МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

METHODICAL MATERIALS

Вестник Сыктывкарского университета.
Серия 1: Математика. Механика. Информатика. 2023.
Выпуск 2 (47)
Bulletin of Syktyvkar University.
Series 1: Mathematics. Mechanics. Informatics. 2023; 2 (47)

Научная статья

УДК 004.42
https://doi.org/10.34130/1992-2752_2023_2_29

О ТРУДАХ ПЯТИ МОСКОВСКИХ МАТЕМАТИКОВ, ПОГИБШИХ В ГОДЫ ВЕЛИКОЙ ОТЕЧЕСТВЕННОЙ ВОЙНЫ

Владимир Петрович Одинец
W.P.Odyniec@mail.ru

Аннотация. В статье описаны работы пяти московских математиков: М. В. Бебутова, Н. Б. Веденисова, М. Е. Глезермана, Д. О. Шклярского, Б. М. Юновича, погибших в 1941–1942 гг. При описании работ приведены также биографии этих математиков.

Ключевые слова: динамическая система, устойчивость по Ляпунову, пространство Хаусдорфа, первая аксиома счётности, вторая аксиома счётности, симплициальный комплекс, упорядоченное множество, нормальное пространство, бикомпактное пространство, выпуклый многогранник, кольцо Лефшеца, покрытие сферы, абсолютная сходимость, абсолютно аддитивная функция множества, М. В. Бебутов, Н. Б. Веденисов, М. Е. Глезерман, Д. О. Шклярский, Б. М. Юнович

Для цитирования: Одинец В. П. О трудах пяти московских математиков, погибших в годы Великой Отечественной войны // *Вестник Сыктывкарского университета. Сер. 1: Математика. Механика. Информатика.* 2023. Вып. 2 (47). С. 29−55. https://doi.org/10.34130/1992-2752_2023_2_29

Article

On the works of five Moscow mathematicians who died during the Great Patriotic War

Vladimir P. Odinets
W.P.Odyniec@mail.ru

Abstract. The article describes the works of five Moscow mathematicians: M. Bebutov, N. Vedenisov, M. Gleserman, D. Shklyarsky, D. Junovic', who died in 1941–1942. In the description of the works the biographies of these mathematicians are also given.

Keywords: dynamical system, stability in sense of Lyapunov, Hausdorff space, first axiom of countability, second axiom of countability, simplicial complex, ordered set, normal space, bicompact space, convex polytope, Lefschetz ring, covering of sphere, absolute convergence, absolutely additive set function, M. V. Bebutov, N. B. Vedenisov, M. E. Glezerman, D. O. Shklyarsky, B. M. Junovic'

For citation: Odinets V. P. On the works of five Moscow mathematicians who died during the Great Patriotic War. *Vestnik Syktyvkarskogo universiteta. Seriya 1: Matematika. Mekhanika. Informatika* [Bulletin of Syktyvkar University, Series 1: Mathematics. Mechanics. Informatics], 2023, no 2 (47), pp. 29−55. https://doi.org/10.34130/1992-2752_2023_2_29

1. Бебутов Михаил Валерьевич родился в мае 1913 г. в селе Оболенском Московской губернии в семье театрального режиссера Валерия Михайловича Бебутова. В 1938 г. М. В. Бебутов окончил механико-математический факультет Московского государственного университета (МГУ). Первую свою научную работу [1] М. В. Бебутов, будучи еще студентом последнего курса, закончил в декабре 1937 г.

Статья была представлена в Доклады АН СССР академиком С. Н. Бернштейном[1].

[1] Бернштейн Сергей Натанович (1880–1968) родился в Одессе, окончил в Париже ун-т (1899) и там же Политехническую школу (1901), д-р математических наук (1904, Париж), профессор (1907), д-р чистой математики (1914, Харьков). В 1925 г. С. Н. Бернштейн стал академиком АН УССР, а в 1929 г. АН СССР. В 1907–1933 гг. преподавал в Харьковском ун-те, в 1933–1941 гг. – в Ленинградском политехническом ин-те и одновременно в Ленинградском ун-те. С 1935 г. работал в Математическом ин-те АН СССР. Основные труды относятся к теории приближения функций многочленами, теории дифференциальных уравнений и теории вероятностей.

Основным результатом статьи является следующий:

Если динамическая система[2] M*, являющаяся замкнутым и связным подмножеством* n*-мерного евклидова пространства* E^n*, устойчивым*[3] *по Ляпунову*[4]*, то возможно одно из двух: либо* M *распадается на совокупность минимальных множеств, и все движения в* M *являются почти периодическими (в частности,* M *может иметь периодические движения и точки покоя), либо* M *гомеоморфно семейству параллельных прямых.*

Статья [1] послужила основанием дипломной работы М. В. Бебутова, хотя до защиты дипломной работы им было опубликовано ещё две работы [2; 3]. Так, в январе 1938 г. он вместе с В. Е. Шнейдером[5] получил обобщение одного примера П. С. Урысона[6]: строится счётное

---

[2]Динамической системой M будем называть топологическое пространство, в котором задана однопараметрическая группа $f(p,t)$ ($p \in M, -\infty < t < +\infty$) отображений M на самого себя, удовлетворяющая следующим условиям: a) $f(p,t) = p$; b) $f[f(p,t_1),t_2] = f(p,t_1+t_2)$; c) если $p_n \to p$ и $t_n \to t$, то $f(p_n,t_n) \to f(p,t)$. Множество $f(p,t)$ при фиксированном p и $-\infty < t < +\infty$, будем называть *траекторией.*

[3]Скажем, что точка p *устойчива по Ляпунову*, если для всякого $\varepsilon > 0$ существует $\delta(p,\varepsilon) > 0$ такое, что если $\phi(p,q) < \delta$, то для любого t $(f(p,t), f(q,t)) < \varepsilon$.
Заметим, что если p устойчива по Ляпунову, то и всякая точка траектории $f(p,t)$ обладает этим свойством. Если все точки из M устойчивы по Ляпунову, то скажем, что система M устойчива по Ляпунову.

[4]Ляпунов Александр Михайлович (1857–1918), русский математик и механик, профессор(1892), академик Петербургской АН (с 1901). В 1880 г. блестяще окончил математическое отделение физико-математического факультета Петербургского ун-та. В работе в 1892 г. «Общая задача об устойчивости движения» заложил основы устойчивости динамических систем. В 1902 г. А. М. Ляпунов переезжает из Харькова в Петербург, где он заложил основы теории о фигурах равновесия вращающейся жидкости и решения задачи об устойчивости движения материальных систем. Им же разработан весьма плодотворный метод характеристических функций.

[5]Шнейдер Владимир Евгеньевич родился в 1912 г. в Женеве, окончил МГУ (1938), канд. ф.-м. наук (1941); после ВОВ работал в Московском автомеханическом ин-те.

[6]Урысон Павел Самуилович (1898–1924) родился в Одессе в семье банкира, окончил МГУ (1919), аспирантуру у профессора Н. Н. Лузина (1921); далее сотрудник Института математики и механики МГУ и профессор 2-го Московского ун-та. Основные труды в области общей теории топологических и метрических пространств (один из творцов теории размерности), теории нелинейных дифференциальных уравнений, теории выпуклых тел.

пространство[7] Хаусдорфа[8], в каждой точке которого нарушается 1-я аксиома[9] счётности. Наконец, в марте 1938 г. М. В. Бебутов в статье [2], представленной в ДАН академиком С. Н. Бернштейном, дал ответ на вопрос своего научного руководителя П. С. Александрова[10]:

Симплициальный комплекс K размерности n может быть двойственным симплициальному комплексу только в одном из следующих случаев: при $n = 1$ комплекс K является или простым замкнутым полигоном[11] *, или совокупностью простых замкнутых полигонов, которые не пересекаются; при $n > 1$ комплекс K состоит из одного или нескольких непересекающихся комплексов, изоморфных границе $(n+1)$-мерного симплекса.*

При этом два комплекса K и L называются двойственными, если существует взаимно однозначное соответствие f между элементами K и L, удовлетворяющее следующему условию: если симплекс x' является гранью симплекса x в одном их этих комплексов, то симплекс $f(x)$ является простым симплексом $f(x')$ в другом.

Поступив в 1938 г.в аспирантуру МГУ, где его научным руководителем стал В. В. Степанов, М. В. Бебутов стал заниматься качественной теорией динамических систем и уже к марту 1939 г. получил обобще-

---

[7]Топологическое пространство X называется хаусдорфовым, если любые две различные точки x и y обладают непересекающимися окрестностями $U(x)$ и $V(y)$.

[8]Хаусдорф Феликс (Felix Hausdorff: 1868–1942) – немецкий математик, родившийся в еврейской купеческой семье, окончил Лейпцигский ун-т (1891), там же преподавал до 1902 г., когда стал профессором. Позже преподавал в ун-те Грейсфельда, а с 1921 г – в Боннском ун-те. В 1942 г. перед отправкой в концлагерь покончил собой. Ф. Хаусдорф – один из основателей современной топологии. Им получены важные результаты в теории множеств, теории непрерывных групп, теории чисел, функциональном анализе.

[9]Топологическое пространство удовлетворяет 1-й аксиоме счётности, если система окрестностей каждой его точки обладает счетной базой. Пример Урысона заключался в построении счетного пространства Хаусдорфа без 1-й аксиомы счётности, причем все точки этого пространства, кроме одной, были изолированными.

[10]Александров Павел Сергеевич (1896–1982) родился в г. Богородске (с 1930 г. – Ногинск) Московской губ.; по окончании гимназии с золотой медалью поступил в Московский ун-т (окончил в 1917 г.), с 1921 г. работал в МГУ, профессор (1929), д-р ф.-м.н.(1934), чл.-корр. АН СССР(1929), академик АН СССР (1953). Основные труды относятся к топологии и теории функций действительной переменной. Один из создателей московской топологической школы.

[11]Простой замкнутый полигон на плоскости – это произвольная обратимая деформация окружности, т. е. это полигон, который не пересекает себя и не имеет отверстий.

ние результата В. В. Немыцкого[12] относительно того класса динамических систем, которые гомеоморфны семейству параллельных прямых. В. В. Немыцкий установил также необходимые и достаточные условия для этого.

М. В. Бебутов, используя метод Уитни[13], обобщил [4] эти результаты на более широкий класс динамических систем, расположенных в метрических локально-компактных пространствах со 2-й[14] аксиомой счетности. В апреле 1939 г. академик С. Н. Бернштейн представил в Доклады АН СССР статью [5] М. В. Бебутова и В. В. Степанова[15]. В этой работе в метрическом пространстве R со счётной базой рассматривается динамическая система, в которой $f(p,t)$ есть непрерывная функция от совокупности переменных (p,t). При этом если A – любое множество из R, то $f(p,t)$ обозначает множество всех точек $f(p,t)$, для которых p принадлежит A. Параметр t будем называть «временем». Будем также предполагать, что в R определена мера множества $\mu(A)$; кроме того, предполагается, что для каждой точки p из R существует окрестность $U(p)$, которая имеет конечную меру. Эта мера предполагается *инвариантной* по отношению к группе $f(p,t)$, т. е.

$$\mu(f(p,t)) = \mu(A).$$

Если в пространстве R определена другая динамическая система $f_1(p,t')$, имеющая общие траектории с системой $f(p,t)$ и различающаяся только временем – для первой системы t, а для второй системы t': в соотношении $f(p,t) = f_1(p,t')$ для данной точки p каждому зна-

[12]Немыцкий Виктор Владимирович (1900–1967), окончил МГУ (1925), там же аспирантуру (1929), д-р ф.-м. н. (1935), профессор (1936). Основные труды по качественной теории дифференциальных уравнений, теории операторных уравнений, теории функций действительной переменной, теории метрических пространств.

[13]Хаслер Уитни (Hasler Whitney: 1907–1989), американский математик, чл. Американской Академии наук, окончил Йельский ун-т (1928), с 1933 по 1952 г. работал в Гарвардском ун-те, с 1952 г. – в Институте перспективных исследований в Принстоне. Основные работы: по теории дифференцируемых функций и многообразий, алгебраической геометрии, теории особенностей отображений.

[14]Топологическое пространство X удовлетворяет 2-й аксиоме счетности, если система его открытых множеств (и само X) обладает счетной базой.

[15]Степанов Вячеслав Васильевич (1889–1950), родился в Смоленске, окончил (1908) в Смоленске гимназию с золотой медалью и поступил на физ.-мат. факультет Московского университета. По окончании ун-та (1912) был командирован за границу (Германия, Франция), профессор МГУ (1928), д-р ф.-м. н. (1934),чл.-корр. АН СССР (1946). Основные труды: по теории дифференциальных уравнений и её применений, математической физике, тригонометрическим рядам.

чению t соответствует единственное значение t', и обратно, каждому значению t' соответствует единственное значение t, – то при некоторых дополнительных условиях можно показать, что *в R можно ввести меру μ^*, инвариантную относительно группы $f_1(p, t')$. При этом всякая область положительной меры μ обладает положительной мерой μ^*.*

В заключении статьи сказано, что В. В. Степанов доказал обобщение эргодической теоремы для неразложимых динамических систем с интегральным инвариантом на случай, когда мера всего пространства бесконечна. Добавлю, что М. В. Бебутов был одним из самых активных участников семинара В. В. Степанова, основанного ещё в 1930 г.

В ноябре 1939 г. М. В. Бебутов и В. В. Степанов посылают в статье [6] развёрнутые доказательства предыдущей статьи [5], опирающиеся на результаты М. В. Бебутова из работы [4].

Следующая статья М. В. Бебутова [7] была представлена в Докладах АН СССР академиком А. Н. Колмогоровым[16] в апреле 1940 г. В ней строится новая динамическая система M_U для динамической системы M в пространстве непрерывных функций.

В частности, доказано, что *если пространство динамической системы M является метрическим и компактным, а M имеет не более*

[16]Колмогоров Андрей Николаевич (1903–1987) родился во время остановки поезда (ст. города Тамбова), когда его мать возвращалась из Крыма. Дед Андрея Николаевича Яков Степанович Колмогоров забрал мальчика к себе в Ярославль, будучи попечителем народных училищ Ярославской губернии и одновременно предводителем угличского дворянства, не допустив к сыну отца – Николая Матвеевича Катаева, высланного в Ярославскую губернию из Петербурга как правого эсера, агронома по образованию (погиб в 1919 г.). Мать, Мария Яковлевна Колмогорова (1871–1903), умерла во время родов. Её сестра Вера Яковлевна Колмогорова усыновила мальчика. С 1910 г. проживала с Андреем в Москве. Андрей учился в частной гимназии Репман. В годы гражданской войны (1918–1920) работал на строительстве железной дороги Казань – Екатеринбург. В 1920 г. поступил на математическое отделение физ.-мат. ф-та Московского ун-та. В 1931 г. стал проф. МГУ, д-р ф.-м. наук (1934), в 1939 г. избран академиком АН СССР. Им получены важные результаты в теории функций действительной переменной, теории тригонометрических рядов, теории меры, обобщены понятия интеграла; им создана одна из аксиоматик теории вероятностей, получены важные результаты в теории марковских процессов, теории случайных стационарных процессов, в информатике и математической логике, истории математики. В 1960 г. усилиями А. Н. Колмогорова и других математиков и физиков в стране в ходе реформы школьного образования начали создаваться прообразы будущих физ.-мат школ, а с 1963 г. – интернаты при крупнейших университетах страны.

одной точки покоя[17]*, то существует взаимно однозначное и взаимно непрерывное отображение M в M_U.*

Справедливо также следующее:

Всякую динамическую систему M, расположенную в локально-компактном пространстве Хаусдорфа со второй аксиомой счетности, можно непрерывно отобразить в динамическую систему M_U таким образом, что это отображение будет взаимно однозначным и взаимно непрерывным во всякой точке p, не являющейся точкой покоя в M.

Подробные результаты этой статьи даны в работе [8], вышедшей в 1940 г. В декабре 1940 г. академиком А. Н. Колмогоровым была представлена в ДАН статья [9] М. В. Бебутова.

В этой работе было дано распространение результатов статьи[18] Н. М. Крылова[19] и Н. Н. Боголюбова[20] на недетерминированные процессы. Подробные результаты статьи М. В. Бебутова, посланной еще в декабре 1940 г., были опубликованы в 1942 г. в журнале «Математический сборник» [10].

Весной 1941 г. М. В. Бебутов защитил диссертацию на степень кандидата физ.-мат. наук на тему: «О динамических системах в пространстве непрерывных функций». Эта диссертация была отмечена Ученым советом как выдающаяся работа.

---

[17]Говорят, что точка p является точкой покоя, если для любых t $f(p,t)=p$.

[18]N. Kryloff et N. Bogoluboff. La theorie generale de la mesure dans son application a l'etude des systemes dynamiques de la mecanique non-lineare. Ann. of Math., 38 (1937), 65–113.

[19]Николай Митрофанович Крылов (1879–1955) родился в Санкт-Петербурге, окончил Императорский Горный ин-т (1902), д-р математики (1903), проф. (1910), академик АН УССР (1922), академик А Н СССР (1929). В 1912–1917 гг. работал в Горном институте, в 1917–1922 гг. – в Таврическом ун-те (Симферополь), с 1922 г. – в АН УССР и в АН СССР. Основные труды относятся к фундаментальным проблемам теории интерполяции, приближённым решениям интегральных и дифференциальных уравнений математической физики и нелинейной механики.

[20]Николай Николаевич Боголюбов (1909–1992) – советский математик и физик-теоретик, родился в Нижнем Новгороде в семье протоиерея РПЦ, в 1925 г. был принят в аспирантуру АН УССР, не имея высшего образования, д-р математических наук (1930), проф. (1936), академик АН УССР (1948). Академик АН СССР, в 1936–1950 гг. – профессор Киевского и Московского ун-тов, с 1949 г. работал в Математическом ин-те им. В. А. Стеклова АН СССР и одновременно с 1956 г. – в Объединенном ин-те ядерных исследований (Дубна). Н. Н. Боголюбов – один из создателей теории инвариантных мер в динамических системах. Ему же принадлежат фундаментальные работы в статистической физике, а также в теории сверхтекучести.

С началом Великой Отечественной войны Михаил Валерьевич Бебутов пошел добровольцем в народное ополчение и зачислен в 975-й артиллерийский полк 8-й Краснопресненской дивизии. Погиб инженер-капитан М. В. Бебутов 12.07.1942 под Воронежем. Краткое, но емкое описание жизни и работ М. В. Бебутова дали в 1970 г. [11] два профессора МГУ В. М. Алексеев (1932–1980) и С.В. Фомин (1917–1975), при этом С. В. Фомин знал М. В. Бебутова лично.

2. Веденисов Николай Борисович (1905–1942) родился 25 июля 1905 г. в г. Саранске Пензенской губернии в семье инженера в области железнодорожного транспорта Бориса Николаевича Веденисова. В 1922 г. поступил на математическое отделение физ.-мат. факультета Московского университета. В 1924 г. вошел в состав участников топологического семинара, организованного П. С. Урысоном и П. С. Александровым. Уже на последнем курсе университета Николай Борисович публикует на французском языке совместную со своим однокурсником А. Н. Тихоновым[21] статью [12].

Эта статья, как сказано в примечании, содержит результаты работы топологического семинара при Московском университете за 1924–1925 гг. под руководством Павла Урысона и Павла Александрова.

Условия, накладываемые на абстрактные топологические пространства, могут быть разделены на четыре категории (и тем самым ставятся четыре задачи):

1) *условия, характеризуемые некоторым количественным показателем; они связаны с влиянием системы близости определяемых пространств (окрестностей)*;

2) *условия, которые накладывают на пространство несколько фундаментальных свойств системы производных пространств*;

[21] Тихонов Андрей Николаевич(1906–1993) родился в г. Гжатске Смоленской губернии в семье торговца. В 1922 г. поступил на математическое отделение физ.-мат. ф-та МГУ, который окончил в 1927 г. и поступил в аспирантуру Научно-иссл. ин-та математики при МГУ. С 1930 г. сотрудник Гидромет. службы СССР. После разделения физ.-мат. ф-та на мех.-мат и физ. ф-ты (1933) направлен на кафедру в. м. физ. ф-та.; д-р ф.-м. наук (1936), чл.-корр. АН СССР (1939). В 1946–1953 гг. зав. каф. в. м. МИФИ и одновременно участник вычислительной работы по созданию первой атомной бомбы. С 1953 г. зам. директора Отделения прикладной математики МИАН. В 1966 г. избран академиком АН СССР. В 1970 г. инициировал создание ф-та выч. математики и кибернетики в МГУ и стал его деканом (до 1990). Основные труды – в области теоретико-множественной топологии (пространство Тихонова, куб Тихонова), функционального анализа и приближенных вычислений.

3) *условия, которые требуют возможного разделения системы множеств (окрестностей) без общих точек с помощью открытых окрестностей (окрестность называют открытой, если её дополнение замкнуто)*;

4) *условия существования для некоторых множеств, точек сгущения.*

Ответы на каждое из поставленных четырёх задач даются в первых четырёх параграфах статьи [12]. В пятом параграфе даются ответы на эти задачи в метризуемых[22] топологически пространствах.

Не случайно в 1927 г. М. В. Веденисов был принят в аспирантуру физ.-мата МГУ. Окончил он аспирантуру в 1930 г. Результаты статьи [12] были М. В. Веденисовым расширены и опубликованы в 1931 г. в статье [13].

С 1931 г. Н. Б. Веденисов стал преподавать в Московском государственном педагогическом институте. В июне 1934 г. Н. Б. Веденисов участвует в работе 2-го Всесоюзного математического съезда в Ленинграде, но сообщений на нём не делает. Следующая статья Н. Б. Веденисова [14] в 1936 г. оставила имя Веденисова в истории теоретико-множественной топологии. Формально статья [14] посвящена непрерывным функциям на топологических пространствах. Фактически же она даёт необходимое и достаточное условие, чтобы пространство было совершенно нормально[23]. В статье доказана теорема, называемая **теоремой Веденисова**:

Пространство X совершенно нормально тогда и только тогда, когда оно нормально и каждое замкнутое множество в нём является множеством типа G_δ[24].

В том же 1936 г. Н. Б. Веденисов даёт ответ на вопрос П. С. Александрова, поставленный в работе: Ann. of Math., V. 36 (1935), pp. 1–35.

[22]Топологическое пространство называется метризуемым, если оно гомеоморфно некоторому метрическому пространству.

[23]Топологическое пространство X называется *совершенно нормальным*, если для каждой пары непересекающихся замкнутых множеств A и B существует непрерывная действительная функция f на X : $f(x) = 0$ для любого x из A, и $f(y) = 1$ для каждого y из B. Пространство называется *нормальным*, если для любых двух непересекающихся замкнутых множеств A и B существуют два открытых непересекающихся множества G_1 и G_2 : A содержится в G_1, а B содержится в G_2.

[24]Пересечение счётного числа открытых множеств называется множеством типа G_δ.

Точнее, в работе [15] Н. Б. Веденисов строит хаусдорфово пространство X размерности большей либо равной 1, для каждой точки x которого существует локально замкнутая окрестность X_n, содержащая x, обладающая следующими свойствами:

1) X_n является бикомпактом;
2) X_n удовлетворяет первой аксиоме счётности;
3) $\dim X_n = n$ для каждой точки x из X, т. е. все эти окрестности размерностно однородны;
4) X_n выпукло;
5) X_j локально выпукло для всех $j \leq n$;
6) X_n не метризуемо.

В 1937 г. на основе указанных выше четырёх статей (на французском языке) Н. Б. Веденисов получил степень кандидата физико-математических наук. Ещё ранее, в 1935 г. он получил звание доцента.

В августе 1937 г. академик С. Н. Бернштейн представил в Доклады АН СССР заметку М. В. Веденисова [16], отвечавшую на вопрос П. С. Александрова. Как пишет Н. Б. Веденисов: «О степени трудности этой проблемы можно судить по установленной в этой заметке связи её с известной проблемой М. Суслина[25] об упорядоченных множествах (Fund. math. I, 233). Если условиться для краткости называть S-множеством упорядоченное множество 1) непрерывное; 2) ограниченное; 3) такое, что всякая система попарно непересекающихся интервалов этого множества не более, чем счетна, то проблема Суслина может быть сформулирована так: *S-множество подобно сегменту числовой прямой*». Н. Б. Веденисов в заметке [16] в ДАН доказывает теорему:

[25] Михаил Яковлевич Суслин (1894–1919) родился в селе Красавка Саратовской губ. В 1913 г. блестяще закончив Балашовскую гимназию, поступил в Московский ун-т.; активный участник семинара молодого доцента Н. Н. Лузина, под руководством которого Суслин открыл новый класс множеств, названных им A-множествами (на Западе – S-множествами). В 1917 г., окончив Московский ун-т, был в нём оставлен для приготовления к профессорскому званию. В 1918–1919 гг. преподавал в Ивановском пед. ин-те в должности экстраординарного профессора. Уволившись из пед. ин-та и не найдя себе работы, уехал в родное село, где заболел тифом и умер 21.10.1919 г. Его смерть послужила поводом к травле Лузина в 30-е гг.

Все одномерные замкнутые многообразия[26] *(по Э. Чеху*[27]*) суть метрические топологические пространства в том и только в том случае, если проблема Суслина имеет положительное решение.*

В 1938 г. Н. Б. Веденисов опубликовал работу [17], посвященную некоторым топологическим свойствам упорядоченных множеств. Как пишет автор работы [17], он собрал вместе результаты, разбросанные в работах на другие темы. «В п^0 1 доказывается общеизвестное, но подробно нигде не доказанное предложение, что любое упорядоченное множество может быть включено в упорядоченное множество, лишенное пробелов. В п^0 2 в упорядоченные множества вводится топология и показывается, что включение в упорядоченное, лишенное пробелов множество осуществляется с сохранением не только порядка, но и топологических свойств. В п^0 3 специально рассматриваются упорядоченные пространства, лишенные пробелов. Устанавливается теорема о структуре открытых множеств в таких пространствах и доказывается бикомпактность таких пространств. В п^0 4 показывается, что сохраняется от теоремы о структуре открытых множеств в случае общего упорядоченного пространства, и в качестве применения этой теоремы доказывается полная нормальность упорядоченных пространств. Наконец, п^0 5 посвящен некоторым замечаниям о специальном классе упорядоченных пространств, к которым привлёк внимание Суслин...»

В том же 1938 г. Н. Б. Веденисов публикует статью [18]. В этой статье в пяти параграфах идет речь о непрерывных функциях, главным образом, в совершенно нормальных[28] топологических пространствах.

В п^0 1 дается ответ на вопрос: *в каких пространствах каждое замкнутое множество может быть представлено как множество нулей некоторой непрерывной функции.*

---

[26] 1-мерное топологическое многообразие (по Е. Чеху) – это 1-мерное хаусдорфово пространство со счётной базой, в котором каждая точка имеет окрестность, гомеоморфную открытому подмножеству замкнутой полупрямой в одномерном евклидовом пространстве R^1.

[27] Эдуард Чех (Eduard Cech: 1893–1960) – чешский математик, в 1912 г. поступил в Пражский ун-т, в 1915–1918 гг. был в австро-венгерской армии; с 1918 г. продолжил учебу, в 1920 г. защитил диссертацию на степень д-ра философии (по математике). В 1921–1922 гг. занимался проективной дифференциальной геометрией. Потом его интересы сместились в сторону общей и алгебраической топологий. В 1952 г. избран академиком Чехословацкой Академии наук.

[28] Топологическое пространство A называется совершенно нормальным, если 1) оно нормально, 2) всякое открытое множество этого пространства есть F_σ, т. е. объединение счётного числа замкнутых множеств.

В п^0 2 получен следующий результат: *непрерывную функцию* $h(x)$*, определённую на замкнутом множестве* B *совершенно нормального пространства* A *и удовлетворяющую во во всех точках* A *неравенству* $a \leq h(x) \leq b$*, можно продолжить в непрерывную во всём пространстве* A *функцию* $f(x)$ *так, чтобы всюду на* $A \backslash B$ *выполнялись неравенства* $a < f(x) < b$.

В п^0 3 результат п^0 2 видоизменен для общих нормальных пространств.

В п^0 4 получен следующий результат: *если на замкнутом множестве* B *нормального топологического пространства* A *определена непрерывная функция* $h(x)$*, её можно продолжить в функцию* $f(x)$*, определённую и непрерывную во всех точках* A.

В п^0 5 доказаны некоторые теоремы об отделимости в совершенно нормальных пространствах.

В 1939 г. Н. Б. Веденисов публикует статью [19], в которой развиваются некоторые идеи, связанные с понятием размерности топологических пространств. Дело в том, что индуктивное определение размерности, данное Урысоном и Менгером[29] ещё в 20-е гг., в 30-е гг. было распространено Э. Чехом на случай совершенно нормальных пространств. В статье Н. Б. Веденисова четыре параграфа. В первых двух параграфах статьи показывается, что для теории нульмерных (в смысле Чеха) замкнутых множеств ограничение, что каждое открытое множество есть F_σ, излишне. В п^0 3 показывается, что в случае общих топологических пространств определение Э. Чеха неравносильно классическому: существуют пространства, нульмерные в смысле Урысона –Менгера, но имеющие положительную размерность в смысле Э. Чеха. Наконец, в п^0 4 доказывается эквивалентность определений размерности Э. Чеха и Урысона – Менгера для некоторого класса пространств, включающего в себя нормальные пространства со счётной базой и бикомпактные совершенно нормальные пространства.

С 1939 г. Н. Б. Веденисов стал по совместительству преподавать в Артиллерийской академии РККА им. Ф. Э. Дзержинского.

В 1940 г. вышла статья Н. Б. Веденисова [20]. В этой статье рассматриваются покрытия топологических пространств, состоящие из конеч-

[29]Менгер Карл-мл. (Menger Karl: 1903–1985) – австро-американский математик, родился в Вене, там же окончил ун-т, PhD в 1924 г., до 1930 г. преподавал в Амстердаме и в Вене, с 1930 г. – в США, с 1946 г. – профессор Иллинойского технологического ин-та. К. Менгер был одним из основателей метрической геометрии, участником создания теории игр, внёс важный вклад в теорию графов.

ного числа открытых множеств. Напомним, что *порядком покрытия* h называют наибольшее из натуральных чисел k, обладающих тем свойством, что существуют k множеств покрытия, которые имеют непустое пересечение.

Если пространство R таково, что существуют целые неотрицательные числа m, обладающие свойством: во всякое покрытие h может быть вписано покрытие h^* порядка $\leq m+1$, то наименьшее из таких чисел m называется *брауэровской*[30] *размерностью* пространства R и обозначается $\mathrm{Dim}\ R$. Если чисел m, обладающих таким свойством, не существует, пространство R имеет бесконечную брауэровскую размерность.

П. С. Александрову принадлежит следующая теорема:

Метрический компакт R имеет брауэровскую размерность n тогда и только тогда, когда 1) для любого $\varepsilon > 0$ существует ε-отображение[31] *пространства R в n-мерный полиэдр; 2) для достаточно малых ε не существует ε-отображения пространства R в полиэдры размерности $\leq n$.*

Целью статьи [20] является обобщение теоремы П. С. Александрова на совершенно нормальные компактные пространства.

В 1940 г. в миланском математическом журнале вышла статья [21] Н. Веденисова на французском языке, содержавшая результаты статей [19] и [20] и их доказательства.

В 1941 г. академик А. Н. Колмогоров представил в журнал «Известия АН СССР», серия математическая, статью Н. Б. Веденисова [22]. В ней доказывается, что для размерности[32] (по Э. Чеху) справедливо предложение: если топологическое пространство R нормально, раз-

---

[30] Брауэр Лёйтзен Эгберт Ян (Brouwer Luitzen Egbertus Jan: 1881–1966) окончил ун-т в Амстердаме, там же профессор (1912–1951). Основные труды в области топологии, теории множеств, теории меры, комплексного анализа, математической логики; Брауэр инициировал появление нового направления в математике – интуиционизма.

[31] Непрерывное отображение $y = f(x)$ метрического пространства X в пространство Y называется ε-отображением, если прообраз каждой точки y из $f(X)$ имеет диаметр меньший, чем ε.

[32] Размерность по Чеху ($Dim\ R$) топологического пространства R определяется так: $Dim\ R = -1$ тогда и только тогда, когда R пусто; $Dim\ R = n \quad (n > -1)$, если 1) для любого замкнутого множества F из R и любой его окрестности $U(F) = U$ найдётся такая окрестность $V(F) = V$ из U, что $Dim(V - V) \leq (n-1)$; 2) существует замкнутое множество F^* из R, имеющее такую окрестность $U(F^*) = U$, что для любой окрестности $V(F^*) = V$ из U имеет место неравенство $Dim\,(V - V) \geq n - 1$.

мерность его бикомпактного расширения βR равна размерности R, и приводятся некоторые следствия этой теоремы.

С началом ВОВ Н. Б. Веденисов, несмотря на слабое здоровье и бронь, решил уйти в ополчение.

В тяжелых боях под Ельней в окружении он был ранен и попал в плен. Осенью 1941 г. Николай Борисович Веденисов умер от ран и нечеловеческих условий плена.

Уже после ВОВ в 1948 г. в журнале «Успехи Математических Наук» была опубликована обзорная статья Н. Б. Веденисова [23] о бикомпактных пространствах, посланная ещё в 1941 г. В этой статье рассмотрены три предложения:

A) *Каждое бесконечное множество M пространства X имеет точку полного накопления, т. е. такую точку x из X, в любой окрестности которой находится часть множества M, по мощности равная M.*

B) *Вполне упорядоченная невозрастающая последовательность непустых замкнутых множеств пространства X имеет непустое пересечение.*

C) *Из любого открытого (т. е. состоящего из открытых множеств) покрытия пространства X можно выделить конечное покрытие.*

В статье доказано, что топологическое пространство, обладающее любым из этих трёх свойств, обладает и двумя другими. Пространства, обладающие этими свойствами, названы П. С. Александровым и П. С. Урысоном **бикомпактными**.

В 1970 г. академик П. С. Александров написал фактически свои воспоминания [24] о Н. Б. Веденисове, кратко охарактеризовав и его достижения, и его деятельность.

3. Марк Глезерман (1915–1941) родился в 1915 г в посёлке[33] Воскресенск Московской губернии в семье зубного врача Ефима Глезермана. В 1932 г. поступил на химический фак-т МГУ, но тяга к изучению математики привела его в 1934 г. на механико-математический фак-т (мех.-мат) МГУ. В этом же году он организовал при мех.-мате МГУ математический кружок для школьников, а с 1935 г. участвовал в организации и проведении олимпиад для школьников Москвы.

[33] С 1938 г. город Воскресенск.

На мех.-мате Марк слушал лекции своего будущего научного руководителя Льва Семёновича Понтрягина[34] (1908–1986). Под руководством Л. С. Понтрягина Марк пишет дипломную работу «Пересечения в многообразиях». В 1940 г. М. Е. Глезерман оканчивает с отличием МГУ и поступает в аспирантуру к Л. С. Понтрягину. Одновременно с 1940 г. М. Е. Глезерман начинает преподавать в Артиллерийской академии РККА им. Ф. Э. Дзержинского [25].

В аспирантуре М. Е. Глезерман перерабатывает свою дипломную работу в статью [26]. Как пишет в примечаниях к статье Л. С. Понтрягин: «К началу Великой Отечественной войны статья была почти полностью подготовлена к печати, но война помешала её изданию... Теперь, после окончания войны, статью пришлось заново пересмотреть и внести в неё некоторые изменения». Добавлю, что кроме самого Л. С. Понтрягина эти изменения выполнил однокурсник М. Е. Глезермана Михаил Шура-Бура[35]. Теория пересечений многообразий, построенная в 1926 г. Соломоном Лефшецом[36], содержала достаточное количество нестрогих мест. В статье Марка Глезермана и Л. С. Понтрягина даётся строгое и последовательное изложение теории пересечения многообразий. При этом рассматриваются многогранники общего типа и общего положения, а не только симплициальные многообразия и циклы, реализуемые Лефшецом в виде геометрических образований, составленных из выпуклых многогранников, лежащих в основных симплексах многообразия.

В статье [26] пять параграфов. В параграфе 1 «Выпуклые многогранники» интересен п. 1.5, где даётся определение многогранников общего типа и общего положения. В параграфе 2 «Теоремы об ориентации» даётся определение ориентации евклидова пространства и r-

[34]Понтрягин Лев Семёнович – выдающийся математик, внёсший значительный вклад в алгебраическую и дифференциальную топологию, теорию колебаний, вариационное исчисление, математическую теорию оптимальных процессов, дифференциальные игры; чл.-корр. АН СССР(1939), академик АН СССР(1958); окончил учёбу в МГУ в 1929 г. и поступил в аспирантуру к П. С. Александрову, при этом будучи с 14 лет слепым. Обвинения в антисемитизме (с 1968 г.) отвергал, написав в своих воспоминаниях, «что боролся с сионизмом», помогая чем мог евреям-математикам, в частности В. А. Рохлину.

[35]Шура-Бура Михаил Романович (1918–2008) – ученик П. С. Александрова, профессор (1955), д-р. ф.-м. наук (1954), один из пионеров компьютерных наук в СССР.

[36]Лефшец Соломон (Lefschetz Solomon: 1884–1972) – американский математик, профессор Принстонского ун-та, основные труды в области алгебраической геометрии, теории многомерных алгебраических многообразий, теории устойчивости и качественной теории дифференциальных уравнений.

мерного выпуклого множества[37], близкое к определению П. С. Александрова в его книге «Комбинаторная топология» (1947). В этом же параграфе центральным представляется формула Лефшеца для границ пересечения цепей. В параграфе 3 «Полигональные цепи» определения и результаты двух предыдущих параграфов переносятся из евклидова пространства в комплексы. В целом этот параграф носит вспомогательный характер для параграфа 5. В параграфе 4 «Барицентрическое подразделение», кроме основных свойств барицентрического подразделения, строятся так называемые m-подразделения и исследуются пересечения m-клеток. Параграф 5 «Кольцо Лефшеца» является основным в статье [26]. От вспомогательных понятий в нём содержится переход к главному содержанию статьи – инвариантам Лефшеца. В п. 5.1 изучаются звёздные аппроксимации полигональных цепей. В п. 5.2 определяется кольцо Лефшеца. В п. 5.3 изучаются пересечения непрерывных цепей. Наконец, в п. 5.4 доказывается изоморфизм колец Лефшеца и Александера[38].

С началом Великой Отечественной войны Марк Ефимович Глезерман вступил в ряды народного ополчения Москвы, имея бронь как преподаватель Артиллерийской академии РККА. В тяжелых боях у деревни Уварово Ельнинского р-на Московской обл. 8 октября 1941 г. М. Е. Глезерман погиб.

О жизни М. Е. Глезермана ярко написал [25] его однокурсник, ученик П. С. Александрова, ветеран войны, участник Атомного проекта, сотрудник Института прикладной математики АН СССР д-р физ.-мат наук (1981) Яков Маркович Каждан (1918–2007).

4. Шклярский Давид Оскарович (1918–1942)[39] родился 23 ноября 1918 г. в Харькове, но позже жил и учился в Москве. Воспитывался матерью, которую любил и о которой нежно заботился. Математикой заинтересовался в старших классах школы в попытке решить

[37]Ориентацией r-мерного выпуклого множества называется ориентация его несущей плоскости.

[38]Александер Джеймс Уэделл (Alexander James Waddell: 1888–1971) – американский математик, член Национальной АН США (1930). Окончил Принстонский ун-т (1910), работал там же до 1933 г.; профессор (1928); с 1933 г. – в Институте перспективных исследований в Принстоне. Основные труды в области топологии. Им доказана топологическая инвариантность симплициальных гомологий; в 1923 г. доказал закон двойственности для полиэдров; он один из творцов теории узлов, алгебраической геометрии; получил важные результаты о неподвижных точках при непрерывных отображениях, в теории функций.

[39]О деятельности Д. О. Шклярского см. [27].

проблему Ферма. Серьёзно занимался в математическом кружке учителя А. И. Фетисова[40] [28], а позднее, с 1935 г. в кружке при МГУ третьекурсника мех.-мата Г. Е. Шилова[41]. В 1936 г. Д. О. Шклярский получил первую премию на второй Московской математической олимпиаде.

Шклярский Давид Оскарович

В тот же год он поступил на первый курс механико-математического факультета МГУ. С 1937 по 1941 г. руководил одной из секций математического кружка при МГУ. Задачи, предлагавшиеся им для занятий в кружке, послужили важной частью для изданных и многократно переизданных уже после ВОВ трёхтомника «Избранные задачи и теоремы элементарной математики» по алгебре и арифметике (с 1950 г.), планиметрии (с 1950 г.), стереометрии (с 1954 г.), трёх авторов: Д. О. Шклярского, Н. Н. Ченцова[42], И. М. Яглома[43], в серии «Библиотека математи-

[40]Фетисов Антонин Иванович (1891–1979) экстерном окончил МГУ (1928), диплом защищал под руководством академика Н. Н. Лузина, после чего переехал из г. Одоев Тульской обл. в Москву; к. пед. н. (1946).

[41]Шилов Георгий Евгеньевич (1917–1973) (до 1937 г. Боссе Юрий Георгиевич) окончил МГУ (1938), там же аспирантуру (1941), работал в МГУ с 1946 г. с перерывом 1951–1954 гг. в Киевском ун-те; д-р ф.-м. наук (1951), проф. (1952). Основные труды в области функционального анализа, обобщенных функций, теории дифференциальных уравнений в частных производных.

[42]Ченцов Николай Николаевич (1930–1992) окончил МГУ (1952), д-р ф.-м. н. (1968), проф. (1972). Основные труды: математическая статистика, теория статистического вывода, математическое моделирование.

[43]Яглом Исаак Моисеевич (1921–1988) окончил Свердловский государственный ун-т (1942), аспирантуру МГУ (1945), д-ф.-м. н. (1965), проф. (1966). Кроме ряда

ческого кружка», вып. 1. в изд-ве «Наука». Впервые часть задач появилась в работе «Московский математический кружок» в 1946 г. [29].

В студенческие годы Д. О. Шклярский активно участвует в работах различных научных кружков и семинаров как по геометрии, так и по топологии. В сентябре 1940 г. его доклад «О покрытиях сферы», написанный под руководством профессора Л. А. Тумаркина[44], был поставлен на заседании Московского математического общества. Печатная версия [30] вышла в 1945 г. в журнале «Математический сборник». В статье приводятся две теоремы. При этом вторая теорема, как доказывает Давид Оскарович, есть следствие теоремы 1 и для двумерного случая является обобщением теоремы Л. Г. Шнирельмана: *если три множества покрывают сферу S, то по крайней мере в одном из них есть пара диаметрально противоположных точек.* Для формулировки теоремы 1 дадим необходимые определения.

Рассмотрим покрытие двумерной сферы S замкнутыми множествами $A_1, \ldots, A_n$. Это покрытие обозначим символом A_i. Назовём покрытие B_i эквивалентным покрытию A_i, если оно получено из A_i гомеоморфным отображением сферы S на себя. Будем говорить, что покрытие A_i пересекается с B_i, если хотя бы одно из пересечений A_iB_i, $(i = 1, 2, \ldots, n)$ непусто. Будем говорить, что покрытие B_i *снимается* с покрытия A_i, если существует покрытие C_i, эквивалентное B_i и не пересекающееся с A_i. Покрытие A_i имеет *кратность* k , если существует точка x сферы S, принадлежащая k из замкнутых множеств A_i, образующих покрытие A_i.

Теорема 1. *Если покрытие можно снимать с самого себя, то оно имеет кратность три.*

Теорема 2. *Если замкнутые множества A_1, A_2, A_3 покрывают сферу S, то при любом гомеоморфизме S в самое себя существует точка, которая вместе со своим образом содержится в одном множестве A_i.*

московских вузов, преподавал в Орехово-Зуеве (1949–1956) и в Ярославском ун-те (1974–1983). Основные труды: по дифференциальной геометрии, методике преподавания математики и различным связям науки и культуры с математикой; автор или соавтор более 40 книг.

[44]Тумаркин Лев Абрамович (1904–1974) окончил ф.-м. факультет Московского ун-та в 1925 г., аспирантуру (1929), профессор МГУ (1935), д-р ф.-м. наук (1936), декан мех.-мата МГУ (1935–1939). Основные труды в области теоретико-множественной топологии.

До настоящего времени неизвестно, какие именно аналоги теоремы 1 Шклярского имеют место для произвольного гомеоморфизма n-мерной сферы.

В январе 1941 г. на заседании Московского математического общества (ММО) Давид Оскарович Шклярский стал первым студентом, удостоенным премии ММО молодым математикам.

Другая работа Д. О. Шклярского под названием «Условно сходящиеся ряды векторов» была опубликована в журнале «Успехи математических наук» в 1944 г. (Вып. 10, с. 51–59).

В этой работе рассматривается ряд

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_n + \ldots, \tag{*}$$

составленный из векторов n-мерного пространства R_n. Для ряда действительных чисел имеет место теорема Римана[45]: *если ряд действительных чисел сходится не абсолютно, то перестановками его членов можно в качестве суммы ряда получить любое действительное число.*

Возвращаясь к пространству R_n, если в нём область сумм состоит из одной точки, т. е. если сумма не зависит от порядка членов, то ряд называется безусловно сходящимся. Если же область сумм состоит более чем из одной точки, то ряд называют условно сходящимся. В начале XX века Поль Леви[46] (1905) и Эрнст Штайниц[47] (1913) доказали следующую теорему: *область сумм ряда векторов n-мерного пространства R_n, который сходится хотя бы при одном расположении его членов, есть k-мерное подпространство, $0 \le k \le n$. Для каждого k-мерного*

[45]Риман Бернхард (Riemann Bernhard: 1825–1866) – великий немецкий математик, член Берлинской (1859) и Парижской (1860) АН. Учился в Геттингенском и Берлинском ун-тах. Защитил Phd (1851) под руководством Гаусса. В 1863 г. ввел понятие (римановой) геометрии. С 1859 г. профессор Геттингенского ун-та. Риман преобразовал математический анализ, комплексный анализ, дифференциальную геометрию, математическую физику, арифметику; внес вклад в создание топологии.

[46]Леви Поль (Paul Pierre Levy: 1885–1971) – французский математик, член Парижской АН (1964). П. Леви внёс вклад в теорию случайных процессов, теорию вероятностей (основоположник общих предельных теорем (1934), функциональный анализ, механику.

[47]Штайниц Эрнст (Steinitz Ernst: 1871–1928) – немецкий математик еврейского происхождения. Учился в ун-тах Бреслау и Берлина. Защитил Phd в 1894 г. С 1910 г. профессор ун-та в Бреслау, с 1820 г. – в Кильском ун-те. Основные труды в области алгебраической теории поля и теории многогранников.

подпространства можно построить ряд векторов, для которого это подпространство служит областью сумм.

Для $n = 1$ из теоремы Леви – Штайница следует теорема Римана. Статья Д. О. Шлярского содержит дальнейшее обобщение теоремы Леви – Штайница. Для формулировки результатов понадобится еще несколько определений. Обозначим множество векторов ряда (*) через U. Совокупность всевозможных частичных сумм из конечного числа векторов u_i из U обозначим через U^*. Каждое направление в пространстве, вдоль которого частичные суммы не могут заходить как угодно далеко, определяется своим единичным вектором φ. Направление φ назовём *направлением сходимости*, если множество φU^* проекций векторов U^* на это направление ограничено по абсолютной величине, т. е. если $|\varphi s| < K$ для всех s из U^*. Для множества M из R_n через M^- будем обозначать наименьшее выпуклое замкнутое множество, содержащее M. Теперь можно формулировать первую теорему:

Если каждое направление в пространстве есть направление сходимости для U, то ряд (*) сходится безусловно и его область сумм есть центр симметрии выпуклого замкнутого множества $2U^{*-}$.

Вторая теорема формулируется так:

Если каждое направление пространства R_n служит для U направлением расходимости, то областью сумм для U будет все пространство R_n.

Наконец, третья теорема формулируется так:

Область сумм ряда U векторов, сходящегося хотя бы при одном расположении его членов, есть k-мерное подпространство, $0 \le k \le n$, образованное центрами симметрии выпуклого множества $2U^{*-}$.

В конце статьи содержится проблема: выделить и исследовать класс пространств, для которых абсолютная сходимость (т. е. сходимость суммы норм векторов) совпадает с безусловной.

В 1941 г. Д. О. Шклярский с отличием оканчивает МГУ, но начинается Великая Отечественная война, и Д. О. Шклярского направляют в ЦАГИ. Однако Давид Оскарович подаёт заявление с просьбой отправить его добровольцем в действующую армию. В феврале 1942 г. его направили в партизанский отряд за линией фронта. Отряд назывался «Железняк». Он базировался на территории Белоруссии. 26 июня 1942 г. Д. О. Шклярский погибает при не совсем ясных обстоятельствах в Бегомльском районе Белоруссии. Похоронен в братской могиле в д. Пострежье Витебской области Белоруссии.

5. Юнович Борис Мордухович (Маркович) (1906–1942) родился 1 марта 1906 г. в г. Витебске (Витебская губерния). В 1925 г. поступил на первый курс физико-математического факультета Московского государственного университета. В 1930 г. окончил МГУ. По распределению Б. М. Юнович становится преподавателем в одном из экономических вузов Москвы. Об этом мы можем судить по воинскому званию, которое он получил по призыву 22 июня 1941 г.: интендант 3 ранга запаса.

Юнович Борис Мордухович (Маркович)

В июне 1934 г. Б. М. Юнович участвует в работе 2-го Всесоюзного математического съезда в Ленинграде, где на заседании секции «Анализ 1» (Теория функций) делает сообщение «О дифференцировании функций множеств». Очень краткое изложение этого сообщения (в 14 строк) было дано в «Трудах съезда» (том 2, с. 145–146) в декабре 1935 г. В конце изложения этого доклада было сказано, что подробнее доклад будет изложен в «Докладах АН СССР». Так и случилось, но только в октябре 1940 г. Статью [31] представлял академик А. Н. Колмогоров.

Пусть даны две функции множеств $\mu(E)$ и $\varphi(E)$, определённые в пространстве R, тогда производная от функции $\varphi(E)$ по функции $\mu(E)$ в точке P есть $\lim(\varphi(A_n(P))/\mu(A_n(P))$ при $n \to \infty$, где $A_n(P)$ – некоторая последовательность множеств, поставленная в соответствие точке P. Систему таких последовательностей $A_n(P)$, определённых для каждой точки P, будем обозначать $R\{A_n(P)\}$. Целью статьи является *определение необходимых и достаточных условий, которые надо наложить на систему множеств $R\{A_n(P)\}$ для того, чтобы при данной абсолютно аддитивной функции $\mu(E)$ всякая такая же функция $\varphi(E)$, вполне непрерывная относительно первой, т. е. представимая в виде $\varphi(E) = \int_E f(P) d\mu(E)$, имела почти всюду μ-определенную производную, равную $f(P)$.*

Необходимые и достаточные условия, о которых идет речь, определяются в зависимости от свойств функции $f(P)$.

В 1939 г. Б. М. Юнович защищает диссертацию по анализу на степень кандидата физ.-мат. наук. Как было уже сказано выше, с первого дня Великой Отечественной войны Б. М. Юнович в действующей армии. Во время нашего наступления под Москвой в конце 1941 г. Б. М. Юнович погибает.

Список источников

1. **Бебутов М. В.** О динамических системах, устойчивых по Ляпунову // *ДАН.* 1938. 18. № 3. С. 155–158.

2. **Бебутов М. В.** Одна теорема о симплициальных комплексах // *ДАН.* 1938. 19. № 5. С. 347–348.

3. **Бебутов М. В., Шнейдер В. Е.** Об одном счетном топологическом пространстве // *Учен. записки университета.* 1938. 30. С. 157–160.

4. **Бебутов М. В.** Об отображении траекторий динамической системы на семейство параллельных прямых // *Бюлл. ун-та (A).* 1939. 2. № 3. С. 3–23.

5. **Бебутов М. В., Степанов В. В.** Об изменении времени в динамических системах с инвариантной мерой // *ДАН.* 1939. 24. № 3. С. 217–219.

6. **Бебутов М. В. Степанов В. В.** Sur la mesure invariante dans les systemes dynamiques qui ne diffèrent que par le temps // *Матем. сб.* 1940. Т. 7 (49). № 1. С. 143–166.

7. **Бебутов М. В.** О динамических системах в пространстве непрерывных функций // *ДАН.* 1940. 29. № 9. С. 904–906.

8. **Бебутов М. В.** О динамических системах в пространстве непрерывных функций. М.: Моск. гос. ун-т, 1941. 52 с. (Бюллетень Московского государственного университета. Математика / под ред. Б. В. Гнеденко, А. Н. Колмогорова, В. В. Степанова. Т. 2, вып. 5).

9. **Бебутов М. В.** Цепи Маркова с компактным пространством состояний // *ДАН.* 1941. 30. № 6. С. 180–181.

10. **Бебутов М. В.** Цепи Маркова с компактным пространством состояний // *Матем. сб.*. 1942. Т. 52. № 3. С. 213–238.

11. **Алексеев В. М., Фомин С. В.** Михаил Валерьевич Бебутов // *УМН.* 1970. Т. 25. Вып. 3. С. 237–239.

12. **Tychonoff A. N., Vedenissoff N. B.** Sur le dévelopment modern de la théorie des espaces abstraits // *Bull. sci. math.* 1926. 50. Pp. 15–27.

13. **Wedenissoff N. B.** Sur le espaces métriques complets // *J. math. pur et appl.* 1931. 9. Pp. 377–392.

14. **Wedenissoff N. B.** Sur les fonctions continues dans des espaces topologiques // *Fund. Math.* 1936. 27. Pp. 234–238.

15. **Wedenissoff N. B.** Sur an problème de Paul Alexandroff // *Ann. of Math.* 1936. 37. Pp. 427–428.

16. **Веденисов Н. Б.** О многообразиях в смысле E. Cech'a // *ДАН.* 1937. 16 № 9. С 443–445.

17. **Веденисов Н. Б.** О некоторых топологических свойствах упорядоченных множеств // *Учен. записки Гос. пед. ин-та. Сер. физ.-мат.* 1938. 2. С. 15–26.

18. **Веденисов Н. Б.** Замечания о непрерывных функциях в топологических пространствах // *Учен. записки Гос. пед. ин-та. Сер. физ.-мат.* 1938. 2. С. 47–52.

19. **Веденисов Н. Б.** Замечания о размерности топологических пространств // *Учен. записки ун-та.* 1939. 30. С. 131–140.

20. **Веденисов Н. Б.** Обобщение одной теоремы теории размерности // *Учен. записки Гос. пед. ин-та. Сер. физ.-мат.* 1940. 7. С. 35–40.

21. **Wedenissoff N. B.** Généralisation de quelques théorèmes sur la dimension // *Comp. mathem.*, 1940. 7. Pp. 194–200.

22. **Веденисов Н. Б.** О размерности в смысле E. Cech'a // *Изв. АН СССР. Сер. матем.* 1941. 5. С. 211–216.

23. **Веденисов Н. Б.** Бикомпактные пространства // *УМН.* 1948. Т. 3. № 4. С. 67–79.

24. **Александров П. С.** Николай Борисович Веденисов // *УМН.* 1970. Т. 25. Вып. 3. С. 239–241.

25. **Каждан Я. М.** Марк Ефимович Глезерман // *УМН.* 1970. Т. 25. Вып. 3. С. 241–243.

26. **Понтрягин Л. С., Глезерман М. Е.** Пересечения многообразий // *УМН.* 1947. 2. № 1. С. 58–155.

27. **Головина Л. И.** Давид Оскарович Шклярский (1918–1942) // *УМН.* 1970. Т. 25. Вып. 3. С. 248–252.

28. **Шклярский Д. О.** Московский математический кружок // *УМН.* 1945. 1. Вып. 3. С. 212–217.

29. **Чернеев С. В., Романюк В. Я., Вдовин А. И. и др.** Московский университет в Великой Отечественной войне. 4-е изд., перераб. и доп. М.: Изд-во МГУ, 2020. 632 с.

30. **Шклярский Д. О.** О разбиениях двумерной сферы // *Матем. сб.*, 1945. Т. 58. № 2. С. 126–128.

31. **Юнович Б. М.** О дифференцировании абсолютных аддитивных функций множеств // *ДАН.* 1941. Т. 30. № 1. С. 112–114.

References

1. **Bebutov M. V.** On dynamical systems stable according to Lyapunov. *Doklady AN USSR* [Reports of the Academy of Sciences of the USSR]. 1938. 18, no 3, pp. 155–158. (In Russ.)

2. **Bebutov M. V.** One theorem on simplicial complexes. *Doklady AN USSR* [Reports of the Academy of Sciences of the USSR]. 1939. 19, no 5, pp. 347–348. (In Russ.)

3. **Bebutov M. V., Shneider V. E.** About one countable topological space. *Uchenye zap. uni-ta* [Academic Notes of the University]. 1939. 30, pp. 157–160. (In Russ.)

4. **Bebutov M. V.** Mapping the trajectories of a dynamical system to a family of parallel lines. Moscow: Byull.uni-ta (A) [University Bulletin]. 1939. 2, no 3, pp. 3–23. (In Russ.)

5. **Bebutov M. V., Stepanov V. V.** On the change of time in dynamical systems with an invariant measure. *Doklady AN USSR* [Reports of the Academy of Sciences of the USSR]. 1939. 24, no 3, pp. 217–219. (In Russ.)

6. **Bebutov M. V.** On invariant measurement in dynamical systems that differ only by times. *Matem. sb.* [Mathematical collection]. 1940. 7 (49), no 1, pp. 143–166.

7. **Bebutov M.V.** On dynamical systems in the space of continuous functions. *Doklady AN USSR* [Reports of the Academy of Sciences of the USSR]. 1940. 29, no 9, pp. 904–906. (In Russ.)

8. **Bebutov M. V.** *O dinamicheskikh sistemakh v prostranstve nepreryvnykh funktsiy* [On dynamical systems in the space of continuous functions]. Moscow: Izd-vo MGU, 1940. 52 p. (*Byulleten' Moskovskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika* [Bulletin of Moscow State University. Mathematics] / eds B. V. Gnedenko, A. N. Kolmogorov, V. V. Stepanov. Vol. 2, no 5). (In Russ.)

9. **Bebutov M. V.** Markov chains with compact state space. *Doklady AN USSR* [Reports of the Academy of Sciences of the USSR]. 1941. 30, no 6, pp. 180–181. (In Russ.)

10. **Bebutov M. V.** Markov chains with compact state space. *Matem. sb.* [Mathematical collection]. 1942. 52, no 3, pp. 213–238. (In Russ.)

11. **Alekseev V. M., Fomin S. V.** Mikhail Valeryevich Bebutov. *UMN* [Russian Mathematical Surveys]. 1970. 25, no 3, pp. 237–239. (In Russ.)

12. **Tychonoff A. N., Vedenissoff N. B.** Sur le dévelopment modern de la théorie des espaces abstraits. *Bull. sci. math.* 1926. 50. Pp. 15–27.

13. **Vedenisov N. B.** About full metric spaces. *J. math. pur. et appl.* 1931. 9, pp. 377–392.

14. **Vedenisov N. B.** On continuous functions in topological spaces. *Fund. Math.*, 1936. 27, pp. 234–238.

15. **Vedenisov N. B.** About one problem of Pavel Alexandrov. *Ann. of Math.* 1936. 37, pp. 427–428.

16. **Vedenisov N. B.** On manifolds in the sense of E.Cech. *Doklady AN USSR* [Reports of the Academy of Sciences of the USSR]. 1937. 16, no 9, pp. 443–445. (In Russ.)

17. **Vedenisov N. B.** On some topological properties of ordered sets. *Uchenye zapiski gos. ped. inst-ta. Ser. fiz.-mat.* [Uchen. notes of the State ped. in-ta. Ser. of phys.-math.]. 1938, 2, pp. 15–26. (In Russ.)

18. **Vedenisov N. B.** Remarks on continuous functions in topological spaces. *Uchenye zapiski gos. ped. inst-ta. Ser. fiz.-mat.* [Uchen. notes of the State ped. in-ta. Ser. of phys.-math.]. 1938, 2, pp. 47–52. (In Russ.)

19. **Vedenisov N. B.** Remarks on the dimensionality in topological spaces. *Uchenye zapiski uni-ta* [Academic Notes of the University]. 1939, 30, pp. 131–140. (In Russ.)

20. **Vedenisov N. B.** Generalization of one theorem of dimensionality theory. *Uchenye zapiski gos. ped. inst-ta. Ser. fiz.-mat.* [Uchen. notes of the State ped. in-ta. Ser. of phys.-math.]. 1940, 7, pp. 35–40. (In Russ.)

21. **Vedenisov N. B.** Generalization of several theorems of dimensionality. *Comp. Mathem.*, 1940, 7, pp. 194–200.

22. **Vedenisov N. B.** On the dimensionality in the sense of E. Cech. *Izv. AN USSR. Ser. matem.* [Proceedings of the Academy of Sciences of the USSR. Ser. mathem.]. 1941, 5, pp. 211–216. (In Russ.)

23. **Vedenisov N. B.** Bicompact spaces. *UMN* [Russian Mathematical Surveys]. 1943, 3, no 4, pp. 67–79. (In Russ.)

24. **Alexandrov P. S.** Nicolay Borisovich Vedenisov. *UMN* [Russian Mathematical Surveys]. 1970. 25, no 3, pp. 239–241. (In Russ.)

25. **Kazhdan Ya. M.** Mark Efimovich Glezerman. *UMN* [Russian Mathematical Surveys]. 1970, 25, issue 3, pp. 241–243. (In Russ.)

26. **Pontryagin L. S., Glezerman M. E.** Intersections of manifolds. *UMN* [Russian Mathematical Surveys]. 1947, 2, issue 1, pp. 58–155. (In Russ.)

27. **Golovina L. I.** David Oskarovich Shklyarsky. *UMN* [Russian Mathematical Surveys], 1970, 25, issue 3, pp. 248–252. (In Russ.)

28. **Shklyarsky D. O.** Moscow Mathematical Circle. *UMN* [Russian Mathematical Surveys]. 1945, 1, issue 3, pp. 212–217. (In Russ.)

29. **Cherneev S. V., Romanyuk V. Ya., Vdovin A. I. and others**. *Moskovskiy universitet v Velikoy Otechestvennoy voyne* [Moscow University in the Great Patriotic War]. 4-e izd. Moscow: Izd-vo MGU, 2020. 632 c. (In Russ.)

30. **Shklyarsky D. O.** On the partitioning of two-dimensional sphere. *Matem. sb.* [Mathematical collection]. 1945, 58, no 2, pp. 126–128. (In Russ.)

31. **Junovic' B. M.** On the differentiation of absolutely additive functions of sets. *Doklady AN USSR* [Reports of the Academy of Sciences of the USSR]. 1941, 30, no 1, pp. 112–114. (In Russ.)

Сведения об авторе / Information about author
Одинец Владимир Петрович / Vladimir P. Odinets
д.ф.-м.н., профессор / Doctor of in Physics and Mathematics, Professor

Статья поступила в редакцию / The article was submitted 11.04.2023
Одобрено после рецензирования / Approved after reviewing 19.04.2023
Принято к публикации / Accepted for publication 21.04.2023