

ИНФОРМАЦИОННЫЕ СООБЩЕНИЯ

INFORMATIONAL MESSAGES

Вестник Сыктывкарского университета.

Серия 1: Математика. Механика. Информатика. 2023.

Выпуск 3 (48)

Bulletin of Syktyvkar University.

Series 1: Mathematics. Mechanics. Informatics. 2023; 3 (48)

Информационные материалы

УДК 512.55

https://doi.org/10.34130/1992-2752_2023_3_90

МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ УЧЕБНОГО ПОСОБИЯ «ЭЛЕМЕНТАРНАЯ АЛГЕБРА И НАЧАЛА АНАЛИЗА: ПРАКТИКУМ»

Ольга Александровна Сотникова¹, Вячеслав Александрович Попов

¹Сыктывкарский государственный университет
имени Питирима Сорокина, sotnikovaoa@syktsu.ru

Аннотация. В статье рассматриваются методические аспекты содержания учебного пособия, подготовленного к изданию. Основу используемой методики составляет направленность наобретение опыта учебной математической деятельности.

Ключевые слова: учебная математическая деятельность, изучение элементарной алгебры и начал анализа

Для цитирования: Сотникова О. А., Попов В. А. Методические особенности учебного пособия «Элементарная алгебра и начала анализа: практикум» // *Вестник Сыктывкарского университета. Сер. 1: Математика. Механика. Информатика.* 2023. Вып. 3 (48). С. 90–95. https://doi.org/10.34130/1992-2752_2023_3_90

Information materials

Instructional features of the elementary algebra and pre-calculus: practical course teaching guide

Olga A. Sotnikova¹, Vyacheslav A. Popov

¹Pitirim Sorokin Syktyvkar State University, sotnikovaoa@syktsu.ru

Abstract. The article explores instructional aspects of the contents of the teaching guide prepared for publication. The teaching methods applied are based on the focus on obtaining math learning experience.

Keywords: math learning activity, studying the elementary algebra and pre-calculus

For citation: Sotnikova O. A., Popov V. A. Instructional features of the elementary algebra and pre-calculus: practical course teaching guide. *Vestnik Syktyvkarского университета. Seriya 1: Matematika. Mekhanika. Informatika* [Bulletin of Syktyvkar University, Series 1: Mathematics. Mechanics. Informatics], 2023, no 3 (48), pp. 90–95. (In Russ.) https://doi.org/10.34130/1992-2752_2023_3_90

В настоящее время доступ к различным источникам для математической подготовки достаточно широк. Однако для изучения математических понятий необходим определенный опыт работы с математическим учебным текстом. В этой связи важно отыскать пути для организации учебной деятельности обучающихся, позволяющий обрести указанный опыт. Для решения этой задачи коллектив авторов: Р. М. Асланов, В. А. Попов, О. А. Сотникова, подготовил к изданию учебное пособие «Элементарная алгебра и начала анализа: практикум» под общей редакцией В. А. Попова.

Пособие предназначено в первую очередь студентам вузов педагогического профиля, изучающим курсы элементарной и высшей математики. Это предназначение обеспечивается методической особенностью, заключающейся в большом наборе задач, решение которых не только способствует систематизации методов их решения, но и содействует накоплению опыта для будущей педагогической деятельности. Другая категория ожидаемых пользователей пособия – учащиеся старших классов общеобразовательных школ, увлекающиеся математикой. Пособие методически ориентировано особенно на тех школьников, которые

не имеют возможности углубленного изучения курса математики под руководством наставника, но имеют желание и интерес к этому.

Еще к одной методической особенности пособия относится то, что его содержание акцентируется на практическом рассмотрении ряда важных тем, относящихся к так называемой школьной алгебре (тождественные преобразования, различные виды уравнений, неравенств и их систем) — часть 1, и разделам математического анализа, изучаемым в 10–11-м классах (предел, непрерывность, производная, интеграл, дифференциальные уравнения) — часть 2. В рукописи пособия 40 параграфов, занимающих 340 страниц.

В каждом из них:

1) формулируются важнейшие понятия и теоретические положения, закладывающие основу для успешного решения разнообразных задач по затронутой теме;

2) приводятся многие примеры, показывающие разнообразные методы (общие, специальные и нестандартные) решений задач по теме;

3) даются большие подборки задач для самостоятельного решения.

Текстовый материал оформлен в диалоговом формате, взаимосвязан между собой, что позволяет в некоторых случаях действовать по аналогии, а в других – систематизировать понятия и методы решения задач. Именно этот методический аспект позволяет создать условия для опыта работы с учебным математическим текстом.

Отбор тем и задач в пособие продиктован программами дисциплин, используемых в учебных планах при подготовке учителя математики. К ним, например, относятся: «Школьный математический практикум», «Элементы математического анализа в школьной математике», «Практикум по решению задач по алгебре», «Задачи ЕГЭ (ОГЭ) по математике», «Олимпиадные задачи по математике», «Задачи повышенной сложности».

Следует отметить, что при написании пособия были использованы тематические подборки задач для аудиторной и самостоятельной работы, применяемые в Московском педагогическом государственном университете (в курсах профессора Р. М. Асланова) и Сыктывкарском государственном университете имени Питирима Сорокина (в курсах профессора О. А. Сотниковой и доцента В. А. Попова).

Обретение опыта учебной математической деятельности и применение его на практике пользователи пособия могут опробовать при рассмотрении нестандартных методов решения задач и включении новых

дополнительных материалов (отмечены символом \star). К ним, в частности, относятся понятия преднепрерывности функции, двусторонних и полных производных функций и др. С этой же целью в пособии представлены нестандартные рассуждения, например принцип охвата скоростей – альтернативный способ обоснования применений производных. Особенность этих материалов позволяет также привлекать особо одаренных обучаемых к исследовательской деятельности.

Приведем небольшой фрагмент из § 4 «Обратные тригонометрические функции» (Часть 1 «Практикум по темам классической элементарной алгебры», глава 3 «Дополнительные темы»), выделенный знаком \star .

Геометрический метод в задачах с аркфункциями

Пример 1. Вычислить $\cos(\arctan 2/3)$.

Решение. Обозначим $\operatorname{arctg} 2/3$ через α . Тогда $\alpha \in (0, \pi/2)$ и $\operatorname{ctg} \alpha = 2/3$. Рисуем прямоугольный треугольник, в котором имеется эта ситуация, т. е. прямоугольный треугольник с острым углом α , лежащим напротив катета длины 3, с прилежащим катетом длины 2.

По теореме Пифагора гипотенуза этого треугольника равна $\sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$. Следовательно, $\cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{13}}$.

Ответ: $\frac{2}{\sqrt{13}}$.

Пример 2. Вычислить $\cos(\arcsin 4/5 + \arcsin 5/13 + \arcsin 16/65)$.

Решение. Обозначим слагаемые в скобках последовательно через α, β, γ и нарисуем три прямоугольных треугольника:

- 1) с углом α напротив катета длины 4 и гипотенузой длины 5;
- 2) с углом β напротив катета длины 5 и гипотенузой длины 13;
- 3) с углом γ напротив катета длины 16 и гипотенузой длины 65.

У этих треугольников прилежащие к названным углам катеты имеют длины (по теореме Пифагора) соответственно 3, 12 и $\sqrt{65^2 - 16^2} = \sqrt{49 \cdot 81} = 7 \cdot 9 = 63$.

Эта информация позволяет определить косинусы углов α, β, γ (синусы уже известны по обозначению): $\cos \alpha = 3/5$, $\cos \beta = 12/13$, $\cos \gamma = 63/65$ (конечно, эти ответы можно было вычислить по формуле $\cos t = \pm \sqrt{1 - \sin^2 t}$ с учетом четверти при выборе знака).

Осталось расписать данное выражение по формуле косинуса суммы двух углов (применив ее трижды) и подставить найденные отдельные

значения:

$$\begin{aligned}\cos(\alpha + \beta + \gamma) &= \cos \alpha \cdot \cos(\beta + \gamma) - \sin \alpha \cdot \sin(\beta + \gamma) = \\ &= \frac{3}{5}(\cos \beta \cdot \cos \gamma - \sin \beta \cdot \sin \gamma) - \\ &\quad - \frac{4}{5} \sin \beta \cdot \cos \gamma + \cos \beta \cdot \sin \gamma = \\ &= \dots = 0.\end{aligned}$$

Ответ: 0.

Задачи для самостоятельного решения.

№ 7. Вычислите значение $\operatorname{ctg}(\operatorname{arctg} 1/3 + \operatorname{arctg} 1/4 + \operatorname{arctg} 2/9)$.

Ответ: 1.

№ 8. Вычислите $a = \arcsin(\sin y)$.

Ответ:

1) если $-\frac{\pi}{2} + 2\pi k \leq y \leq \frac{\pi}{2} + 2\pi k$, то $a = y - 2\pi k$;

2) если $\frac{\pi}{2} + 2\pi k \leq y \leq \frac{3\pi}{2} + 2\pi k$, то $a = -y + \pi + 2\pi k$.

№ 9. Вычислите: 1) $\arccos(\cos y)$, 2) $\operatorname{arctg}(\operatorname{tg} y)$, 3) $\operatorname{arctg}(\operatorname{ctg} y)$.

№ 10. Выведите формулы смешанных композиций парных аркфункций: 1) $\arcsin(\cos y)$, 2) $\arccos(\sin y)$, 3) $\operatorname{arctg}(\operatorname{ctg} y)$, 4) $\operatorname{arctg}(\operatorname{tg} y)$.

№ 11. Докажите, что для всех $x > 0$ выполняется $\operatorname{arctg} x + \operatorname{arctg} \frac{1}{x} = \frac{\pi}{2}$.

№ 12. Тригонометрическим способом докажите формулы:

$$\sin(\operatorname{arctg} x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} = \cos(\operatorname{arcctg} x),$$

$$\cos(\operatorname{arctg} x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} = \sin(\operatorname{arcctg} x).$$

Приглашаем к обсуждению методических особенностей описываемого учебного пособия на конференциях, проводимых Сыктывкарским государственным университетом имени Питирима Сорокина, и на страницах журнала.

Сведения об авторах / Information about authors

Сотникова Ольга Александровна / Olga A. Sotnikova

д.пед.н., доцент, ректор СГУ им. Питирима Сорокина /

PhD (Pedagogics), Associate Professor, Rector of Pitirim Sorokin Syktyvkar State University

Сыктывкарский государственный университет имени Питирима Сорокина / Pitirim Sorokin Syktyvkar State University

167001, Россия, г. Сыктывкар, Октябрьский пр., 55 / 167001, Russia, Syktyvkar, Oktyabrsky Ave., 55

Попов Вячеслав Александрович / Vyacheslav A. Popov

к.ф.-м.н., доцент / Ph.D. in Physics and Mathematics, Associate Professor

Статья поступила в редакцию / The article was submitted 30.10.2023

Одобрено после рецензирования / Approved after reviewing 5.11.2023

Принято к публикации / Accepted for publication 07.11.2023