МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

Вестник Сыктывкарского университета.
Серия 1: Математика. Механика. Информатика.
Выпуск 3 (32). 2019

УДК 372.851

МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ОБУЧЕНИЯ СТАРШЕКЛАССНИКОВ РАСПОЗНАВАНИЮ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ОБРАЗОВ

С. Н. Дорофеев, Н. В. Наземнова

В статье изучается проблема обучения школьников распознаванию геометрических образов. Отмечается, что это качество в процессе обучения геометрии носит личностно ориентированный характер, обосновывается тот факт, что обучение распознаванию геометрических образов будет наиболее эффективным, если использовать деятельностный подход.

Ключевые слова: обучение математике, распознавание геометрических образов, деятельностный подход, векторно-координатный метод, обучение школьников открытию «нового» знания.

На современном этапе развития образовательного пространства как никогда обострилась проблема формирования у обучающихся такой системы знаний, умений и навыков, которые способствуют их самоопределению, становлению каждого из обучающихся как личности, реали-

© Дорофеев С. Н., Наземнова Н. В., 2019.

зации условий, обеспечивающих жизнедеятельность; достижению мирового уровня общей профессиональной культуры общества; формированию адекватной современному уровню знаний и уровню общеобразовательной программы интеграции личности в научную и мировую культуру. Человечество значительно расширило свои познания о скрытых от внешнего взгляда механизмах функционирования человеческого организма, доказательно представило концепцию о значительных его резервах и возможностях каждой личности в самосовершенствовании, в овладении современной наукой и техникой [1; 2]. Ознаменовано время всеобщего осознания того, что уровень самореализации своих способностей каждой личностью определяет масштабы достижения человечества в обретении материальных и духовных благ, сбережения окружающей природной среды. В сферу интересов личности современного общества входит умение адаптироваться к новым условиям жизни; критически оценивать и находить пути решения возникающих проблем, анализировать ситуацию, адекватно изменять организацию своей деятельности. Усвоенные обучающимися знания, умения и навыки должны быть такими, чтобы каждый выпускник школы на завершающем этапе обучения мог применять их в конкретной реальной ситуации с целью ее распознавания, исследования и определения направления развития и прогнозирования всех возможных исходов как позитивного, так и негативного характера [3]. Верно определенный исход ситуации позволяет в будущем избежать его негативных воздействий. Из сказанного следует, что школа должна предоставить учащимся возможность самоопределения, самообучения и самовоспитания. В то же время в массовой школе все еще преобладают традиционные модели обучения, ориентация на усвоение знаний с ее неизменным атрибутом — классно-урочной формой обучения, без учета личностных особенностей обучающихся. В тоже время современные технологии обучения по своей сути являются личностно ориентированными, направленными на развитие личности в процессе обучения [4].

Решению означенных проблем в значительной степени способствуют идеи деятельностного подхода к обучению школьников математическим знаниям. Как известно, деятельностный подход к обучению учащихся математическим знаниям предполагает как реализацию личностно ориентированной парадигмы образования, так и использование различных видов учебной деятельности, наиболее рациональных способов усвоения знаний, позволяющих проектировать качественное содержание математического образования. Согласно действующей программе геометрической подготовки учащихся общеобразовательных учреждений, одним из важных ее тем является векторный и координатный метод на плоскости и в пространстве. Контролю над качеством усвоения этой темы посвящены задачи как ОГЭ, так и ЕГЭ. Обладая достаточно высоким потенциалом, позволяющим практически решать любую геометрическую задачу, этот метод в школьном курсе геометрии используется крайне ограниченно. Необходимое условие изучения этого метода на завершающем этапе обучения старшеклассников геометрическим методам познания окружающего мира состоит именно в том, чтобы обучить школьников универсальным способам разрешения проблемных геометрических ситуаций, познания окружающих их объектов. Как показывают наши наблюдения, многие учащиеся, к сожалению, не владеют умением задавать декартову систему координат наиболее рациональным способом, связанную с данным геометрическим объектом, не умеют применять скалярное произведение векторов к доказательству перпендикулярности прямых, к вычислению величин углов, к нахождению углов между прямыми и плоскостями, к вычислению длин отрезков и т. д. Наличие противоречия между достаточно высоким научным и математическим потенциалом векторно-координатного метода и крайне низким уровнем его использования в школьном курсе геометрии обусловливает разработку методических основ использования векторно-координатного метода в распознавании образов геометрических фигур на плоскости и геометрических тел в пространстве [5]. В обучении школьников это предполагает выполнение трех этапов:

1. Перевод задачи на векторный, координатный язык или векторно-координатный язык.

2. Преобразование векторного, аналитического или векторно-координатного выражения.

3. Обратный перевод с векторного, аналитического или векторно-координатного языка на язык, в терминах которого сформирована исходная задача.

Поэтому при решении таких задач учащиеся должны овладеть следующими умениями:

а) строить точку по ее координатам;

б) вычислять координаты заданных точек;

в) уметь вводить систему координат, что является одним из основных этапов;

г) вычислять расстояние между точками, заданными координатами;

д) составлять уравнение фигур по их свойствам;

е) видеть за уравнениями конкретный геометрический образ;

ж) преобразовывать алгебраические равенства.

Наиболее эффективным средством формирования действия по распознаванию геометрических образов является использование специальных геометрических задач или их систем, которые мы предлагаем в качестве входных тестов для учащихся с инструкциями по решению. Каждая из этих задач ориентирована на формирование умений:

1) выделять простые многоугольники из состава чертежа;

2) решать задачи на построение и распознавание образа по определению;

3) решать задачи на нахождение пересечения фигур;

4) решать задачи на оптимальный выбор системы координат;

5) устанавливать сходства и различия между изображениями;

6) решать задачи на построение точек по их координатам;

7) решать задачи на вычисление и доказательство векторным, координатным или векторно-координатным способом;

8) видеть эвристические задачи;

9) определять взаимоположения элементов чертежа;

12) сопоставлять изображения на основе мысленного поворота одного из них;

13) распознавать объект на основе сопоставления его различных изображений;

14) мысленно конструировать фигуры на основе заданных элементов.

Разберем некоторые задачи, способствующие формированию этих умений.

1. Нахождение симметричных точек.

а) Выберите на плоскости начало отсчета, единичные и взаимно перпендикулярные отрезки и направления отсчета. Постройте точки $A(1,3)$, $A_1(-1,3)$, $A_2(1,-3)$, $A_3(3,1)$. Найдите образы данных точек при осевой симметрии: а) относительно оси Oy, относительно оси Ox, относительно биссектрисы первого и второго координатного углов.

Задача предполагает формирование действия по определению расположения прямоугольной системы координат на плоскости, по построению точек на координатной плоскости, если известны их координаты и перемещения. Сначала представьте объект, его расположение относительно прямоугольной системы координат.

б) В некоторой системе координат заданы точки $A(7,2)$, $B(-7,2)$. Восстановите эту систему координат.

При решении этой задачи ученики должны хорошо знать расположение точек, представлять их расположение на координатной плоскости, применять свойства симметрии относительно прямой. Задание напоминает собой по форме обычное школьное упражнение. Ученик чертит систему координат, а не располагает точки, а потом думает о ее расположении.

в) Постройте на координатной плоскости любую прямую и найдите ее уравнение. Решение: изобразите координатную плоскость. Посмотрите внимательно и выберите такую систему отсчета, чтобы можно было, не решая на бумаге, найти уравнение прямой $x = 0$, $y = 0$. Это задание хорошо дифференцирует испытуемых по их умению преобразовывать заданный чертеж, перекодировать точки на плоскости, используя для этого чувственные и понятийные критерии анализа.

2. Задачи на построение и распознавание образа по определению.

а) Выберите систему координат, постройте точки по их координатам, составьте развертку одной грани данной фигуры, определите площадь поверхности тела. К каким геометрическим телам оно относится (платоновым, архимедовым). Координаты скольких точек надо знать, чтобы определить площадь ее поверхности?

На изображении додекаэдра можно выделить 12 граней, каждая из которых представляет собой правильный пятиугольник, имеющий ось симметрии. Достигается это методом представления, с применением различных понятийных критериев анализа пространственных изображений геометрических тел. При решении учащиеся применяют кодирование точек путем помещения их в прямоугольную систему координат.

б) Какую фигуру образует множество точек, координаты которых удовлетворяют системе неравенств: $2 \leq x \leq 4$, $2 \leq y \leq -1$. Дайте ее определение. Найдите координаты ее вершин.

Решение: как найти множество точек плоскости, являющегося решениями первого и второго неравенств? Как найти пересечение этих геометрических фигур? Заштрихуйте его карандашом, обозначьте буквами. Определите координаты вершин способом, который вам хорошо известен. $ABCD$ — это прямоугольник с вершинами в точках $A(2,-1)$, $B(2,2)$, $C(4,2)$, $D(4,-1)$.

В процессе выполнения этого задания у школьников формируется представление о возможности перекодирования геометрической фигуры в систему неравенств и , наоборот, умение перекодирования системы алгебраических условий в некоторую геометрическую фигуру.

3. Задачи на нахождение пересечения фигур.

Задания этого типа предполагают мысленное совмещение фигур как на координатной плоскости, так и в пространстве в прямоугольной джекартовой системе координат путем наложения и определения на этой основе их взаимного пространственного расположения. При решении таких задач можно варьировать сложность задания по числу входящих в них объектов. Правильность определяется путем анализа заштрихованной фигуры. Примером таких заданий может служить задача: даны изображения некоторых плоских или пространственных фигур. Посмотрите внимательно на чертеж и найдите пересечение всех фигур. Заштрихуйте его карандашом. Что это за фигура? Дайте ее определение.

4. Задачи на оптимальный выбор системы координат.

1. Длина отрезка $MN = 7$ см. Выберите на плоскости систему координат, в которой можно было бы наиболее просто определить координаты концов отрезка. Выберите систему координат так, чтобы координаты концов отрезка MN были бы $M(3;0)$, $N(-3;0)$.

2. Дан равносторонний треугольник. Задайте длину его стороны. Выберите на плоскости систему координат так, чтобы можно было про-

ще определить координаты его вершин.

3. Равнобедренная трапеция имеет координаты вершин нижнего основания $A(-3, 0)$ и верхнего основания $C(2, 2)$. Выберите на плоскости систему координат так, чтобы наиболее простым способом определить длину средней линии трапеции.

Подходы ученых методистов, педагогов и психологов к обучению школьников распознаванию образов различны, но есть одно общее — это деятельность, направленная на усвоение более эффективных средств и методов обучения старшеклассников усвоению новой, более полной информации об исследуемом геометрическом образе. Распознавание геометрического образа — процесс творческий, требующий более тщательного анализа исследуемого объекта, и связан с формированием умения делать новое открытие в исследуемой ситуации. Обучение школьников открытию «нового» в методике обучения математике всегда представляет собой труднейшую задачу [3]. В связи с этим актуальной становится проблема разработки таких заданий, которые наиболее эффективным образом способствуют формированию умения составлять и решать эвристические задачи. Предложенные выше задачи могут быть обобщены на случай пространства, например:

1. Длина отрезка $MN = 7$ см. Выберите в пространстве систему координат, в которой можно было бы наиболее просто определить координаты концов отрезка. Выберите систему координат так, чтобы координаты концов отрезка MN были бы $M(3; 0; 1)$, $N(-3; 0; 1)$.

2. Дан равносторонний треугольник. Задайте длину его стороны. Выберите в пространстве систему координат так, чтобы можно было

проще определить координаты его вершин.

3. Равнобедренная трапеция имеет координаты вершин нижнего основания $A(-3; 0; -1)$ и верхнего основания $C(2; 2; -1)$. Выберите в пространстве систему координат так, чтобы наиболее простым способом можно было определить длину средней линии трапеции.

Таким образом, обучение школьников распознаванию геометрических образов на основе деятельностного подхода связано с формированием умений применять векторно-координатнцый метод к решению геометрических задач, обобщением конкретной задачной ситуации и поиском ее оптимальных решений, способствует формированию потребности в ее творческом преобразовании.

Список литературы

1. **Ананьев Б. Г.** Психология чувственного познания. М., 1960. 488 с.
2. **Ананьев Б. Г.** Новое в учении о восприятии пространства // *Вопросы психологии. 1960. №1. С. 18–29.*
3. **Борадай Ю. М.** Воображение и теория познания. М., 1966. 192 с.
4. **Дорофеев С. Н.** Трудности методики обучения решению задач векторным методом и пути их преодоления // *Материалы межрегиональной научно-практической конференции. Пенза, 1997. С. 389–390.*
5. **Наземнова Н. В.** Многокомпонентное упражнение как средство формирования у учащихся действия по распознаванию образа //

Университетское образование : сб. науч. работ, представленных на Междунар. науч.-метод.конф. Пенза: Приволжский дом знаний, МКУО, 2004. С. 326–329.

Summary

Dorofeev S. N., Nazemnova N. V. Methodological features of teaching high school students to recognize geometric images

The article deals with the problem of teaching students to recognize geometric images. It is noted that this quality in the process of learning geometry has a personality-oriented character, the fact that learning to recognize geometric images will be most effective if you use the activity approach is substantiated.

Keywords: teaching mathematics, recognition of geometric images, activity approach, vector-coordinate method, teaching students the discovery of «new» knowledge.

References

1. **Ananyev B. G.** *Psikhologiya chuvstvennogo poznaniya* (Psychology of sensory cognition), M, 1960, 488 p.

2. **Ananyev B. G.** Novoye v uchenii o vospriyatii prostranstva (New in the doctrine of perception of space), *Questions of psychology*, 1960, No 1, pp. 18–29.

3. **Borodai Yu. M.** *Voobrazheniye i teoriya poznaniya* (Imagination and theory of knowledge), M, 1966, 192 p.

4. **Dorofeev S. N.** Trudnosti metodiki obucheniya resheniyu zadach vektornym metodom i puti ikh preodoleniya (Difficulties of teaching methods to solve problems by vector method and ways to overcome them), *Materials of interregional scientific and practical conference*, Penza, 1997, pp. 389–390.

5. **Nazemnova N. V.** Mnogokomponentnoye uprazhneniye kak sredstvo formirovaniya u uchashchikhsya deystviya po raspoznavaniyu obraza (Multicomponent exercise as a means of forming students ' actions on image recognition), *University education: sat. nauch. works submitted to the international exhibition. science.-method.Conf. Penza: Privolzhsky house of knowledge*, MKUO, 2004, pp. 326–329.

Для цитирования: Дорофеев С. Н., Наземнова Н. В. Методические особенности обучения старшеклассников распознаванию геометрических образов // *Вестник Сыктывкарского университета. Сер. 1: Математика. Механика. Информатика. 2019. Вып. 3 (32). С. 77–88.*

For citation: Dorofeev S. N., Nazemnova N. V. Methodological features of teaching high school students to recognize geometric images, *Bulletin of Syktyvkar University. Series 1: Mathematics. Mechanics. Informatics*, 2019, 3 (32), pp. 77–88.

ТГУ, ПГУ

Поступила 23.11.2019