ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА И МЕХАНИКА

Вестник Сыктывкарского университета.
Серия 1: Математика. Механика. Информатика.
Выпуск 3 (36). 2020

УДК 533.9.01 **DOI: 10.34130/1992-2752_2020_3_52**

ДИССИПАЦИЯ ЭНЕРГИИ ПЕРЕМЕННОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ В ПОЛУПРОСТРАНСТВЕ ЭЛЕКТРОННОЙ ПЛАЗМЫ С ДИФФУЗНЫМИ ГРАНИЧНЫМИ УСЛОВИЯМИ

С. Ш. Сулейманова

Вычислена величина поглощения энергии электромагнитного поля в полупространстве электронной плазмы. Рассмотрен случай с произвольной степенью вырождения электронного газа. Для определения поглощения используется решение граничной задачи о поведении (колебаниях) электронной плазмы в полупространстве с зеркальными граничными условиями для электронов. Применяются кинетическое уравнение Власова – Больцмана с интегралом столкновений типа БГК (Бхатнагар, Гросс, Крук) и уравнение Пуассона для электрического поля. Функция распределения электронов и электрическое поле внутри плазмы получены в виде разложений по собственным решениям исходной системы уравнений. Коэффициенты этих разложений найдены для случая диффузных граничных условий. Проанализирован вклад поверхности в поглощение. Рассмотрены случаи различных степеней вырождения электронного газа. Показано, что соотношение частоты изменения электрического поля и частоты объемных столкновений электронов оказывает существенное влияние на поглощение энергии электрического поля вблизи поверхности.

Ключевые слова: уравнение Власова – Больцмана, частота столкновений, электрическое поле, моды Друде, Дебая, Ван Кампена, дисперсионная функция.

1. Введение

Характер экранированного электрического поля вблизи поверхности проводника имеет существенное значение для рассмотрения различных проблем физики поверхности [1; 2]. К ним, в частности, относится проблема распространения поверхностных плазменных колебаний [3; 4].

В настоящей работе получено аналитическое решение задачи о поведении плазмы с произвольной степенью вырождения электронного газа в полупространстве во внешнем переменном продольном (перпендикулярном поверхности) электрическом поле. Такой случай реализуется, например, при рассмотрении полупроводниковой твердотельной плазмы. Используются кинетическое уравнение Власова – Больцмана с интегралом столкновений типа БГК (Бхатнагар, Гросс и Крук) и уравнение Пуассона для электрического поля.

Поглощение энергии удалось разделить на объемное и поверхностное. Проведен анализ поверхностного поглощения. Показан нетривиальный характер зависимости поверхностного поглощения от отношения частоты объемных столкновений электронов и частоты колебаний внешнего электрического поля.

2. Постановка задачи и основные уравнения

Общая постановка задачи приведена в работе [5] . При этом используется τ–модельное уравнение Власова – Больцмана:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v}\frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} + e\mathbf{E}\frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} = \nu(f_{eq} - f), \tag{1.1}$$

и уравнение Пуассона для электрического поля:

$$\mathrm{div}\mathbf{E} = 4\pi\rho, \quad \rho = e\int (f - f_0)d\Omega_F, \quad d\Omega_F = \frac{(2s+1)d^3p}{(2\pi\hbar)^3}. \tag{1.2}$$

Здесь f – функция распределения электронов, f_{eq} – локально-равновесная функция распределения Ферми – Дирака, $f_{eq}(\mathbf{r}, v, t) = \{1+ +\exp\frac{\mathscr{E}-\mu(\mathbf{r},t)}{kT}\}^{-1}$, $f_0 = f_{FD}$ — невозмущенная функция распределения Ферми – Дирака, $f_0(v,\mu_0) = f_{FD}(v,\mu_0) = \{1 + \exp\frac{\mathscr{E}-\mu_0}{kT}\}^{-1}$, $\mathbf{p}{=}m\mathbf{v}$ – импульс электрона, $\mathscr{E}{=}mv^2/2$ – кинетическая энергия электрона, $\mu_0 = \mathrm{const}$ и $\mu(\mathbf{r}, t)$ – соответственно невозмущенный и возмущенный химический потенциал, e и m – заряд и эффективная масса электрона, ρ – плотность заряда, $\hbar$ – постоянная Планка, ν – эффективная частота рассеяния электронов, s – спин частиц, для электрона $s = 1/2$,

k – постоянная Больцмана, T – температура плазмы, которая считается постоянной в данной задаче, $\mathbf{E}\,(\mathbf{r},t)$ – электрическое поле внутри плазмы.

Предполагается, что граничные условия рассеяния электронов на поверхности диффузные: $f(x=0,\mathbf{v},t)=f_{eq}(x=0,\mathbf{v},t)$, при $v_x>0$, $e(0)=1$, $e(+\infty)<+\infty$. Пусть внешнее электрическое поле вне плазмы перпендикулярно границе плазмы и меняется по закону $\mathbf{E}_{ext}(t)==E_0e^{-i\omega t}(1,0,0)$.

Соответствующее самосогласованное электрическое поле внутри плазмы будем обозначать через $\mathbf{E}(x,t)=E(x)e^{-i\omega t}(1,0,0)$.

Будем считать внешнее электрическое поле достаточно малым, чтобы была возможность линеаризовать задачу. Проведем линеаризацию уравнений (1) и (2) относительно абсолютной функции распределения Ферми – Дирака f_0: $f_{eq}(x,P,t)=f_0(P,\alpha)+g(P,\alpha)\delta\alpha(x)e^{-i\omega t}$, где $f_0(P,\alpha)=f_{FD}(P,\alpha)=(1+e^{P^2-\alpha})^{-1}$, $g(P,\alpha)=e^{P^2-\alpha}/(1+e^{P^2-\alpha})^2$, $\mathbf{P}=\mathbf{p}/p_T=\mathbf{v}/v_T$. Здесь v_T — тепловая скорость электронов, $v_T==\sqrt{2kT/m}$ и $\alpha=\mu/kT$ — безразмерный химический потенциал. Изменение химического потенциала считаем достаточно малым, чтобы было возможно представление $\alpha(x,t)=\alpha+\delta\alpha(x)e^{-i\omega t}$. Линеаризуем функцию распределения электронов: $f(x,P,P_x,t)=f_0(P,\alpha)+g(P,\alpha)h(x,P_x)e^{-i\omega t}$, где $h(x,P_x)$ — новая неизвестная функция, $h(x,P_x)\sim E$.

В результате получаем систему, содержащую новые неизвестные функции и обезмеренные переменные, подробное решение приведено в [6] . Решение основывается на методе разделения переменных, сводится к получению дисперсионной функции и поиску собственных функций, по которым можно разложить получившееся аналитическое решение. Спектр решений поставленной задачи определяет дисперсионная функция

$$\Lambda(z)=1-\frac{1}{w_0}-\frac{z^2-\eta_1^2}{w_0\eta_1^2}\lambda_0(z,\alpha),\quad \lambda_0(z,\alpha)=1+z\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{k(\mu,\alpha)d\mu}{\mu-z}.$$

Константы w_0, η_1^2 и функция $k(\eta,\alpha)$ имеют вид

$$f_0(\eta,\alpha)=(1+\exp(\eta^2-\alpha))^{-1},\ \ k(\eta,\alpha)=\frac{f_0(\eta,\alpha)}{2s_0(\alpha)},\ \ s_0(\alpha)=\int_0^{+\infty}f_0(t,\alpha)dt,$$

$$s_2(\alpha)=\int_0^{+\infty}t^2f_0(t,\alpha)dt,\quad w_0=1-i\frac{\omega}{\nu},\quad \eta_1^2=w_0\frac{\nu^2}{\omega_p^2}\frac{s_2(\alpha)}{s_0(\alpha)}.$$

В результате решения индуцированное электромагнитное поле представляется в виде суммы трех слагаемых, соответствующих разложению по спектру дисперсионной функции. Структура возникающего в плазме электрического поля в общем случае может быть представлена в виде $e(x) = e_v + e_s(x)$,

$$e_v = E_\infty$$

$$e_s(x) = E_d \exp\left(-\frac{w_0 x}{\eta_0}\right) +$$

$$+\int\limits_0^\infty \frac{1}{2\pi i(\eta^2 - \eta_1^2)}\left(C_0 + \frac{C_{-1}}{\eta - \eta_0}\right)\left(\frac{1}{X^+(\eta)} - \frac{1}{X^-(\eta)}\right)\exp\left(\frac{w_0 x}{\eta}\right)d\eta,$$

где

$$E_\infty = C_0 = \frac{\Lambda_1}{\Lambda_\infty}, \quad E_d = \frac{C_0(\eta_1/(\eta_0^2 - \eta_1^2) + \alpha^-)}{X(\eta_0)(\eta_1\alpha^+ - \eta_0\alpha^-)},$$

$$C_{-1} = -\frac{C_0[\eta_1 + \alpha^-(\eta_0^2 - \eta_1^2)]}{(\eta_1\alpha^+ - \eta_0\alpha^-)}, \quad \alpha^\pm = \frac{X(\eta_1) \pm X(-\eta_1)}{2},$$

$$X(z) = \frac{1}{z}\exp V(z), \quad V(z) = \frac{1}{\pi}\int\limits_0^\infty \frac{\zeta(\tau)d\tau}{\tau - z}, \quad \zeta(\tau) = \frac{1}{2i}\ln G(\tau) - \pi.$$

Подробное описание функции $G(\tau)$ приводится в работах [5; 6].

3. Поглощение энергии

Исследуется отклик электронов в слое металла на внешнее переменное электрическое поле. Вычисляется величина поглощения энергии электрического поля в цилиндрической области основанием S и толщиной a. Перпендикулярно к ее поверхности приложено внешнее переменное электрическое поле $E_0 \exp(-i\omega t)$.

Сначала рассмотрим случай, когда параметры задачи соответствуют существованию моды Дебая, то есть при $(\Omega, \varepsilon) \in D^+(\alpha)$.

Поглощение в цилиндрической области основанием S и толщиной a выражается известной формулой [7]

$$Q = \frac{S}{2}\operatorname{Re}\int\limits_0^a j(x)E^*(x)dx. \tag{2.1}$$

Здесь «звездочка» означает комплексное сопряжение, а $j(x)$ – плотность тока.

Ввиду одномерности задачи уравнение для электрического поля имеет вид $\frac{dE}{dx} = 4\pi q$, где q – плотность заряда. Все величины имеют зависимость от времени $\exp(-i\omega t)$, то есть $E = E(x)\exp(-i\omega t)$ и т. д.

Уравнение неразрывности для системы заряд-ток запишется ввиду одномерности задачи следующим образом:

$$\frac{dj(x)}{dx} - i\omega q(x) = 0.$$

Из последних уравнений имеем:

$$i\omega\frac{dE}{dx} = 4\pi\frac{dj(x)}{dx}.$$

Проинтегрировав это равенство и учитывая равенство нулю тока на границе, получим

$$j(x) = \frac{i\omega}{4\pi}(E(x) - E_0), \tag{2.2}$$

где E_0 – амплитуда внешнего поля на границе (действительная величина).

Подставив (2.2) в (2.1), находим:

$$Q = \frac{\omega S}{8\pi}\operatorname{Re}\int\limits_0^a i(E(x) - E_0)E^*(x)dx. \tag{2.3}$$

Заметим, что $EE^* = |E^2| > 0$ – действительная величина, значит,

$$\operatorname{Re}\{i(E-E_0)E^*\} = -E_0\operatorname{Re}(iE^*) = -E_0\operatorname{Re}(i(\operatorname{Re}E - i\operatorname{Im}\, E)) = -E_0\operatorname{Im}\, E(x).$$

Следовательно, согласно (2.3), имеем

$$Q = -\frac{\omega S E_0}{8\pi}\int\limits_0^a \operatorname{Im}\, E(x)dx$$

или, через безразмерное электрическое поле,

$$Q = -\frac{\omega l S E_0^2}{8\pi}\int\limits_0^{a/l} \operatorname{Im}\, e(x_1)dx_1. \tag{2.4}$$

Рассмотрим случай $a \gg l$. Представим поглощение в виде суммы двух слагаемых

$$Q = Q_v + Q_s,$$

где

$$Q_v = -\frac{\omega l S E_0^2}{8\pi} \int\limits_0^{a/l} \text{Im } e_{dr}(x_1) dx_1, \quad Q_s = -\frac{\omega l S E_0^2}{8\pi} \int\limits_0^{\infty} \text{Im } e_s(x_1) dx_1.$$

Вычислим Q_v:

$$Q_v = -\frac{\omega l S E_0^2}{8\pi} \int\limits_0^{a/l} \text{Im } e_{dr}(x_1) dx_1 = -\frac{\omega a S E_0^2}{8\pi} \text{Im } \frac{\Lambda_1}{\Lambda_\infty}.$$

Здесь величина Q_v соответствует объемному поглощению в плазме. За это поглощение ответственна мода Друде. Величина поглощения пропорциональна объему плазмы.

Рассмотрим случай $\varkappa(G) = 1$.

Теперь вычислим Q_s, где $Q_s = Q_d + Q_c$. Для Q_d получаем

$$Q_d = -\frac{\omega l S E_0^2}{8\pi} \text{Im } \left\{ \frac{\eta_0}{w_0} \cdot E_d \right\}.$$

Затем вычислим Q_c, получаем:

$$Q_c = \frac{\omega l S E_0^2}{8\pi} Q_0,$$

где

$$Q_0 = \text{Im } \left\{ \frac{1}{2\pi i w_0} \int\limits_0^{\infty} \left(\frac{1}{X^+(\eta)} - \frac{1}{X^-(\eta)} \right) \left(C_0 + \frac{C_{-1}}{\eta - \eta_0} \right) \frac{\eta d\eta}{\eta^2 - \eta_1^2} \right\}.$$

Обозначим

$$J = \frac{1}{2\pi i} \int\limits_0^{\infty} \left(\frac{1}{X^+(\eta)} - \frac{1}{X^-(\eta)} \right) \left(C_0 + \frac{C_{-1}}{\eta - \eta_0} \right) \frac{\eta d\eta}{\eta^2 - \eta_1^2}.$$

С помощью теории вычетов получим

$$J = \left[\operatorname*{Res}_{\infty} + \operatorname*{Res}_{\eta_0} + \operatorname*{Res}_{\eta_1} + \operatorname*{Res}_{-\eta_1} \right] \left(C_0 + \frac{C_{-1}}{z - \eta_0} \right) \frac{z}{X(z)(z^2 - \eta_1^2)}.$$

Заметим, что

$$\operatorname*{Res}_{\infty}\left(C_0+\frac{C_{-1}}{z-\eta_0}\right)\frac{z}{X(z)(z^2-\eta_1^2)}=C_0V_1-C_{-1}.$$

$$\operatorname*{Res}_{\eta_0}\left(C_0+\frac{C_{-1}}{z-\eta_0}\right)\frac{z}{X(z)(z^2-\eta_1^2)}=\frac{C_{-1}\eta_0}{X(\eta_0)(\eta_0^2-\eta_1^2)},$$

$$\operatorname*{Res}_{\eta_1}\left(C_0+\frac{C_{-1}}{z-\eta_0}\right)\frac{z}{X(z)(z^2-\eta_1^2)}=\frac{1}{2}\cdot\frac{C_0(\eta_1-\eta_0)+C_{-1}}{X(\eta_1)(\eta_1-\eta_0)},$$

$$\operatorname*{Res}_{-\eta_1}\left(C_0+\frac{C_{-1}}{z-\eta_0}\right)\frac{z}{X(z)(z^2-\eta_1^2)}=\frac{1}{2}\cdot\frac{C_0(\eta_1+\eta_0)-C_{-1}}{X(-\eta_1)(\eta_1+\eta_0)}.$$

Следовательно, интеграл J равен:

$$J=C_0V_1-C_{-1}+\frac{C_{-1}\eta_0}{X(\eta_0)(\eta_0^2-\eta_1^2)}+\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{C_0(\eta_1-\eta_0)+C_{-1}}{X(\eta_1)(\eta_1-\eta_0)}+\frac{C_0(\eta_1+\eta_0)-C_{-1}}{X(-\eta_1)(\eta_1+\eta_0)}\right).$$

После некоторых преобразований получаем

$$J=C_0V_1+\alpha^+(\eta_0^2-\eta_1^2)-E_d\eta_0-\frac{C_{-1}}{C_0}(C_0+\eta_0\alpha^+-\eta_1\alpha^-).$$

Подставив этот интеграл в Q_0, получим

$$Q_c=\frac{\omega lSE_0^2}{8\pi}\operatorname{Im}\left\{\frac{1}{w_0}\left[C_0V_1+\alpha^+(\eta_0^2-\eta_1^2)-E_d\eta_0-\frac{C_{-1}}{C_0}(C_0+\eta_0\alpha^+-\eta_1\alpha^-)\right]\right\}.$$

В результате имеем

$$Q_s=\frac{\omega lSE_0^2}{8\pi}\operatorname{Im}q_s',$$

где

$$q_s'=\frac{1}{w_0}\cdot\left[C_0V_1+\alpha^+(\eta_0^2-\eta_1^2)-\frac{C_{-1}}{C_0}(C_0+\eta_0\alpha^+-\eta_1\alpha^-)\right].$$

Величина Q_s соответствует поверхностному поглощению. Для достаточно широкого плазменного слоя (превышающего по ширине длину свободного пробега) Q_s не зависит от толщины слоя.

Окончательно получаем, что поглощение Q равно

$$Q = \frac{\omega a S E_0^2}{8\pi} \operatorname{Im} C_0 -$$

$$-\frac{\omega l S E_0^2}{8\pi} \operatorname{Im} \left(\frac{1}{w_0} \cdot \left[C_0 V_1 + \alpha^+ (\eta_0^2 - \eta_1^2) - \frac{C_{-1}}{C_0} (C_0 + \eta_0 \alpha^+ - \eta_1 \alpha^-) \right] \right).$$

4. Анализ решения и выводы

Выразим поглощение через исходные безразмерные параметры:

$$Q = \frac{\omega a S E_0^2}{8\pi} \operatorname{Im} C_0 -$$

$$-\frac{\omega l S E_0^2}{8\pi} \operatorname{Im} \left(\frac{1}{w_0} \cdot \left[C_0 V_1 + \alpha^+ (\eta_0^2 - \eta_1^2) - \frac{C_{-1}}{C_0} (C_0 + \eta_0 \alpha^+ - \eta_1 \alpha^-) \right] \right).$$

После некоторых преобразований объемное поглощение Q_v равно:

$$Q_v = \frac{\omega a S E_0^2}{8\pi} Q_1,$$

где

$$Q_1 = \frac{\varepsilon \Omega}{\Omega^2 (\Omega^2 + \varepsilon^2 - 2) + 1}.$$

Подробно рассмотрим поверхностное поглощение:

$$Q_s = \frac{v_T S E_0^2}{8\pi} q_s, \quad q_s = \frac{\Omega}{\varepsilon} \int\limits_0^\infty \operatorname{Im} e_s(x_1) dx_1.$$

Преобразуем выражение q_s:

$$q_s = \frac{\Omega}{\varepsilon} \operatorname{Im} \left\{ \frac{1}{w_0} \cdot \left[C_0 V_1 + \alpha^+ (\eta_0^2 - \eta_1^2) - \frac{C_{-1}}{C_0} (C_0 + \eta_0 \alpha^+ - \eta_1 \alpha^-) \right] \right\}.$$

На рис. 1 приводятся графики поверхностного поглощения q_s в случае $\varepsilon = 0.01$, графики 1, 2, 3 отвечают значениям безразмерного химического потенциала $\alpha = -1, 0, 1$ соответственно.

На рис. 2 приводятся графики поверхностного поглощения q_s в случае $\varepsilon = 0.0001$, графики 1, 2, 3 отвечают значениям безразмерного химического потенциала $\alpha = -1, 0, 1$ соответственно.

Данные вычисления справедливы при $(\Omega, \varepsilon) \in D^+(\alpha)$. В случае $(\Omega, \varepsilon) \in D^-(\alpha)$ нуль η_0 дисперсионной функции не существует. Следовательно, можно считать, что в этом случае $\eta_0 = 0$. Значит, слагаемое

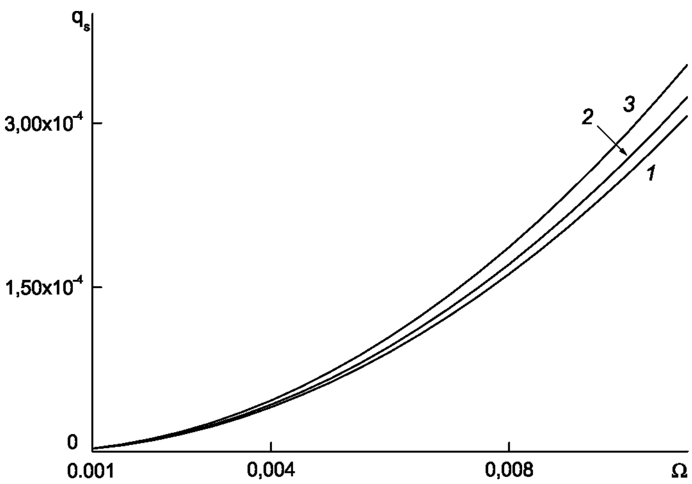

Рис. 1. Поверхностное поглощение q_s в случае $\varepsilon = 0.01$

Q_d будет отсутствовать и Q_s останется неизменным. Таким образом полученные выражения для поглощения справедливы во всем рассматриваемом диапазоне параметров плазмы, в частности при всех частотах.

5. Заключение

Рассмотрена задача о диссипации энергии электрического поля в задаче о колебании электронной плазмы в полупространстве под действием нормального к поверхности переменного электрического поля. Рассмотрение велось для произвольной степени вырождения столкновительной электронной плазмы. Был использован метод аналитического решения задачи, основанный на подходе Кейза.

Показано, что в диссипации энергии электрического поля в плазме можно выделить два вклада. Один вклад обусловлен объемными эффектами и соответствует описанию плазмы на основе макроскопической электродинамики, а другой вклад — кинетическими явлениями, происходящими вблизи поверхности плазмы. Это поверхностное поглощение.

Показано, что поверхностное поглощение при некоторых параметрах задачи проявляет аномальную зависимость от частоты внешнего поля. Эта зависимость существенным образом отличается от соответствующей зависимости в случае макроскопического рассмотрения.

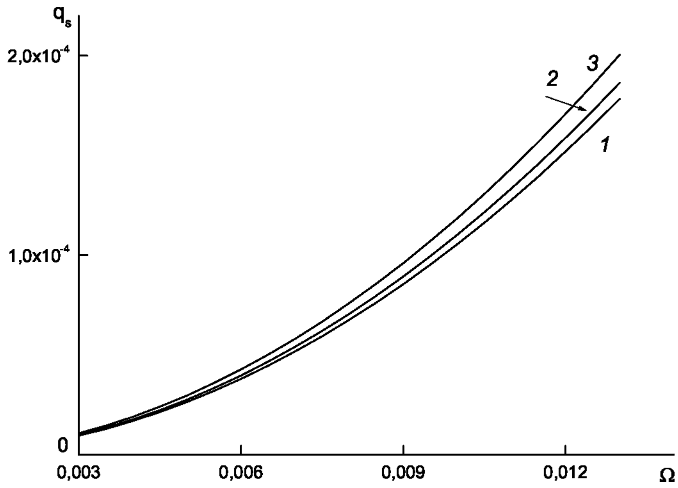

Рис. 2. Поверхностное поглощение q_s в случае $\varepsilon = 0.0001$

Полученные результаты могут оказать существенное влияние на наше представление о механизме диссипации энергии при взаимодействии электромагнитной волны с поверхностью плазмы.

Список литературы

1. **Keller O.** Local fields in the electrodynamics of mesoscopic media // *Physics Reports. 1996. Vol. 268. P. 85–262.*
2. **Girard C., Joachim C. and Gauthier S.** The physics of the near-field // *Rep. Prog. Phys. 2000. Vol. 63. P. 893—938.*
3. **Pitarke J. M., Silkin V. M., Chulkov E. V. and Echenique P. M.** Theory of surface plasmons and surface-plasmon polaritons // *Rep. Prog. Phys. 2007. Vol 70. P. 1—87.*
4. **Bozhevolnyi S. I.** Plasmonics Nanoguides and Circuits – Singapore: Pan Stanford Publishing. 2008. 452 p.
5. **Латышев А. В., Сулейманова С. Ш.** Аналитическое решение задачи о колебаниях плазмы в полупространстве с диффузными граничными условиями // *Ж. выч. матем. и матем. физики. 2018. Т. 58. № 9. С. 1562–1580.*

6. **Сулейманова С. Ш., Юшканов А. А.** Диссипация энергии переменного электрического поля в полупространстве электронной плазмы с зеркальными граничными условиями // *Физика плазмы. 2018. Т. 44. № 10. С. 820–831.*

7. **Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П.** Физическая кинетика. М.: Наука, 1979. 527 с.

Summary

Suleimanova S.Sh. Dissipation of the energy of an alternating electric field in the half-space of an electron plasma with diffuse boundary conditions

The magnitude of the absorption of the energy of the electromagnetic field in the half-space of the electron plasma is calculated. The case with an arbitrary degree of degeneracy of the electron gas is considered. To determine the absorption, a solution is used of the boundary-value problem of the behavior (oscillations) of an electron plasma in a half-space with mirror boundary conditions for electrons. The Vlasov — Boltzmann kinetic equation with the collision integral of the BGK type (Bhatnagar, Gross, Kruk) and the Poisson equation for the electric field are applied. The electron distribution function and the electric field inside the plasma are obtained in the form of expansions in eigen-solutions of the original system of equations. The coefficients of these expansions are found for the case of diffuse boundary conditions. The contribution of the surface to absorption is analyzed. Cases of various degrees of degeneracy of the electron gas are considered. It is shown that the ratio of the frequency of changes in the electric field and the frequency of bulk electron collisions has a significant effect on the absorption of energy of the electric field near the surface.
Keywords: Vlasov-Boltzmann equation, collision frequency, electric field, Drude, Debye, van Campen modes, dispersion function.

References

1. **Keller O.** Local fields in the electrodynamics of mesoscopic media, *Physics Reports*, 1996, Vol. 268, pp. 85–262.

2. **Girard C., Joachim C. and Gauthier S.** The physics of the near-field, *Rep. Prog. Phys.*, 2000, Vol. 63, pp. 893—938.

3. **Pitarke J. M., Silkin V. M., Chulkov E. V. and Echenique P. M.** Theory of surface plasmons and surface-plasmon polaritons, *Rep. Prog. Phys.*, 2007, Vol. 70, pp. 1—87.

4. **Bozhevolnyi S. I.** *Plasmonics Nanoguides and Circuits*, Singapore: Pan Stanford Publishing, 2008, 452 p.
5. **Latyshev A. V., Suleimanova S. Sh.** Analiticheskoye resheniye zadachi o kolebaniyakh plazmy v poluprostranstve s diffuznymi granichnymi usloviyami (Analytical solution of the problem of plasma oscillations in a half-space with diffuse boundary conditions), *Zh. vych. Matem. and math. physics*, 2018, Vol. 58, No. 9, pp. 1562–1580.
6. **Suleimanova S. Sh., Yushkanov A. A.** Dissipatsiya energii peremennogo elektricheskogo polya v poluprostranstve elektronnoy plazmy s zerkal'nymi granichnymi usloviyami (Dissipation of the energy of an alternating electric field in a half-space electron plasma with mirror boundary conditions), *Plasma physics*, 2018, Vol. 44, No. 10, pp. 820–831.
7. **Lifshits E. M., Pitaevsky L. P.** Fizicheskaya kinetika (Physical kinetics), M.: Nauka, 1979. 527 p.

Для цитирования: Сулейманова С. Ш. Диссипация энергии переменного электрического поля в полупространстве электронной плазмы с диффузными граничными условиями // *Вестник Сыктывкарского университета. Сер. 1: Математика. Механика. Информатика. 2020. Вып. 3 (36). С. 52–63.*

For citation: Suleimanova S.Sh. Dissipation of the energy of an alternating electric field in the half-space of an electron plasma with diffuse boundary conditions, *Bulletin of Syktyvkar University. Series 1: Mathematics. Mechanics. Informatics*, 2020, 3 (36), pp. 52–63.

МГТУ им. Н. Э. Баумана
Московский политехнический университет *Поступила 24.07.2020*