ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА И МЕХАНИКА

APPLIED MATHEMATICS AND MECHANICS

Вестник Сыктывкарского университета.
Серия 1: Математика. Механика. Информатика. 2023.
Выпуск 2 (47)
Bulletin of Syktyvkar University.
Series 1: Mathematics. Mechanics. Informatics. 2023; 2 (47)

Научная статья

УДК 539.3
https://doi.org/10.34130/1992-2752_2023_2_4

ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ НА ЛИЦЕВЫХ ПОВЕРХНОСТЯХ ПЛАСТИНЫ

Андрей Васильевич Ермоленко, Оксана Игоревна Туркова
Сыктывкарский государственный университет
им. Питирима Сорокина, ea74@list.ru

Аннотация. При решении контактных задач необходимо ставить условия взаимодействия с использованием перемещений лицевых поверхностей пластины. Как правило, полевые уравнения определяют прогиб срединной поверхности пластины, поэтому условия контакта записываются достаточно громоздко. Для устранения этой трудности предложена теория типа Кармана – Тимошенко – Нагди относительно произвольной отсчетной поверхности. С использованием данной теории в статье выводятся выражения для определения напряжений на лицевых поверхностях пластины.

Ключевые слова: теория пластин, отсчетная поверхность, напряжения

Для цитирования: Ермоленко А. В., Туркова О. И. Определение напряжений на лицевых поверхностях пластины // *Вестник Сыктывкарского университета. Сер. 1: Математика. Механика. Информатика.* 2023. Вып. 2 (47). С. 4—16. https://doi.org/10.34130/1992-2752_2023_2_4

Article

Determination of stresses on the front surfaces of the plate

Andrey V. Yermolenko, Oksana I. Turkova
Pitirim Sorokin Syktyvkar State University, ea74@list.ru

Abstract. When solving contact problems, it is necessary to set the interaction conditions using the displacements of the front surfaces of the plate. As a rule, the field equations determine the deflection of the middle surface of the plate; therefore, the contact conditions are written rather cumbersomely. To eliminate this difficulty, the theory of the Karman–Timoshenko–Nagdi type with respect to an arbitrary reference surface is proposed. Using this theory, the article derives expressions for determining the stresses on the front surfaces of the plate.

Keywords: plate theory, reference surface, stresses

For citation: Yermolenko A. V., Turkova O. I. Determination of stresses on the front surfaces of the plate. *Vestnik Syktyvkarskogo universiteta. Seriya 1: Matematika. Mekhanika. Informatika* [Bulletin of Syktyvkar University, Series 1: Mathematics. Mechanics. Informatics], 2023, no 2 (47), pp. 4–16. https://doi.org/10.34130/1992-2752_2023_2_4

1. Введение

Классическая теория плоских пластин предполагает, что нормаль к недеформированной поверхности переходит в нормаль к деформированной поверхности, не изменяя своей длины (т. н. геометрическая гипотеза) [1]. Как следствие, на основании закона Гука перезывающие силы равны нулю, что не позволяет уравновесить нормальную нагрузку. Для устранения данного формального противоречия строятся теории пластин на основе отказа от гипотез Кирхгофа.

В рамках школы механики академика В. В. Новожилова [2] построен пример такой теории — теория типа Кармана – Тимошенко – Нагди [3], в которой учитываются поперечные сдвиги в соответствии с подходом С. П. Тимошенко [4], а поперечное обжатие — путем постулирования линейного закона изменения тангенциальных перемещений и квадратичного закона для прогиба по толщине пластины [5].

При этом для учета поперечного обжатия по аналогии с монографией [6] вводятся параметры λ_ξ, κ_ξ, однако, в отличие от подхода данной работы, эти параметры, так же как и искомые функции u_1, u_2, w, рассматриваются как варьируемые.

Используя теорию типа Кармана – Тимошенко – Нагди решен ряд контактных задач со свободной границей, например [7; 8]. Показано, что при использовании уточненных теорий контактные реакции не содержат сосредоточенные силы, а моменты, связанные с кривизной и с изменением поперечных сдвигов, находятся в противофазе, т. е. максимальные значения совокупного момента уменьшаются.

При этом оказалось, что при формулировке условий контакта необходимо использовать величины, отнесенные к одной из лицевых поверхностей, в то время как все неизвестные величины отнесены к срединной поверхности. Из-за этого все выражения становятся громоздкими, на каждой итерации приходится пересчитывать контактные величины через функции срединной поверхности. Поэтому возникает потребность в получении уравнений равновесия, отнесенных к той или иной отсчетной поверхности, так как такой выбор искомых функций позволяет представить разрешающие уравнения теории оболочек в достаточно компактной форме [9].

На необходимость совмещать отсчетную поверхность с лицевой контактируемой поверхностью оболочки при решении контактных задач указывается в работе [10].

В статье [11] утверждается, что «если в формулировке конечного элемента пластины/оболочки не предусмотрено управление положением отсчетной поверхности, то некоторые задачи деформирования пластин и оболочек в принципе не решаются с использованием таких элементов».

Отметим также работы [12–17], в которых при рассмотрении лицевых поверхностей оболочек в качестве отсчетных построены варианты геометрически линейной и нелинейной теорий оболочек.

В работе [18] на основе алгоритма, изложенного в работах [3; 8], выводятся полевые и граничные уравнения теории типа Кармана – Тимошенко – Нагди, приведенные к произвольной базовой (не обязательно лицевой) поверхности[1]. Пример использования названной теории приведен в работе [19].

Однако при построении теории типа Кармана – Тимошенко – Нагди относительно произвольной отсчетной поверхности [18] не приведены

[1]В дальнейшем данная поверхность названа отсчетной.

напряжения на лицевых поверхностях пластины, что делает представленную работу недостаточно завершенной.

Целью представленной статьи является вывод напряжений на лицевых поверхностях пластины с использованием уточненной теории пластин типа Кармана – Тимошенко – Нагди.

2. Материалы и методы

Данное исследование построено на базе использования теоретического исследования. Применение теоретического метода позволило провести анализ существующих источников в области построения теорий механики пластин и оболочек и получить выражения для напряжений на лицевых поверхностях пластины.

3. Результаты

Трехмерное тело, занимающее область

$$V = \{(x_1, x_2, x_3) : (x_1, x_2) \in \mathring{\Omega}, x_3 \equiv \xi \in [\frac{1}{2}(b - \mathring{h}), \frac{1}{2}(b + \mathring{h}))]\},$$

где $b \in [-\mathring{h}, \mathring{h}]$, называется пластиной, если длина отрезка $\mathring{h}$, называемого толщиной пластины, намного меньше любого характерного размера односвязной области $\mathring{\Omega}$. Поверхности $\xi = \frac{1}{2}(b - \mathring{h})$ и $\xi = \frac{1}{2}(b + \mathring{h})$ называют лицевыми, а поверхность $\xi = \frac{1}{2}b$ — срединной. Отметим также, что параметр b характеризует положение отсчетной поверхности. Если $b = 0$, то отсчетная поверхность совпадает с традиционной срединной. Если $b = h$, то отсчетная поверхность совпадает с нижней лицевой поверхностью.

Тангенциальные перемещения $(u_i^\xi, i = 1, 2)$ и прогиб (w) изменяются по толщине пластины следующим образом [18]:

$$u_i^\xi = u_i + \xi\vartheta_i, \vartheta_i = -\frac{\partial w}{\partial x_i}, i = 1, 2; \tag{1}$$

$$w^\xi = w + (\lambda_\xi - 1)\xi + \frac{1}{2}\xi^2\lambda_\xi\kappa_\xi. \tag{2}$$

Параметры λ_ξ, κ_ξ характеризуют поперечную деформацию [18].

Для описания деформации пластины используем тензор Грина – Лагранжа с компонентами

$$\gamma_{ij}^{\xi} = \frac{1}{2}(u_{i,j}^{\xi} + u_{j,i}^{\xi} + u_{k,i}^{\xi}u_{k,j}^{\xi}),\ i,j = 1,2,3$$

$$(u_{i,j} = \partial u_i/\partial x_j,\ u_3 \equiv w,\ x_3 \equiv \xi) \tag{3}$$

при следующих допущениях:

i) поперечная деформация описывается компонентами тензора деформации Коши ($\gamma_{i3}^{\xi} \approx e_{i3}^{\xi} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i})$);

ii) в тангенциальных компонентах тензора Грина из квадратичных слагаемых учитываются лишь связанные с нормальными перемещениями w;

iii) слагаемыми, содержащими производные от функций λ_ξ, κ_ξ, можно пренебречь.

В соответствии с допущениями (1), (2), i)-iii) компоненты тензора Грина – Лагранжа (3) записываем так:

$$\gamma_{i3}^{\xi} = \frac{1}{2}\Big(\frac{\partial w^{\xi}}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i^{\xi}}{\partial \xi}\Big) = \frac{1}{2}(w_{,i} + \vartheta_i) = \frac{1}{2}\psi_i;$$

$$\gamma_{33}^{\xi} = \frac{\partial w^{\xi}}{\partial \xi} = \lambda_\xi - 1 + \xi\lambda_\xi\kappa_\xi;$$

$$\gamma_{ij}^{\xi} = \gamma_{ij} + \xi(\kappa_{ij} + \mu_{ij}),\ i,j = 1,2, \tag{4}$$

где

$$\gamma_{ij} = e_{ij} + \frac{1}{2}w_{,i}w_{,j},\ e_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}),$$

$$\kappa_{ij} = -w_{,ij},\ \mu_{ij} = \frac{1}{2}(\psi_{i,j} + \psi_{j,i}).$$

В качестве упругого потенциала применительно к жесткогибким оболочкам хорошо зарекомендовали себя соотношения закона упругости для стандартного материала второго порядка [1]. Эти формулы в случае пластины *совпадают по форме* с соотношениями закона Гука и имеют вид

$$\sigma_{ij}^{\xi} = 2\mu\gamma_{ij}^{\xi} + \lambda I_{\Gamma}\delta_{ij}, \tag{5}$$

где λ, μ – упругие константы Ламе; δ_{ij} – символ Кронекера; I_Γ – первый главный инвариант тензора деформаций Грина – Лагранжа: $I_\Gamma = \gamma^\xi_{\alpha\alpha}$[2].

Рассматриваем поперечный изгиб под действием только нормальной нагрузки. Записывая граничные условия на лицевых поверхностях пластины в виде

$$J\sigma^\xi_{33}(\mathring{h}/2 + b/2) = q_n^+,\ \sigma^\xi_{33}(-\mathring{h}/2 + b/2) = q_n^-, \tag{6}$$

на основании (4), (6) нетрудно получить следующие формулы для параметров, характеризующих поперечное обжатие:

$$\lambda_\xi = 1 - \frac{\lambda}{\lambda + 2\mu}\gamma_{\alpha\alpha} + \frac{m_n}{(\lambda + 2\mu)\mathring{h}},$$

$$\lambda_\xi \kappa_\xi = -\frac{\lambda}{\lambda + 2\mu}(\kappa_{\alpha\alpha} + \mu_{\alpha\alpha}) + \frac{q_n}{(\lambda + 2\mu)\mathring{h}}, \tag{7}$$

где

$$q_n = q_n^+ - q_n^-,\ m_n = \frac{1}{2}(\mathring{h} - b)q_n^+ + \frac{1}{2}(\mathring{h} + b)q_n^-. \tag{8}$$

С учетом формул (7) на основании (4) получаем

$$\gamma^\xi_{33} = -\frac{\lambda}{\lambda + 2\mu}\gamma^\xi_{\alpha\alpha} + \frac{m_n + \xi q_n}{(\lambda + 2\mu)\ ooh}.$$

Далее, принимая во внимание эквивалентную равенствам (8), (5) формулу

$$\sigma^\xi_{33} = \frac{1}{h}(m_n + \xi q_n),$$

находим

$$\sigma^\xi_{11} - \frac{\lambda}{\lambda + 2\mu}\sigma^\xi_{33} = \frac{E}{1 - \nu^2}(\gamma^\xi_{11} + \nu\gamma^\xi_{22}),$$

$$\sigma^\xi_{22} - \frac{\lambda}{\lambda + 2\mu}\sigma^\xi_{33} = \frac{E}{1 - \nu^2}(\gamma^\xi_{22} + \nu\gamma^\xi_{11}),\ \sigma^\xi_{12} = \frac{E}{1 + \nu}\gamma^\xi_{12}, \tag{9}$$

[2]В данной работе по повторяющемуся в одночлене дважды индексу α следует суммировать от 1-го до 2-х.

где E, ν — модуль Юнга и коэффициент Пуассона, связанные с константами λ и μ соотношениями [1]

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1=2\nu)}, \mu = \frac{E}{2(1+\nu)}.$$

.

Усилия и моменты вводим следующим образом:

$$T_{ij} = \int_{-\mathring{h}/2+b/2}^{\mathring{h}/2+b/2} (\sigma_{ij}^{\xi} - \frac{\lambda}{\lambda+2\mu}\sigma_{33}^{\xi}\delta_{ij})d\xi,$$

$$M_{ij} = \int_{-\mathring{h}/2+b/2}^{\mathring{h}/2+b/2} (\sigma_{ij}^{\xi} - \frac{\lambda}{\lambda+2\mu}\sigma_{33}^{\xi}\delta_{ij})\xi d\xi.$$

Отсюда с учетом (9), (4) находим

$$T_{11} = B(\gamma_{11}+\nu\gamma_{22}) + \frac{bE\mathring{h}}{2(1-\nu^2)}[(\kappa_{11}+\mu_{11}) + \nu(\kappa_{22}+\mu_{22})],$$

$$T_{22} = (1 \rightleftharpoons 2)T_{11}, T_{12} = (1-\nu)B\gamma_{12},\ B = Eh/(1-\nu^2);$$

$$M_{11} = \frac{E\mathring{h}(\mathring{h}^2+3b^2)}{12(1-\nu^2)}[(\kappa_{11}+\mu_{11}) + \nu(\kappa_{22}+\mu_{22})] +$$

$$+\frac{bE\mathring{h}}{2(1-\nu^2)}(\gamma_{11}+\nu\gamma_{22}), M_{22}^{''} = (1 \rightleftharpoons 2)M_{11}^{''},$$

$$M_{12} = \frac{bE\mathring{h}}{2(1+\nu)}\gamma_{12} + \frac{E\mathring{h}(\mathring{h}^2+3b^2)}{12(1+\nu)}(\kappa_{12}+\mu_{12}). \tag{10}$$

Получим выражения для напряжения $\sigma_{11}^{\mathring{h}/2+b/2}$ на верхней лицевой поверхности пластины. Для этого рассмотрим выражения для T_{11}, M_{11} из соотношений (10) как систему для неизвестных $(\gamma_{11}+\nu\gamma_{22})$ и $(\kappa_{11}+\mu_{11})+\nu(\kappa_{22}+\mu_{22})$, из которой получаем следующие выражения:

$$\gamma_{11}+\nu\gamma_{22} = \frac{T_{11}}{B} - \frac{b}{2}\frac{M_{11}}{D} + \frac{3b^2(1-\nu^2)}{E\mathring{h}^3}T_{11}, D = \frac{E\mathring{h}^3}{12(1-\nu^2)},$$

$$\kappa_{11}+\mu_{11}+\nu(\kappa_{22}+\mu_{22}) = \frac{M_{11}}{D} - \frac{6b(1-\nu^2)}{E\mathring{h}^3}T_{11}.$$

Подставляя полученные значения в формулу (9) для σ_{11}^{ξ} и учитывая соотношения (4) при $\xi = \mathring{h}/2 + b/2$, получим следующее выражение:

$$\sigma_{11}^{h/2+b/2} = \frac{T_{ii}}{h} + \frac{6M_{ii}}{h^2} + \frac{\nu}{1-\nu} q_n^{+} - \frac{3bT_{11}}{\mathring{h}^2}.$$

Таким образом получено первое из соотношений ($i = 1, 2$) для вычисления на лицевых поверхностях пластины

$$\sigma_{ii}^{\pm h/2+b/2} = \frac{T_{ii}}{h} \pm \frac{6M_{ii}}{\mathring{h}^2} + \frac{\nu}{1-\nu} q_n^{\pm} \mp \frac{3bT_{ii}}{\mathring{h}^2},$$

$$\sigma_{12}^{\pm h/2} = \frac{T_{12}}{h} \pm \frac{6M_{12}}{h^2} \mp \frac{3bT_{12}}{\mathring{h}^2}. \qquad (11)$$

4. Обсуждение

С использованием соотношений (11) теория типа Кармана – Тимошенко – Нагди принимает завершенный вид и позволяет расчитывать все параметры напряженно-деформированного состояния пластин. Также отметим, что если сравнить соотношения (11) с соотношениями работы [3], то они совпадают при $b = 0$.

Список источников

1. **Михайловский Е. И., Торопов А. В.** Математические модели теории упругости. Сыктывкар: Сыктывкарский ун-та, 1995. 251 с.

2. **Михайловский Е. И.** Школа механики оболочек академика Новожилова. Сыктывкар: Изд-во Сыктывкарского ун-та, 2005. 172 с.

3. **Михайловский Е. И., Бадокин К. В., Ермоленко А. В.** Теория изгиба пластин типа Кармана без гипотез Кирхгофа // *Вестник Сыктывкарского университета. Серия 1.* 1999. Вып. 3. С. 181–202.

4. **Тимошенко С. П.** Курс теории упругости. Ч. II. Стержни и пластинки. Петроград: Изд-во ин-та инж. путей сообщения, 1916. 2-е изд. Киев: Наукова думка, 1972. 507 с.

5. **Naghdi P. M.** On the theory of thin elastic shells // *Quarterly of Applied Mathematics*. 1957. 14. No 4. Pp. 369–380.

6. **Черных К. Ф.** Нелинейная теория упругости в машиностроительных расчетах. Л.: Машиностроение, 1986. 336 с.

7. **Yermolenko A. V., Mironov V. V.** Mechanism of the effect of transverse shifts on the stress state in the problems of plate and shell mechanics // *International Journal of Recent Technology and Engineering (IJRTE).* 2019. Vol. 7 Issue 5. January. Pp. 318–321.

8. **Михайловский Е. И., Ермоленко А. В., Миронов В. В., Тулубенская Е. В.** Уточненные нелинейные уравнения в неклассических задачах механики оболочек : учебное пособие. Сыктывкар: Изд-во Сыктывкарского ун-та, 2009. 141 с.

9. **Куликов Г. М., Плотникова С. В.** Решение трехмерных задач для толстых упругих оболочек на основе метода отсчетных поверхностей // *Механика твердого тела.* 2014. № 4. С. 54–64.

10. **Hallquist J. O., Benson D. J.** A comparison of an implicit and explicit implementation of the Hughes-Liu shell // Finite Element Metdods for Plate and Shell Structures / eds T. J. R. Hughes, E. Hinton. Swansea: Pineridge Press, 1986. Vol. 1. Pp. 394–431.

11. **Коробейников С. Н., Шутов А. В.** Выбор отсчетной поверхности в уравнениях пластин и оболочек // *Вычислительные технологии.* 2003. Т. 8. С. 38–59.

12. **Schoop H.** Oberflächenorientierte Schalentheorien endlicher Verschiebungen // *Ing.-Archiv.* 1986. B. 56. No 6. S. 427–437.

13. **Никабадзе М. У.** Параметризация оболочек на основе двух базовых поверхностей // *Деп. в ВИНИТИ АН СССР* 12.07.1988. № 5588–В88. 29 с.

14. **Kim Y. H., Lee S. W.** A solid element formulation for large deflection analysis of composite shell structures // *Comp. Struct.* 1988. Vol. 30. No 1–2. Pp. 269–274.

15. **Куликов Г. М., Плотникова С. В.** Сравнительный анализ двух алгоритмов численного решения нелинейных задач статики многослойных анизотропных оболочек вращения. 2. Учет поперечного обжатия // *Мех. композит. материалов.* 1999. Т. 35. № 4. С. 435–446.

16. **Никабадзе М. У.** Некоторые геометрические соотношения теории оболочек с двумя базовыми поверхностями // *Изв. РАН. МТТ.* 2000. № 4. С. 129–139.

17. **Kulikov G. M., Plotnikova S. V.** Finite deformation plate theory and large rigid-body motions // *Int. J. Non-Linear Mech.* 2004. Vol. 39. No 7. Pp. 1093–1109.

18. **Ермоленко А. В.** Теория плоских пластин типа Кармана – Тимошенко – Нагди относительно произвольной базовой плоскости // *В мире научных открытий.* Красноярск: НИЦ, 2011. № 8.1 (20). С. 336–347.

19. **Ермоленко А. В.** Выбор базовой поверхности в контактных задачах со свободной границей // *Вестник Сыктывкарского университета. Серия 1.* 2013. Вып. 18. С. 42–47.

References

1. **Mikhailovskii E. I., Toropov A. V.** *Matematicheskiye modeli teorii uprugosti* [Mathematical models of theory of elasticity]. Syktyvkar: Syktyvkarskij un-t [Syktyvkar: Syktyvkar State University], 1995. 251 p. (In Russ.)

2. **Mikhailovskii E. I.** *Shkola mekhaniki obolochek akademika Novozhilova* [Academic Novozhilov's school of mechanics of shells]. Syktyvkar: Izd-vo Syktyvkarskogo un-ta [Syktyvkar: Publishing House of Syktyvkar University], 2005. 172 p. (In Russ.)

3. **Mikhailovskii E. I.,Badokin K. V., Ermolenko A. V.** Karman type theory of flexure of plates without Kirhgof's hypotheses. *Vestnik Syktyvkarskogo universiteta. Seriya 1* [Bulletin of Syktyvkar University. Series 1], 1999, issue 3, pp. 181–202. (In Russ.)

4. **Timoshenko S. P.** *Kurs teorii uprugosti, ch. II. Sterzhni I plastinki* [Course of theory of elasticity, part II. Shafts and plates]. Petrograd: Izd-vo in-ta inzh. putej soobscheniya, 1916. Izd. 2-e. Kiev: Naukova dumka [Petrograd: Publishing House of institute of Railway Engineers, 1916. Vol. 2. Kiev: Publishing House of Naukova Dumka], 1972. 507 p. (In Russ.)

5. **Naghdi P. M.** On the theory of thin elastic shells. *Quarterly of Applied Mathematics*. 1957, 14, no 4, pp. 369–380.

6. **Chernyh K. F.** *Nelinejnaya teoriya uprugosti v mashinostroitel'nyh raschetah.* [Nonlinear theory of elasticity in mechanical engineering calculations] L.: Mashinostroenie [Leningrad: Mechanical engineering], 1986. 336 p. (In Russ.)

7. **Yermolenko A. V., Mironov V. V.** Mechanism of the effect of transverse shifts on the stress state in the problems of plate and shell mechanics. *International Journal of Recent Technology and Engineering (IJRTE)*. 2019, vol. 7, issue 5, January, pp. 318–321.

8. **Mikhailovskii E. I., Ermolenko A. V., Mironov V. V., Tulubenskaya E. V.** *Utochnennye nelinejnye uravneniya v neklassicheskih zadachah mekhaniki obolochek : uchebnoe posobie* [Refined nonlinear equations in non classical tasks of mechanics of shells]. Syktyvkar: Izd-vo Syktyvkarskogo un-ta [Syktyvkar: Publishing House of Syktyvkar University], 2009. 141 p. (In Russ.)

9. **Kulikov G. M., Plotnikova S. V.** Solvation of three dimensional tasks for thick elastic shells based on method of base surfaces. *Mekhanika tverdogo tela* [Mechanics of solid body], 2014, no 4, pp. 54–64. (In Russ.)

10. **Hallquist J. O., Benson D. J.** A comparison of an implicit and explicit implementation of the Hughes-Liu shell. *Finite Element Metdods for Plate and Shell Structures* / eds T. J. R. Hughes, E. Hinton. Swansea: Pineridge Press, 1986. Vol. 1. Pp. 394–431.

11. **Korobejnikov S. N., Shutov A. V.** The choice of basic surface in equations of plates and shells. *Vychislitel'nye tekhnologii* [Computing technologies], 2003, vol. 8, pp. 38–59. (In Russ.)

12. **Schoop H.** Oberflächenorientierte Schalentheorien endlicher Verschiebungen. *Ing.-Archiv.* 1986. B. 56, no 6, s. 427–437.

13. **Nikabadze M. U.** Parameterization of shells based on two basic surfaces. *Dep. V VINITI AN SSSR* [Department of All-Union Institute for Scientific and Technical Information of USSR Academy of Sciences], 12.07.1988. № 5588–V88. 29 p. (In Russ.)

14. **Kim Y. H., Lee S. W.** A solid element formulation for large deflection analysis of composite shell structures. *Comp. Struct*, 1988, vol. 30. no 1–2, pp. 269–274.

15. **Kulikov G. M., Plotnikova S. V.** Comparative analysis of two algorithms of numerical solution of nonlinear tasks of static of multilayer anisotropic shells of rotation. 2. Accounting of transverse compression. *Mekh. kompozit. materialov* [Mechanics of composite materials], 1999, vol. 35, no 4, pp. 435–446. (In Russ.)

16. **Nikabadze M. U.** Some geometry ratios of theory of shells with two basic surfaces. *Izv. RAN. MTT* [Mechanics of Solids. A Journal of Russian Academy of Sciences], 2000, no 4., pp. 129–139. (In Russ.)

17. **Kulikov G. M., Plotnikova S. V.** Finite deformation plate theory and large rigid-body motions. *Int. J. Non-Linear Mech*, 2004, vol. 39, no 7, pp. 1093–1109.

18. **Ermolenko A. V.** Theory of Karman-Timoshenko-Nagdi type plane plates regarding of arbitrary basic plane. *V mire nauchnyh otkrytij* [In the World of Scientific Discoveries]. Krasnoyarsk: Science and Innovation Center Publishing House, 2011. No 8.1 (20), pp. 336–347. (In Russ.)

19. **Yermolenko A. V.** The choice of basic surface in contact tasks with free boundary. *Vestnik Syktyvkarskogo universiteta. Seriya 1* [Bulletin of Syktyvkar University. Series 1]. 2013, issue 18, pp. 42–47. (In Russ.)

Сведения об авторах / Information about authors
Ермоленко Андрей Васильевич / Andrei V. Yermolenko
к.ф.-м.н., доцент, заведующий кафедрой прикладной математики и компьютерных наук / Ph.D. in Physics and Mathematics, Associate Professor, Head of Department of Applied Mathematics and Computer Science
Сыктывкарский государственный университет им. Питирима Сорокина / Pitirim Sorokin Syktyvkar State University
167001, Россия, г. Сыктывкар, Октябрьский пр., 55 / 167001, Russia, Syktyvkar, Oktyabrsky Ave., 55
Туркова Оксана Игоревна / Oksana I. Turkova
аспирант / postgraduate student
Сыктывкарский государственный университет им. Питирима Сорокина / Pitirim Sorokin Syktyvkar State University

167001, Россия, г. Сыктывкар, Октябрьский пр., 55 / 167001, Russia, Syktyvkar, Oktyabrsky Ave., 55

Статья поступила в редакцию / The article was submitted 30.01.2023
Одобрено после рецензирования / Approved after reviewing 06.02.2023
Принято к публикации / Accepted for publication 01.03.2023