

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

*Вестник Сыктывкарского университета.
Серия 1: Математика. Механика. Информатика.
Выпуск 3 (40). 2021*

УДК 004.42 DOI: 10.34130/1992-2752_2021_3_71

ОБ ОДНОМ ЗАБЫТОМ ЛЕНИНГРАДСКОМ ТОПОЛОГЕ

В. П. Одинец

Описаны жизнь и работы ленинградского тополога Львовского Вячеслава Дмитриевича (1899–1937). Он, наряду с Б. И. Делоне (1890–1980), О. К. Житомирским (1891–1942), В. И. Милинским (1898–1942), А. А. Марковым (1903–1979) и несколько позднее А. Д. Александровым (1912–1999), стоял у истоков ленинградской школы геометрии и топологии.

Ключевые слова: неориентируемая поверхность, замкнутая двойная линия, поверхность Боя, замкнутое двустороннее пространство, гомеоморфизмы областей, диаграмма Хегора.

Вячеслав Дмитриевич Львовский родился в 1899 году в Токио. Нам не известно, в какой семье родился Вячеслав Дмитриевич, но можно предположить, что это была семья, связанная с Русским консульством¹ в Японии. После возвращения семьи в Петербург Вячеслав окончил гимназию и поступил в Петроградский университет. По окончании университета в 1923 году был принят в Артиллерийскую академию, преобразованную в 1925 году в Военно-техническую

¹Русское консульство было открыто в Японии в 1858 году. Кроме того, с 1870 года в Японии действовала Духовная миссия, но её члены были, как правило, монахи.

академию РККА, и стал там сотрудником лаборатории артиллерии (см. [1], с.147).

В 1923 году В. Д. Львовский был принят в действительные члены Петроградского (вскоре переименованного в Ленинградское) математического общества (далее просто общества). Как следует из списка членов общества, проживал он тогда на главной улице города — проспекте 25 Октября², д. 139, кв. 75. При этом, что было еще редкостью, в квартире был телефон. В том же 1923 году он делает на заседании общества свой первый доклад «О замкнутых поверхностях постоянной кривизны».

20 апреля 1924 года на XXXV заседании общества В. Д. Львовский делает доклад «Об особых точках односторонних³ поверхностей». Через год в журнале «Математический сборник» на основе доклада выходит его статья под названием «О построении замкнутых односторонних поверхностей с замкнутыми двойными линиями».

В 1901 году, отвечая на вопрос своего научного руководителя Давида Гильберта (1862-1943) о невозможности погрузить действительную проективную плоскость в трехмерное пространство, Вернер Бой⁴ (Werner Boy: 1879–1914) построил две поверхности, соответствующие случаю, когда кронекеровская⁵ характеристика $K=1$; обе поверхности имели замкнутые двойные линии с одной тройной точкой.

²Проспект 25 Октября до 1918 года назывался Невским проспектом. 13 января 1944 года, накануне операции по снятию блокады Ленинграда, проспекту вернули название «Невский проспект».

³В. Д. Львовский употребляет старый термин «односторонняя поверхность» вместо современного «неориентируемая поверхность».

⁴После защиты диссертации в 1903 году В. Бой работает учителем в средней школе города Крефельд (земля Северный Рейн-Вестфалия). Призванный в армию, в связи с началом Первой мировой войны, Вернер Бой погибает уже 6 сентября 1914 году.

⁵Л. Кронекер (Leopold Kronecker: 1823–1891). Учился в Берлине, Бонне и Бреслау (ныне Вроцлав). Под руководством Л. Дирихле защитил в 1845 году диссертацию. До 1883 года был банкиром, занимаясь математикой на досуге. В 1861 году

В. Д. Львовский в статье «Математического сборника» строит для $K=1$ поверхности, которые будут иметь двойные линии с произвольным нечетным числом тройных точек. Затем для $K=0$ можно построить поверхности, которые будут иметь замкнутые двойные линии с произвольным четным числом тройных точек.

Кроме того, автор показывает, что обе поверхности Боя изотопны, а значит, топологически неразличимы. Примененный Львовским метод доказательства основан на построении поверхности Боя из поверхности Дика⁶ (Walther von Dyck: 1856–1935).

14 февраля 1925 года В. Д. Львовский делает доклад на XIII заседании общества: «О замкнутых трехмерных пространствах класса Volterra⁷ и их обобщении». 20 февраля 1926 года он делает второе сообщение на эту же тему.

В начале 1927 года Львовский делает третье сообщение на тему трёхмерных пространств (трёхмерных многообразий).

Через год в журнале Ленинградского общества (1927, т. 1, вып. 2, с 169-181 + 15 с. рисунков) вышла статья Львовского, в основе которой были три вышеприведенных сообщения: «О замкнутых двухсторонних пространствах». Приведем цитату из этой статьи: «В n -мерном пространстве M_n возьмём гиперсферу, содержащую внутри себя k других гиперсфер, внешних друг относительно друга, и пусть часть M_n , огра-

избран чл. Берлинской академии. С 1883 года стал зав. кафедрой в Берлинском университете.

⁶Вальтер Дик родился в Мюнхене, учился в университетах Мюнхена, Берлина и Лейпцига. Phd в Мюнхене в 1879 году под руководством профессора Феликса Клейна, Хабилизация (вторая диссертация) — в Лейпциге в 1882 году. С 1884 года — профессор Баварской высшей технической школы, в которой дважды избирался ректором. Основные труды в области геометрии.

⁷Вито Вольтерра (Vito Volterra: 1860–1940) родился в Анконе. Учился в университетах Флоренции, Пизы и в Высшей нормальной школе Пизы. Phd в 1882 году под руководством Энрико Бетти (1823–1892). Профессор с 1883 года. Преподавал в университетах Пизы, Турина и (с 1900 г.) Рима. В 1931 году отказался дать присягу фашистскому режиму и уехал за границу. Вернулся накануне кончины в 1940 году.

ниченная этими гиперсферами, будет T . Возьмём T' симметричное T относительно гиперплоскости, не пересекающей T . Если совместить точки, составляющие границы T и T' , путем непрерывного преобразования M_n в $M_{n'}$ ($n' > n$), то получим пространство класса Volterra».

Как следует из результатов статьи, пространства первого вида сводятся к пространствам класса Volterra для $n=3$; пространства второго и третьего вида могут быть сведены к формам, близким к формам класса Volterra. Отметим также, что все перестроения пространств в статье в результате непрерывных преобразований сопровождаются для наглядности на 15-ти страницах несколькими сотнями рисунков.

В том же 1927 году Николай Николаевич Худеков⁸ и Вячеслав Дмитриевич Львовский делают на заседании общества два обзорных доклада на тему «Современное состояние Analysis situs». И на основе этих докладов он читает в 1928/29 учебном году спецкурс на физ-мехе ЛГУ, попадая в книгу «Весь Ленинград на 1930 г.», как преподаватель (с. 349, 1 св.).

С 27 апреля по 4 мая 1927 года в Москве проходил Всероссийский съезд математиков, в котором Львовский не участвовал.

18 февраля 1928 года на заседании общества В.Д. Львовский делает доклад «О замкнутых односторонних трёхмерных пространствах», а через год в журнале Ленинградского физ-мат. общества (1929, т. 2, вып. 2, с. 104–122 + 3 с. рисунков) выходит его статья с тем же названием.

Статья состоит из четырёх параграфов: § 1. Элементарные двойные линии односторонних поверхностей. § 2. Преобразования двойных линий односторонних поверхностей. § 3. Определение n -мерных односторонних пространств. § 4. Пре-

⁸О Н.Н. Худекове (1900–1942) подробнее см. [2, с. 12–14].

образование конических линий односторонних трёхмерных пространств.

В первом параграфе дается определение элементарной двойной линии. (Двойную линию назовем элементарной, если она не имеет кратных точек.) Основным результатом этого параграфа является установление, что возможны только три вида элементарных двойных линий, и проведено исследование их свойств.

Во втором параграфе вводится понятие характеристики поверхности и доказывается теорема: Необходимое и достаточное условие для гомеоморфизма двух замкнутых поверхностей с элементарными двойными линиями заключается в равенстве характеристик.

Содержание следующего параграфа составляет общее определение индикатрисы, конических элементов и односторонних n -мерных пространств. Кроме того, дается симметричное определение трехмерного замкнутого одностороннего пространства и два конкретных примера в 5-мерном пространстве E^5 .

В последнем параграфе обобщаются методы преобразований односторонних поверхностей на случай трех измерений, а также методы преобразований двусторонних трехмерных пространств обобщаются на односторонние.

С 24 по 30 июня 1930 года в Харькове состоялся I Всесоюзный математический съезд. Его участником был и В. Д. Львовский (он был зарегистрирован под № 262). В своём докладе⁹ (Бюлл. № 1 Харьковского съезда, 1930. С. 35, также «Труды Первого Всесоюзного математического съезда (Харьков 1930)» (с. 23–24) В. Д. Львовский дает решение вопроса, как для замкнутого ориентированного трехмерного многооб-

⁹Доклад назывался «О риманизации трехмерных пространств». Прочитан он был 26 июня 1930 года на вечернем совместном заседании двух секций: геометрии и теории функций и теории рядов.

разия, заданного диаграммой Хегора¹⁰, получить представление в виде разветвленного накрытия 3-мерной сферы. Из построений вытекало, что всякое риманово пространство можно представить в многолистном виде с последовательным соединением листов. Получен также ряд следствий, касающихся риманизации симметричных пространств и развертывающихся трехмерных пространств.

В том же году после очередной реорганизации ВТ Академии В. Д. Львовский переходит на работу в баллистическую лабораторию Артиллерийской академии РККА.

Через четыре года с 24 по 30 июня в Ленинграде прошел II Всесоюзный математический съезд. На этом съезде на секции «Топология» В. Д. Львовский делает два доклада: «Некоторые гомеоморфизмы областей трёхмерного пространства» и «Диаграмма Неегаард'а трёхмерного пространства и фундаментальная группа» (см. [3, с. 129–131] и [4, с. 131–135]).

В первом докладе в трёхмерном пространстве $E^3(x, y, z)$ тремя уравнениями:

$$x^2 + y^2 = 1, y = 0;$$

$$(x - y)^2 + y^2 = 4, z = 0;$$

$$(x + y)^2 + y^2 = 4, z = 0,$$

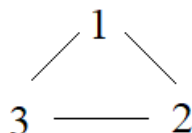
задается цепочка трех окружностей, образующих вместе открытую трехзвенную цепочку. Пусть каждая окружность будет осью тора с радиусом меридиана, равным одной трети. Три тора не будут иметь общих точек и также, взятые вместе, образуют открытую трехзвенную цепочку. Схематически

¹⁰Поуль Хегор (Poul Heegaard: 1871–1948) родился в Копенгагене. Учился в Копенгагенском университете с 1889 по 1893 год; с 1897 года работал в Геттингене под руководством Феликса Клейна. В 1898 году защитил диссертацию о трехмерных многообразиях. С 1910 — года профессор в Копенгагенском университете. С 1918 года — профессор университета в Осло.

её можно изобразить в виде

$$1 - 2 - 3,$$

где цифра изображает номер тора, а черта между цифрами символизирует, что соответствующие торы зацеплены. Рассмотрим область в E^3 вне этой цепочки торов и обозначим её через M_3' . Построенная цепочка поверхностей торов составляет границу M_3' . Можно показать, что область M_3' с тремя границами $1 - 2 - 3$ гомеоморфна области M_3'' с границами:



где торы расположены в виде замкнутой трехзвенной цепочки.

Далее в статье даются контуры доказательства этого утверждения. Перед концом статьи приводится пример двух четырехзвенных цепочек, составляющих границы гомеоморфных областей. В конце статьи делается важное замечание: «А. А. Марков показал, что подобные построения не распространяются на n -звенные цепочки при $n \geq 5$.» Марковым же дано и первое построение для трёхзвенной цепочки. Первое построение для четырехмерной цепочки дал В. Д. Львовский.

Вторая статья посвящена решению задачи: как для данного многолистного разветвленного накрытия построить диаграмму Хегора. Построение существенно опирается на результаты статьи 1927 года и доклада на I Всесоюзном математическом съезде в Харькове (1930). Иллюстрируются построения примерами, когда три компонента края симметричного пространства суть поверхности торов, образующих простую

открытую трехзвенную цепочку. Добавим, что построения сопровождаются рисунками.

В 1935 году в издательстве ОНТИ вышла первая часть востребованной книги «Задачи по высшей геометрии» трех авторов: О. К. Житомирского, В. Д. Львовского и В. И. Милинского. (Добавим, что вторая часть в виде отдельной книги, посвященная дифференциальной геометрии, была целиком написана Владимиром Ивановичем Милинским (1898–1942) (см. [1 с. 49–51].)

Первый отдел книги под названием *Analysis situs*¹¹ был написан В. Д. Львовским. Он состоит из Введения и четырех глав: Гл. 1. Отрезочные комплексы. Гл. 2. Двумерные многообразия. Гл. 3. Трехмерные многообразия. Гл. 4. Вопросы n -мерной топологии.

Каждая глава начинается с теоретической части. Затем идут задачи (их всего 215), часто сопровождаемые рисунками (их 377).

Добавим, что весь первый отдел посвящен комбинаторной топологии. В Введении дан краткий исторический обзор развития топологии.

В первой главе, в частности, разбираются задачи на деревья, графы, задачи о красках. Например, нужно доказать, что всякая нормальная карта на сфере может быть окрашена в пять цветов (задача № 37).

Вторая глава включает задачи на ленты, гомотопии и изотопии, поверхности Римана, кривые на поверхностях, сечения поверхностей. Пример: продеформировать сферу с двумя ручками в пространстве в двулистную риманову поверхность с тремя парами точек ветвления (задача № 71).

В третьей главе помещены задачи на изотопию в пространстве, узлы, гомеоморфизмы, симметричные римановы

¹¹От лат. – анализ положений.

пространства, диаграммы. Пример: найти разбиение шара в E^3 на три элементарных связных полиэдра, так, чтобы сумма любых двух из них была гомеоморфна тору (задача № 108 бис).

В четвертой главе помещен материал n -мерной топологии, включая числа Бетти. Пример: найти числа Бетти для трехмерных пространств: 1) ограниченного двумя концентрическими сферами, 2) ограниченного двумя коаксиальными торами.

В 1947 году в «Вестнике Ленинградского университета» (№ 11, с. 124–148) вышла большая статья Александра Даниловича Александрова «Геометрия в Ленинградском университете». В ней ни слова не говорится о работах В. Д. Львовского. Связано это было с арестом Вячеслава Дмитриевича 26 сентября 1937 года. Он тогда занимал должность помощника начальника отдела баллистической лаборатории Артиллерийской академии РККА.

Осужден он был 12 октября 1937 года как японский шпион и приговорен к высшей мере наказания. Расстрелян 17 октября того же года. В 1955 году Вячеслав Дмитриевич Львовский был полностью реабилитирован.

После ареста осенью 1941 года и смерти В. И. Милинского в 1942 году во внутренней тюрьме НКВД по Ленинграду и Ленинградской области [5] книга «Задачи по высшей геометрии» была изъята из библиотек. О ней нет даже упоминания в книге «Математика в СССР за 40 лет» (М.: Физматлит, 1959). В 1992 году А. Д. Александров в беседе со мной (а я возглавлял тогда кафедру математического анализа в РГПУ им. А. И. Герцена, на которой читал лекции по истории математики Александр Данилович) высказал желание написать о Львовском и Милинском. Возможно, текст есть и остался в его архиве.

Список литературы

1. Наука и научные работники в СССР. Ч. V. Научные работники Ленинграда : справочник / сост. под рук. С. Ф. Ольденбурга. Л.: Изд-во АН СССР, 1926. 437 с.
2. **Войцеховский М. И.** Формула Кронекера. Математическая энциклопедия. М.: Советская энциклопедия. 1982. Т. 3. 1183 с.
3. **Львовский В. Д.** Некоторые гомеоморфизмы областей трехмерного пространства // *Труды 2-го Всесоюзного математического съезда. Т. 2. Секционные доклады.* М.: Изд-во АН СССР, 1936. С. 129–131.
4. **Львовский В. Д.** Диаграмма Heegaard'a и фундаментальная группа // *Труды 2-го Всесоюзного математического съезда. Т. 2. Секционные доклады.* М.: Изд-во АН СССР, 1936. С. 131–135.
5. **Одинец В. П.** О ленинградских математиках, погибших в 1941–1944 годах. Сыктывкар: Изд-во СГУ им. Питирима Сорокина. 2020. 122 с.

Summary

Oditets V. P. About a forgotten Leningrad topologist

The life and work of Leningrad topologist Lvovsky Vyacheslav Dmitrievich (1899–1937) is described. He, along with B. I. Delone (1890–1980), O. R. Zhytomirsky (1891–1942), V. I. Milinsky (1898–1942), A. A. Markov (1903–1979) and later with A. D. Aleksandrov, stood at the origins of the Leningrad school of geometry and topology.

Keywords: one-sided surface, closed double line, Boy surface, closed two-sided space, homeomorphisms of domains, Heegaard diagram.

References

1. *Nauka i nauchnye rabotniki v SSSR. CH. V. Nauchnye rabotniki Leningrada, Spravochnik / sost. pod ruk. S. F. Oldenburga* [Science and scientific workers in the USSR. Part V. Scientific Workers of Leningrad: Handbook] Leningrad: Izd-vo AN SSSR, 1926. 437 p.
2. **Voitsekhovskii M. I.** *Formula Kronekera. Matematicheskaiia entsiklopediia* [Kronecker's formula. The Encyclopedia of Mathematics] M.: Izd-vo «Sovetskaia entsiklopediia». 1982. Vol. 3. 1183 p.
3. **Lvovskii V. D.** Some homeomorphisms of regions of three-dimensional space. *Trudy 2-go Vsesoiuznogo matematicheskogo sieezda. T. 2. Sektsionnye doklady* [Proceedings of the 2nd All-Union Mathematical Congress. Vol. 2. Section papers]. M.: Izd-vo AN SSSR, 1936. Pp. 129-131.
4. **Lvovskii V. D.** Heegaard's diagram and the fundamental group. *Trudy 2-go Vsesoiuznogo matematicheskogo sieezda. T. 2. Sektsionnye doklady* [Proceedings of the 2nd All-Union Mathematical Congress. Vol. 2. Section papers] M.: Izd-vo AN SSSR, 1936. Pp. 131-135.
5. **Odinets V. P.** *O leningradskikh matematikakh, pogibshikh v 1941-1944 godakh* [On the Leningrad mathematicians who died in 1941–1944.]. Syktyvkar: Izd-vo SGU im. Pitirima Sorokina. 2020. 122 p.

Для цитирования: Одинец В. П. Об одном забытом ленинградском топологе // *Вестник Сыктывкарского университета. Сер. 1: Математика. Механика. Информатика*. 2021. Вып. 3 (40). С. 71–82. DOI: 10.34130/1992-2752_2021_3_71

For citation: Oditets V. P. About a forgotten Leningrad topologist. *Bulletin of Syktyvkar University, Series 1: Mathematics. Mechanics. Informatics*, 2021, No. 3 (40), pp. 71–82. DOI: 10.34130/1992-2752_2021_3_71

СГУ им. Питирима Сорокина

Поступила 11.08.2021