

ТЕОРИЯ И МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ
И ИНФОРМАТИКЕ
THEORY AND METHODS OF TEACHING MATHEMATICS
AND COMPUTER SCIENCE

Вестник Сыктывкарского университета.

Серия 1: Математика. Механика. Информатика. 2023.

Выпуск 4 (49)

Bulletin of Syktyvkar University.

Series 1: Mathematics. Mechanics. Informatics. 2023; 4 (49)

Научная статья

УДК 378, 520.88

https://doi.org/10.34130/1992-2752_2023_4_47

**ВВЕДЕНИЕ В ТЕОРИЮ МАТЕМАТИЧЕСКОГО
МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРИ ОБУЧЕНИИ СТУДЕНТОВ**

Андрей Васильевич Ермоленко

Сыктывкарский государственный университет

им. Питирима Сорокина, ea74@list.ru

Аннотация. В статье обсуждаются вопросы знакомства студентов с математическим моделированием на младших курсах. Предлагаются способы знакомства через индивидуальную подготовку, привитие интереса через исторические и философские экскурсии, знакомство с математическим моделированием на фундаментальных дисциплинах. Рассматриваются задачи, позволяющие студентам познакомиться с моделированием на ранних курсах. В качестве примера рассмотрена математическая модель Лотки – Вольтера.

Ключевые слова: численные методы, подготовка научных кадров, модель Лотки – Вольтера, математическое моделирование

Для цитирования: Ермоленко А. В. Введение в теорию математического моделирования при обучении студентов // *Вестник Сыктывкарского университета. Сер. 1: Математика. Механика. Информатика.* 2023. Вып. 4 (49). С. 47–58. https://doi.org/10.34130/1992-2752_2023_4_47

Article

Introduction to the theory of mathematical modeling when teaching students

Andrey V. Yermolenko

Pitirim Sorokin Syktyvkar State University, ea74@list.ru

Abstract. The article discusses the issues of introducing students to mathematical modeling in junior years. Ways of getting to know each other through individual training, instilling interest through historical and philosophical excursions, and familiarization with mathematical modeling in fundamental disciplines are proposed. Problems that allow students to become familiar with modeling in early courses are considered. As an example, the Lotka-Voltaire mathematical model is considered.

Keywords: numerical methods, training of scientific personnel, Lotka-Voltaire model, mathematical modeling

For citation: Yermolenko A. V. Introduction to the theory of mathematical modeling when teaching students. *Vestnik Syktyvkarского университета. Seriya 1: Matematika. Mekhanika. Informatika* [Bulletin of Syktyvkar University, Series 1: Mathematics. Mechanics. Informatics], 2023, no 4 (49), pp. 47–58. (In Russ.) https://doi.org/10.34130/1992-2752_2023_4_47

1. Введение

В Сыктывкарском университете работают представители научной школы механики академика В. В. Новожилова [1], которые занимаются математическим моделированием в области теорий пластин и оболочек, см., например, [2]. Однако данная тематика зачастую отпугивает студентов-математиков, так как требует достаточно высокого порога вхождения — необходимо знание дисциплин «Дифференциальные уравнения», «Численные методы», «Уравнения математической физики», которые изучаются на 2-м и 3-м курсах. Возникают вопросы: как вводить студентов в тематику научной работы? Как привить интерес к математическому моделированию?

С учетом сказанного ставится цель — сформулировать собственное видение процесса вовлечения студентов в научную деятельность в области математического моделирования.

2. Материалы и методы

Данное исследование построено на базе использования теоретического и практического материалов. Применение теоретического метода в совокупности с преподавательским опытом позволило сформулировать рекомендации в области вовлечения обучающихся в научную деятельность.

3. Результаты

3.1. Особенности знакомства с математическим моделированием

Знакомство с математическим моделированием студентов направлений «Математика и компьютерные науки», «Прикладная математика и информатика», как правило, начинается со второго курса в рамках выполнения курсовых работ по дисциплинам «Технологии программирования», «Дифференциальные уравнения». При этом полноценное понимание математического (и компьютерного) моделирования приходит к студентам только на 3-м курсе после изучения специализированных дисциплин и выполнения курсовых работ [3].

Причины неспособности студентов в массе своей к научной работе на ранних курсах видятся в следующем:

1. Недостаточная школьная математическая и компьютерная подготовка, которая не позволяет усваивать математический материал на высоком уровне абстракции.
2. Низкая заинтересованность студентов. Выражается в том, что большинство студентов не видят цели в выполнении научной работы, так как это требует дополнительных усилий, а также отсутствует мгновенная отдача.
3. Сложность подведения студентов к решению актуальных задач, так как для полного понимания желательно изучить ряд дисциплин старших курсов.

Существует ряд работ, предлагающих пути устранения данных причин, см., например [3–5]. Кратко рекомендации можно сформулировать так:

- привитие интереса к науке через исторические или философские микроэкскурсы, например [6];

- включение элементов математического моделирования на фундаментальных математических предметах, практических занятиях по программированию;
- участие обучающихся в молодежных конференциях и чемпионатах по программированию, начиная с 1-го курса;
- использование индивидуальной траектории обучения на основе удачных практических наработок педагога.

Таким образом, первые две рекомендации можно свести к тому, что интерес к науке в первую очередь должен формироваться всеми педагогами, участвующими в учебном процессе, это не должна быть обязанность только куратора или заведующего кафедрой. Это может выражаться во введении отдельных лекций, или в интересных замечаниях на занятиях, или же в объяснении практического применения формул.

Студентам с первого курса также должен прививаться интерес к научным и научно-практическим исследованиям через олимпиады по программированию, кружковой деятельности, участие в конференциях.

При этом очень важным является индивидуальная работа со студентами. В работе [3] описан процесс индивидуального знакомства студентов с математическими моделями механики пластин и оболочек. Положительным опытом такого подхода стало то, что два студента стали стипендиатами премий Правительства и Президента РФ – Ю. Жибалова и Н. Филишова [7].

3.2. Пример простого исследования методов решения дифференциальных уравнений

Кроме решения задач механики пластин и оболочек с ранних курсов можно практически изучать известные математические модели. Например, к конференции «Математическое моделирование и информационные технологии» студентом подготовлен доклад по изучению погрешности методом Эйлера решения дифференциального уравнения. Учитывая, что работу выполняет студент первого курса, пришлось на этапе объяснения модели раскрыть, что такое дифференциальное уравнение, что является его решением. Аналитические методы решения дифференциальных уравнений не рассматривались, однако учитывая, что на первом курсе уже изучается дисциплина «Технология программирования», итерационная схема метода оказалась достаточно понятной. Далее с использованием языка программирования Python [8] схема Эйлера

была реализована. При этом при использовании различных разбиений подтверждается известный факт – метод Эйлера является методом 1-го порядка и имеет погрешность $O(h)$.

Дальнейшим изучением математического моделирования с использованием дифференциальных уравнений стала работа [9], в которой изучается модель «Хищник – жертва» (см. листинг 1). Студент разобрался с моделью, написал небольшую программу на языке Python. При этом первоначально был построен график зависимости популяций хищников и жертв от времени (см. рис. 1).

Листинг 1

Код программы

```
import matplotlib.pyplot as plt
import math

def f(t,x,y):
    return alpha * x - beta * x * y
def g(t,x,y):
    return - gamma * y + delta * x * y

t0, A = 0, 35
n = 1000
h = A / n
alpha = gamma = 0.5
beta = delta = 0.002
t=[t0 + h * i for i in range(n+1)]
x=[500]
y=[501]
for i in range(1, n + 1):
    x.append(x[i - 1] + h * f(t[i - 1], x[i - 1], y[i - 1]))
    y.append(y[i - 1] + h * g(t[i - 1], x[i - 1], y[i - 1]))
plt.plot(t,x)
plt.plot(t,y,linestyle="dashed")
plt.xlabel("t")
plt.ylabel("x, y")
plt.title("Модель Хищник-жертва. Метод Эйлера")
plt.grid()
plt.show()
```

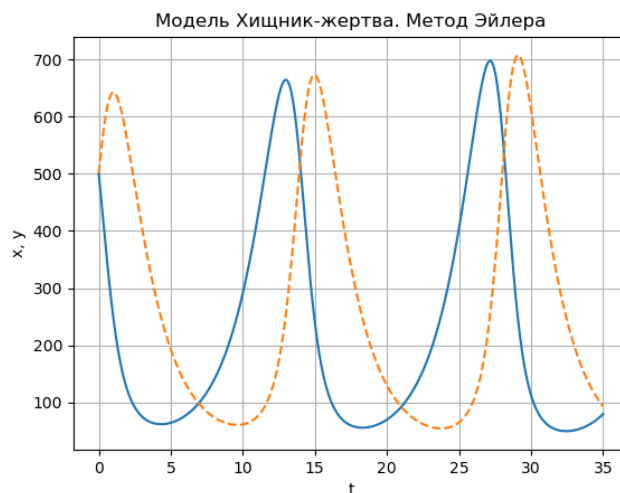


Рис. 1. Графики популяций хищников и жертв в зависимости от периода времени

При анализе данных необходимо, чтобы студент смог описать полученные результаты, оценить их адекватность. Для лучшего понимания результатов также был построен график зависимости числа хищников от числа жертв (см. рис. 2). Для этого заменили последние 6 строк кода так, как это показано в листинге 2. По представленному рисунку четко видно, что при увеличении одной популяции вторая сокращается и наоборот. Полезным также является проведение именно численного эксперимента, а не просто запуск программы при одних параметрах. В качестве задачи для численного эксперимента можно выяснить, при каких исходных параметрах популяции исчезнут.

Листинг 2

Изменения в первоначальный код

```
plt.plot(x,y, linewidth=0.8)
plt.xlabel("Количество жертв")
plt.ylabel("Количество хищников")
plt.title("Модель Хищник-жертва. Метод Эйлера")
plt.grid()
plt.show()
```

При построении математических моделей необходимо проверять полученные результаты с известными. Полученные результаты сверялись с аналитическим решением статьи [11].

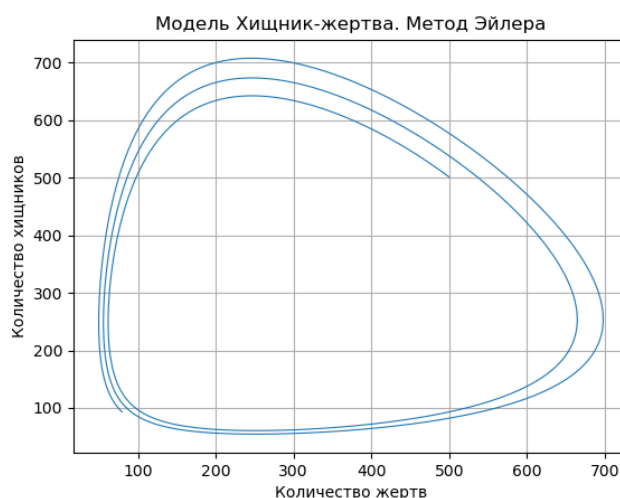


Рис. 2. График зависимости количества хищников от количества жертв

Таким образом, студент не только разобрался с математической моделью Лотки – Вольтера, но и провел обширный численный эксперимент.

3.3. Обзор простых задач математического моделирования

Студенты на младших курсах стремятся в первую очередь к знакомству с передовыми технологиями в области программирования. Поэтому как общий подход можно использовать следующий. Научить студентов строить математические модели некоторых процессов. Затем построенные математические модели реализовать их на компьютере, используя знания и навыки, связанные с программированием [10].

Каждый педагог может сформулировать постановку задачи, связанную с преподаваемыми дисциплинами. В качестве примеров простых математических моделей можно рассмотреть следующие:

- модель разгона стрелы, выпущенной из лука или арбалета некоторого конкретного класса [4];
- расчет прогиба прямоугольной пластины [2];
- реализация численных методов решения дифференциальных уравнений;
- реализация численных методов решения алгебраических уравнений, включая итерационные;

- простые модели кластеризации, например байесовский классификатор или метод k -средних;
- всплытие подводной лодки;
- I и II задачи Циолковского;
- прогнозирование социально-экономических параметров с использованием стандартных библиотек.

Пусть для студентов старших курсов это будут задачи на одно лабораторное занятие, но для студента-первокурсника — это целое открытие. И задача педагога в индивидуальной работе — помочь не только реализовать эти задачи, но и оформить полученный маленький научный результат.

4. Обсуждение

В заключении хочется отметить, что студент, занимающийся научной работой в области математики и математического моделирования, был всегда «штучным товаром», поэтому в первую очередь речь должна идти об индивидуальной работе с такими студентами, начиная с первого семестра первого курса.

Использование элементов математического моделирования с первого курса усиливает мотивацию студентов к изучению математики и информатики.

Список источников

1. Михайловский Е. И. Школа механики оболочек академика Новожилова. Сыктывкар: Изд-во Сыктывкарского ун-та, 2005. 172 с.
2. Михайловский Е. И., Ермоленко А. В., Миронов В. В., Туглубенская Е. В. Уточненные нелинейные уравнения в неклассических задачах механики оболочек : учебное пособие. Сыктывкар: Изд-во Сыктывкарского ун-та, 2009. 141 с.
3. Ермоленко А. В. Классические контактные задачи со свободной границей // *Проблемы математического образования в вузах и школах России в условиях его модернизации: IV Всероссийская научно-методическая конференция : сборник материалов*. Сыктывкар: Изд-во СыктГУ, 2014. С. 160–167.

4. **Фокин Р. Р., Атоян А. А., Абиссова М. А.** Изучение математики, информатики, математического и информационного моделирования: пути роста мотивации студента // *Научный альманах*. 2022. № 1–1 (87). С. 111–114.
5. **Жаркова Ю. С.** Преподавание элементов математического моделирования в педагогическом вузе как средство развития профессиональных компетенций // *Вестник Челябинского государственного педагогического университета*. 2014. № 9–1. С. 85–93.
6. **Асланов Р. М., Сушков В. В.** Исторические пути возникновения и развития теории функций комплексного переменного // *Вестник Сыктывкарского университета. Сер. 1: Математика. Механика. Информатика*. 2022. Вып. 3 (44). С. 47–63.
7. Студенты СГУ им. Питирима Сорокина – стипендиаты Президента и Правительства России [Электронный ресурс]. URL: <https://www.syktso.ru/news/17286/> (дата обращения: 21.11.2023).
8. **Ермоленко А. В., Осипов К. С.** О применении библиотек Python для расчета пластин // *Вестник Сыктывкарского университета. Серия 1: Математика. Механика. Информатика*. 2019. № 4 (33). С. 86–95.
9. **Ермоленко А. В., Лотоцкая С. Р.** Численное решение задачи «Хищник – жертва» // *Актуальные вопросы современной науки : сборник научных статей по материалам III Международной научно-практической конференции (21 ноября 2023 г., г. Уфа) : в 3 ч.* Уфа: Изд. НИЦ Вестник науки, 2023. Ч. 1. С. 11–16.
10. **Фокин Р. Р., Атоян А. А., Абиссова М. А.** О мотивации к изучению в высшей школе дисциплин из областей математики, информатики, математического и информационного моделирования // *Современные наукоемкие технологии*. 2017. № 2. С. 172–176.
11. **Попов Н. И., Адиганова Н. А.** Об одной математической модели биологической задачи «хищник – жертва» // *Вестник МГПУ «Естественные науки»*. 2017. № 4 (28). С. 119–126.

References

1. **Mikhailovskii E. I.** *Shkola mekhaniki obolochek akademika Novozhilova* [Academic Novozhilov's school of mechanics of shells]. Syktyvkar: Publishing House of Syktyvkar University, 2005. 172 p. (In Russ.)
2. **Mikhailovskii E.I., Yermolenko A.V., Mironov V.V., Tulubenskaya E.V.** *Utochnennye nelinejnye uravneniya v neklassicheskikh zadachah mekhaniki obolochek : uchebnoe posobie* [Refined nonlinear equations in non-classical tasks of mechanics of shells]. Syktyvkar: Publishing House of Syktyvkar University, 2009. 141 p. (In Russ.)
3. **Yermolenko A. V.** Classical contact problems with free boundary. *Problemy matematicheskogo obrazovaniya v vuzah i shkolah Rossii v usloviyah ego modernizacii: IV Vserossijskaya nauchno–metodicheskaya konferenciya : sbornik materialov* [Problems of mathematical education in universities and schools of Russia in the context of its modernization: IV All-Russian Scientific and Methodological Conference: collection of materials]. Syktyvkar: Publishing house of Syktyvkar University, 2014. Pp. 160–167. (In Russ.)
4. **Fokin R. R., Atoyan A. A., Abissova M. A.** Studying mathematics, computer science, mathematical and information modeling: ways to increase student motivation. *Nauchnyj al'manah* [Scientific almanac]. 2022. No 1–1 (87). Pp. 111–114. (In Russ.)
5. **Zharkova YU. S.** Teaching elements of mathematical modeling at a pedagogical university as a means of developing professional competencies. *Vestnik Chelyabinskogo gosudarstvennogo pedagogicheskogo universiteta* [Bulletin of Chelyabinsk State Pedagogical University]. 2014. No 9–1. Pp. 85–93. (In Russ.)
6. **Aslanov R. M., Sushkov V. V.** Historical ways of emergence and development of complex analysis. *Vestnik Syktyvkarского universiteta. Seriya 1: Matematika. Mekhanika. Informatika* [Bulletin of Syktyvkar University. Series 1: Mathematics. Mechanics. Informatics]. 2022. No 3 (44). Pp. 47–63. (In Russ.)

7. *Studenty SGU im. Pitirima Sorokina – stipendiaty Prezidenta i Pravitel'stva Rossii* [Students of SSU named after Pitirim Sorokina – scholarship recipients of the President and Government of Russia] [Electronic resource]. Available at: <https://www.syktsu.ru/news/17286/> (accessed: 21.11.2023). (In Russ.)
8. **Yermolenko A. V., Osipov K. S.** On using Python libraries to calculate plates. *Vestnik Syktyvkar'skogo universiteta. Seriya 1: Matematika. Mekhanika. Informatika* [Bulletin of Syktyvkar University. Series 1: Mathematics. Mechanics. Informatics]. 2019. 4 (33). Pp. 86–95. (In Russ.)
9. **Yermolenko A. V., Lotockaya S. R.** Numerical solution of the problem “Predator – prey”. *Aktual'nye voprosy sovremennoj nauki : Sbornik nauchnykh statej po materialam III Mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoy konferencii (21 noyabrya 2023 g., g. Ufa) : v 3 ch.* [Current issues of modern science: Collection of scientific articles based on the materials of the III International Scientific and Practical Conference (November 21, 2023, Ufa) : in 3 parts]. Ufa: Publishing house. Scientific Research Center Bulletin of Science, 2023. Part 1. Pp. 11–16. (In Russ.)
10. **Fokin R. R., Atoyan A. A., Abissova M. A.** On motivation to study disciplines from higher education fields of mathematics, computer science, mathematical and information modeling. *Sovremennyye naukoemkie tekhnologii* [Modern high technology]. 2017. No 2. Pp. 172–176. (In Russ.)
11. **Popov N. I., Adiganova N. A.** About one mathematical model of the biological problem “predator – prey”. *Vestnik MGPU “Estestvennyye nauki”* [Bulletin of MSPU “Natural Sciences”]. 2017. No 4 (28). Pp. 119–126. (In Russ.)

Сведения об авторе / Information about author

Ермоленко Андрей Васильевич / Andrei V. Yermolenko

к.ф.-м.н., доцент, заведующий кафедрой прикладной математики и компьютерных наук / Ph.D. in Physics and Mathematics, Associate Professor, Head of Department of Applied Mathematics and Computer Science

Сыктывкарский государственный университет им. Питирима Сорокина / Pitirim Sorokin Syktyvkar State University

167001, Россия, г. Сыктывкар, Октябрьский пр., 55 / 167001, Russia,
Syktyvkar, Oktyabrsky Ave., 55

Статья поступила в редакцию / The article was submitted 23.11.2023
Одобрено после рецензирования / Approved after reviewing 30.11.2023
Принято к публикации / Accepted for publication 04.12.2023