации (спираль радиуса a) к исходной (отрезок длиной l оси OZ) совершают работу

$$A_r = \int_0^l (r ds)\, u_\rho = a\int_0^l r\, ds. \tag{3.7}$$

Полная потенциальная энергия при допущении,что $\gamma \ll 1$, на основании формул (3.3)-(3.7) имеет вид

$$\Pi_1(\gamma) = U + A_P + A_G + A_r =$$

$$= \int_0^1 \Big\{ \frac{K}{2a^2}(\gamma^4 + \alpha^2\gamma'^2) - \frac{1}{2}(P+G\xi)\gamma^2 +$$

$$+ \frac{K}{a^2}[-\gamma^4 + 3\alpha^2\gamma'^2 + \underline{4\alpha^2\gamma\gamma''}] + (P+G\xi)\gamma^2 \Big\} d\xi. \tag{3.8}$$

Пренебрегая подчеркнутым в (3.8) слагаемым (оценку значимости которого можно производить a posteriory), придем к следующему уравнению Эйлера для упрощенного функционала:

$$\frac{2K}{a^2}(\gamma^3 - \frac{1}{2}\alpha^2\gamma'') - (P+G\xi)\gamma - \underline{\frac{K}{a^2}(4\gamma^3 + 6\alpha^2\gamma'') + 2(P+G\xi)\gamma} = 0. \tag{3.9}$$

(Подчеркнутое в (3.9) слагаемое связано с учетом потенциальной энергии реакции стенки скважины.)

Уравнение (3.9) можно записать так:

$$\gamma'' = A\gamma^3 + (B + C\xi)\gamma, \tag{3.10}$$

где

$$A = -\frac{2l^2}{7a^2}, \quad B = \frac{Pl^2}{7K}, \quad C = \frac{Gl^2}{7K}.$$

Заменой переменных

$$B + C\xi = \sqrt[3]{C^2}\, z, \quad \gamma = \sqrt[3]{C^2}\sqrt{\frac{2}{A}}\, w$$

уравнение (3.10) приводится к виду

$$\frac{d^2w}{dz^2} = 2w^3 + zw. \tag{3.11}$$

Уравнение (3.11) является вторым (в порядке возрастания сложности) из шести уравнений П. Пенлеве [6], которые как известно, не сводятся к классическим специальным функциям. Следовательно, функцию $\gamma(\xi)$ можно найти лишь с использованием численных методов интегрирования.

В данной работе здесь и впредь ограничимся рассмотрением асимптотического решения ($\alpha \to 0$). На основании уравнения (3.9) имеем

$$\gamma_1 = 0, \qquad \gamma_2 = \pm a\sqrt{\frac{P + G\xi}{2K}}. \tag{3.12}$$

Содержательное (нетривиальное) решение (3.12) предложено в работе [2] как единое для всех перечисленных выше режимов стационарного вращения (I – III). Обращает на себя внимание тот факт, что решение (3.12) сохраняет свой вид независимо от того, *учитывается потенциальная энергия реакции стенки или нет.* Точное же решение при этом получается различным, хотя в обоих случаях удовлетворяет уравнению Пенлеве типа (3.11).

4. Учет распределенного скручивающего момента

При действии на стержень, имеющий спиральную форму, вертикальной силы тот, являясь при отсутсвии трения винтовой пружиной, работает в основном на скручивание.

На основании $(2.5)_3$, $(2.4)_2$ имеем

$$\frac{dB_z}{ds} + a\frac{dF_\varphi}{ds} = -m_z$$

или

$$B_z + aF_\varphi = B_z^\circ + F_\varphi^\circ - \int\limits_0^s m_z\,ds' \tag{4.1}$$

$$(B_z^\circ = B_z(0), \quad F_\varphi^\circ = F_\varphi(0)).$$

Условимся в данной работе называть момент, действующий в поперечном сечении стержня *скручивающим*, а момент, вращающий бурильную колонну (момент на роторе) – *крутящим*.

Учитывая, что погонный внешний момент (в связи с допущением об отсутствии трения бурильной колонны о стенку скважины) равен нулю ($m_z = 0$), и, принимая во внимание граничные условия $B_z^\circ = 0$, $F_\varphi^\circ = 0$, означающие отсутствие крутящего момента и перерезывающей силы в верхней точке сжатой чати бурильной колонны, на основании (4.1) будем иметь

$$B_z + aF_\varphi = 0$$

или (см. $(1.2)_2$)

$$-B_\nu \sin\gamma + B_t \cos\gamma + a(F_\nu \cos\gamma + F_t \sin\gamma) = 0.$$

Отсюда с учетом (2.8), (3.1) находим

$$B_t = \frac{a\mathrm{tg}\gamma}{\cos\gamma}(P + G\xi) - \frac{K}{a}\Big(2\frac{\sin^3\gamma}{\cos\gamma} - \underline{\frac{\alpha^2}{\cos^2\gamma}\gamma''}\Big). \tag{4.2}$$

Упругую энергию деформации определяем по формуле (см.(3.3))

$$U = \frac{1}{2}K\int\limits_0^l (æ_{tt}^2 + æ_{tn}^2)\,ds + \frac{1+\nu}{2K}\int\limits_0^l B_t^2\,ds. \tag{4.3}$$

(Учтено, что жесткость стержня кольцевого сечения на кручение определяется формулой [5] $GI_P = K/(1+\nu)$). Полная потенциальная энергия на основании формул (3.5) – (3.7), (4.2) (без подчеркнутого слагаемого) и (4.3) в предположении, что $\gamma \ll 1$, определяется формулой

$$\Pi_2(\gamma) = \Pi_1(\gamma) + \frac{2(1+\nu)Kl}{a^2}\int\limits_0^1 \gamma^2\Big(\gamma^2 - \frac{a^2(P+G\xi)}{2K}\Big)^2 d\xi. \tag{4.4}$$

Уравнеие Эйлера для упрощенного функционала при $\alpha \to 0$ имеет вид

$$\frac{12K(1+\nu)}{a^2}\gamma^5 - \left[8(1+\nu)(P+G\xi) + \frac{2K}{a^2}\right]\gamma^3 + \\ + \left[\frac{a^2(1+\nu)}{K}(P+G\xi)^2 + (P+G\xi)\right]\gamma = 0.$$

Корни этого уравнения определяются формулами

$$\gamma_1 = 0, \quad \pm\gamma_2 = a\sqrt{\frac{P+G\xi}{2K}}, \quad \pm\gamma_3 = \sqrt{\frac{a^2(P+G\xi)}{6K} + \frac{1}{6(1+\nu)}}. \qquad (4.5)$$

Таким образом, учет скручивающего момента приводит к дополнительному корню γ_3. Для того, чтобы выявить устойчивую форму динамического равновесия, был проведен численный эксперимент, который показал, что в широком диапазоне изменения параметров минимальная потенциальная энергия соответствует именно этому корню. Например, для параметров

$$\nu = 0,3, \; a = 0,02\,\text{м}, \; K = 10^3\,\text{кГ}\,\text{м}^2, P = 2500\,\text{кГ}, \; G = 3000\,\text{кГ} \qquad (4.6)$$

потенциальная энергия (4.4) при $\alpha \to 0$ имеет следующие значения

$$\Pi_1(0) = 0, \quad \Pi_2(\pm\gamma_2) = 0,837\,l\,\text{кГ}, \quad \Pi_2(\pm\gamma_3) = -6762\,l\,\text{кГ}.$$

5. Дополнительный учет крутящего момента

Предположим, что дополнительно к рассмотренным ранее нагрузкам на сжатую часть бурильной колонны передается крутящий момент $B_z^0 = M$. Тогда формула (4.1) перейдет в следующую:

$$B_z + aF_\varphi = M.$$

Соответственно формула, аналогичная (4.2), после отбрасывания подчеркнутого слагаемого будет иметь вид

$$B_t = \frac{M}{\cos\gamma} - \frac{2K}{a}\frac{\sin^3\gamma}{\cos\gamma} + a\frac{\operatorname{tg}\gamma}{\cos\gamma}(P+G\xi).$$

Полная потенциальная энергия при этом определяется формулой

$$\Pi_3(\gamma) = \Pi_2(\gamma) - \frac{2(1+\nu)Ml}{a}\int\limits_0^1\left(\gamma^3 - \frac{a^2(P+G\xi)}{2K}\gamma - \frac{Ma}{4K}\right)d\xi. \qquad (5.1)$$

Уравнение Эйлера для упрощенного функционала можно представить так:

$$\frac{12K(1+\nu)}{a^2}\gamma\left(\gamma^2-\frac{a^2(P+G\xi)}{2K}\right)\left[\gamma^2-\left(\frac{a^2(P+G\xi)}{6K}+\frac{1}{6(1+\nu)}\right)\right]-$$

$$-\frac{6M(1+\nu)}{a}\left(\gamma^2-\frac{a^2(P+G\xi)}{6K}\right)=0. \qquad (5.2)$$

Очевидно, что при $M = 0$ из уравнения (5.2) следуют полученные ранее решения (3.12) и (4.5). На основе численного эксперимента установлено, что эти решения можно использовать и при $M \neq 0$ в достаточно широком диапазоне изменения параметров бурения. Например, при $M = 7\,\text{кГм}$ и значениях остальных параметров, приведенных в (4.6), различия между точными значениями γ, найденными из уравнения (5.2) и вычисленными по формулам (4.5), не превешает 5%. На рис. 3 приведен график левой части уравнения (5.2).

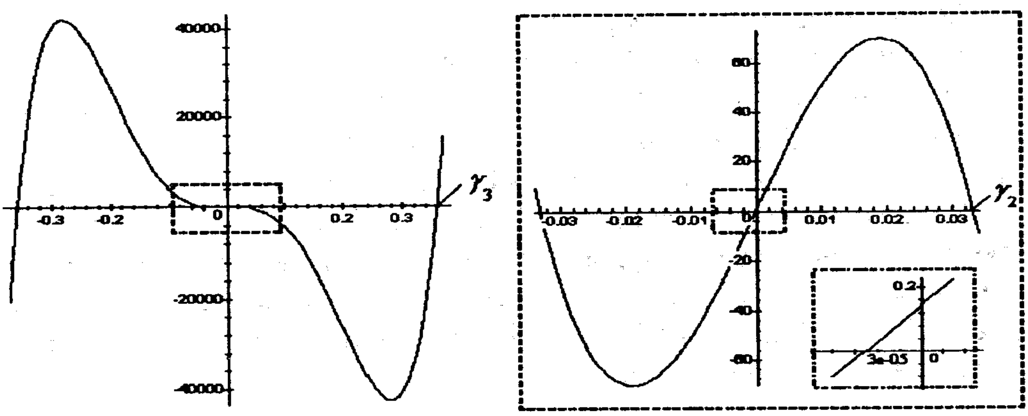

Рис. 3

В заключение заметим, что многие авторы, исследовавшие пространственный изгиб бурильной колонны в скважине, также пришли к выводу, что крутящий момент незначительно влияет на форму изгиба. По данным В.Н. Алексеева, влияние крутящего момента на форму изгиба (γ) оценивается в 1% [2], по данным Н.Ф. Лебедева и Н.А. Сесюнина – менее 2% [4].

Литература

1. **Бекух И.И., Ибулатов К.А., Симонянц Л.Е.** К вопросу расчета колонны бурильных труб//*Изв. ВУЗов. Нефть и газ. 1970. №12. С. 43-46.*

2. **Алексеев В.Н.** Спиральный изгиб бурильной колонны в скважине //*Разведка и охрана недр. 1973. №10. С. 31–34.*

3. **Балицкий П.В.** Исследование на механической модели статической устойчивости колонны бурильных труб//*Нефтяное машиностроение. 1958. Т.3. С. 40–64.*

4. **Лебедев Н.Ф.** Динамика гидравлических забойных двигателей. М.: Недра, 1981. 250 с.

5. **Михайловский Е.И., Торопов А.В.** Математические модели теории упругости. Сыктывкар: ИПО Сыктывкарск. ун-та, 1995. 251 с.

6. **Голубев В.В.** Лекции по аналитической теории дифференцальных уравнений. М.-Л.: Гостехиздат, 1956. 436 с.

Summary

Mikhailovskii E.I., Osipova O.P. About one a form of dynamic equilibrium of compressed part for a drill column

One of the possible (preferable from the position of durability) stationary modes of a rotation for a contracted part of a drill pipe, namely its rotation as of a solid body around the axe of a hole is investigated. At this point the problem about the drill column bending is considered as an inverse problem because to the accepted hypothesis about the full adjacement of a pipe string to the wall of a hole. Three approximations to the exact solution are realized and in the conditions of bifurcation the energetically preferable form of a drill column is found.

Сыктывкарский университет *Поступила 15.10.2002*