

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА И МЕХАНИКА

Вестник Сыктывкарского университета.

Серия 1: Математика. Механика. Информатика.

Выпуск 3 (32). 2019

УДК 519.816

**ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЙ В УСЛОВИЯХ
НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ПРИ НЕЧЕТКИХ
ЛИНГВИСТИЧЕСКИХ ОЦЕНКАХ СИТУАЦИИ**

В. Г. Чернов

Рассматривается решение задачи принятия решений в условиях неопределенности, когда элементы платежной матрицы представлены в виде нечетких лингвистических утверждений. Предлагается метод нахождения наилучшего решения на основе линейного отношения порядка на множестве нечетких интегральных оценок альтернатив, построенных из лингвистических оценок.

Ключевые слова: неопределенность, нечеткое множество, функция принадлежности, нечеткая лингвистическая оценка, линейное отношение порядка.

Неопределенность, связанная с полным отсутствием или недостаточностью информации о состояниях природы, под которой понимается комплекс внешних обстоятельств, при которых принимается решение,

называют «дурной» или «безнадежной» [1]. Формально ситуацию принятия решений в этих условиях можно представить тройкой

$$\langle R = (r_i : i = \overline{1, Q}), S = (s_j : j = \overline{1, N}), M = \|m_{ij}\| \rangle,$$

S — множество состояний природы;

R — множество стратегий лица, принимающего решение (ЛПР);

M — множество оценок выбранных решений при соответствующих состояниях природы (платежная матрица).

Традиционно в условиях неопределенности используют известные критерии: Вальда, Лапласа, Сэвиджа, Гурвица. Необходимо отметить, что в ситуации неопределенности теория не дает однозначных и математически строгих рекомендаций по выбору критериев решения. Кроме того, в практике применения указанных критериев нередки случаи, когда они не способны однозначно определить наилучший вариант возможного решения, а применение нескольких критериев к анализу одной и той же ситуации нельзя признать корректным, так как условия применения отдельных критериев противоречивы.

Относительно применения этих критериев следует также отметить определенное противоречие между заявлением о неопределенности ситуации принятия решений и числовой, точечной формой задания элементов платежной матрицы. Кроме того существуют и трудности в построении самой матрицы [2]:

1 — проблемы, связанные с оценкой репрезентативности выборочных совокупностей данных, на основе которых определяются значения элементов платежной матрицы;

2 — оценка истинности значений, полученных в результате статистиче-

ских наблюдений;

3 – статистические данные отражают прошлое состояние ситуации, требующей принятия решений, соответственно, возникает вопрос об их соответствии настоящему времени. Достаточно вспомнить о невоспроизводимости условий хозяйствования в экономических системах;

4 – экспертным оценкам принципиально свойственна неопределенность, которая не находит отражения в традиционных процедурах построения платежных матриц;

5 – множества возможных состояний природы и решений ЛПР имеют сложную структуру, и практически невозможно доказать их полноту.

Последнее обстоятельство обуславливает невозможность для ЛПР определить, какой из конкретных результатов может быть получен при выбранном решении. В распоряжении ЛПР имеется лишь ограниченное множество дискретных значений результатов. В то же время из-за невозможности доказать полноту множества состояний природы нельзя исключить возникновение состояния, ранее не включенного в это множество и которое будет сопровождаться совершенно другим результатом, который раньше никак не учитывался. Более полезным будет для ЛПР иметь не дискретный спектр возможных результатов принятого решения, а непрерывный, с информацией о распределении степени реализуемости этих результатов. Традиционно применяемые методы принятия решений в условиях неопределенности такую возможность не обеспечивают.

Поэтому более соответствующим существу задачи можно считать задание элементов платежной матрицы в нечеткой форме [3–6]. В пользу

такого представления говорит то, что это дает возможность отразить неопределенность экспертных оценок при построении платежной матрицы, а сам аппарат нечетких множеств позволяет принимать решения именно в отсутствии вероятностно-статистической информации.

Переход к нечеткой формулировке потребует решения ряда задач. Элементы платежной матрицы при нечеткой постановке задачи могут задаваться либо в форме нечетких чисел, либо лингвистических оценок. Указанные выше исследования [3–6] рассматривают вариант нечетких чисел, а при нахождении наилучшей стратегии ЛПР путем различных формальных преобразований, например заменой нечетких чисел их модальными значениями, сводят нечетко поставленную задачу к четкой. В то же время в известных исследованиях, которых значительно больше, чем указано в библиографическом списке, не рассматривается задача определения наилучшего решения из множества возможных в условиях неопределенности знаний о состоянии природы, когда элементы платежной матрицы представляются не нечеткими числами, а нечеткими лингвистическими утверждениями.

Предлагается новая модель принятия решения при недостаточной информации о состояниях природы, в которой степень неопределенности исходных данных (значений платежной матрицы) учитывается посредством перехода к нечетким лингвистическим оценкам результатов возможных решений, при этом сама процедура нахождения наилучшего решения состоит в выполнении операций над нечеткими множествами, формализующими лингвистические оценки элементов платежной матрицы.

Первым этапом решения задачи будет формирование набора лингвистических значений для элементов платежной матрицы. Обычно рекомендуется использовать нечетное число этих значений. Их количество может быть согласовано с ЛПР. Практика показывает, что для большинства подобных задач достаточно 5–7 значений [7].

Пусть сформирован следующий набор лингвистических значений (терм-множество) $\{S$ — малое, LM — ниже среднего, M — среднее, HM — выше среднего, B — большое}, на области определения платежной матрицы (x_{min}, x_{max}) определены соответствующие базовые множества (рис. 1). Выбор треугольных функций принадлежности обусловлен только простотой графики и не влияет на общность дальнейших результатов.

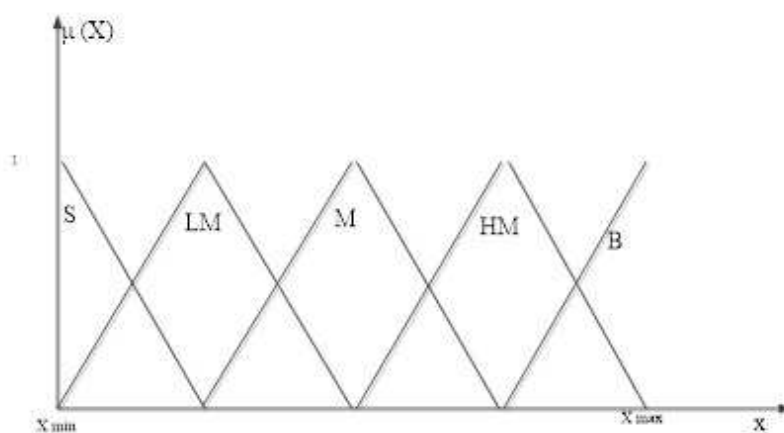


Рис. 1. Функции принадлежности элементов терм-множества

Переход от исходной платежной матрицы с числовыми элементами к лингвистической платежной матрице (фаззификация) выполняется с помощью несложной процедуры, представленной на рис. 2 [8].

В результате получим платежную матрицу с элементами в лингви-

стической форме $\widetilde{M} = \|\tilde{l}_{i,j}\|$, где $\tilde{l}_{i,j}$ — лингвистическое значение, полученное в результате фаззификации и формализуемое нечетким множеством с функцией принадлежности $\mu_{i,j}(x)$, $x \in [x_{min}, x_{max}]$.

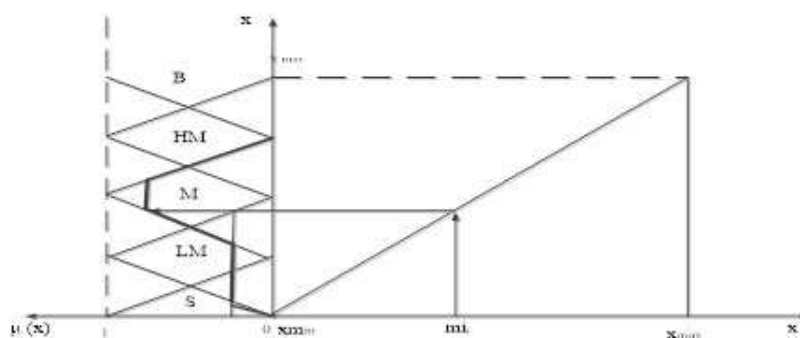


Рис. 2. Процедура фаззификации

После выполнения фаззификации для всех элементов исходной платежной матрицы будет получена лингвистическая платежная матрица, элементами которой будут нечеткие утверждения типа «LM or M» (рис. 2).

Следующим этапом решения задачи будет нахождение наилучшей стратегии для ЛПР. При переходе к нечеткому лингвистическому представлению платежной матрицы возникает ряд специфических моментов. Прежде всего, отметим, что в данной ситуации невозможно применение ни одного из известных критериев, так как все они рассчитаны на работу с числовыми данными, а к лингвистическим оценкам, формализованным нечеткими множествами, можно применять только логические операции. Вторая задача — это построение интегральной оценки стратегий, по которой можно будет принимать решение о выборе наилучшей стратегии. Независимо от выбранного варианта нахож-

дения решения, необходимой логической операцией является сравнение нечетких множеств.

Ситуация неопределенности характеризуется тем, что ЛПР не располагает информацией о вероятностно-статистических характеристиках ситуации принятия решений. Утверждение, что ЛПР не известно конкретное состояние природы, равнозначно утверждению, что может возникнуть «состояние s_1 или s_2 или ... или s_n », что эквивалентно объединению

$$\cup_j^N \tilde{m}_{kj} = \tilde{R}_k = \{\cup_{j=1}^N \mu_{kj}(x)\}, \quad (1)$$

$\mu_{kj}(x)$ — функция принадлежности нечеткой лингвистической оценки \tilde{m}_{kj} ;

k — номер некоторого решения ЛПР;

j — номер состояния природы.

В результате получим нечеткое множество, определяющее возможные результаты выбранного решения r_k при любом состоянии природы. Если выполнить преобразование (1) для всех стратегий ЛПР, то получим набор нечетких множеств

$$\tilde{R}(A) = \{\tilde{R}_k : k = \overline{1, Q}\} = \{\cup_{j=1}^N \mu_{kj}(x) : k = \overline{1, Q}\}.$$

В общем случае нечеткие множества \tilde{R}_k и соответственно $\tilde{R}(A)$ могут иметь функции принадлежности произвольного вида и определение оценки с целью выявления наилучшей стратегии будет представлять достаточно сложную задачу. Поэтому целесообразно привести вид нечетких множеств (функций принадлежности) к единому варианту. В качестве такого преобразования можно предложить операцию `FztoTriangle`,

используемую в нечеткой электронной таблице FuziCalc [9]. Операция FztoTriangle заменяет произвольное нечеткое множество нечетким множеством с эквивалентной треугольной функцией принадлежности, у которой левая и правая границы, а также центр тяжести совпадают с аналогичными показателями исходной функции принадлежности. Можно показать, что преобразование FztoTriangle не нарушает логику ситуации принятия решения. Таким образом, возможный результат применения ЛПР некоторой стратегии r_k , если точно не известно состояние природы, может быть представлен эквивалентным нечетким множеством \tilde{R}_k^{Tr} .

$$\left| \begin{array}{c} r_1 \\ r_2 \\ \vdots \\ r_Q \end{array} \right| \rightarrow \tilde{M} \rightarrow \left| \begin{array}{c} \tilde{R}_1^{Tr} \\ \tilde{R}_2^{Tr} \\ \vdots \\ \tilde{R}_Q^{Tr} \end{array} \right|$$

Для выбора наилучшей стратегии необходимо упорядочить полученные нечеткие оценки, что можно сделать путем построения для них отношения линейного порядка [10].

Рассмотрим небольшой пример. Исходные данные для принятия решения, представленные в табл. 1, были подобраны так, чтобы создать «неудобный» вариант платежной матрицы, на котором ни один из известных критериев не дал однозначного решения. В скобках указаны лингвистические значения, полученные после фаззификации. Примеры некоторых функций принадлежности приведены на рис. 3.

Таблица 1

Платежная матрица

	s_1	s_2	s_3	s_4	$CG(FztoTriangle)$
r_1	7(MorHM)	5(LMorM)	3(LM)	12(B)	6.11
r_2	5(LMorM)	3(LM)	8(MorHM)	4(LMorM)	5.85
r_3	5(LMorM)	3(LM)	4(LMorM)	2(SorLM)	4.25
r_4	8(MorHM)	5(LMorM)	3(LM)	10(HMorB)	5.99

В табл. 1 в столбце $CG(FztoTriangle)$ указаны координаты центров тяжести эквивалентных нечетких множеств, полученных в результате использования преобразования $FztoTriangle$.

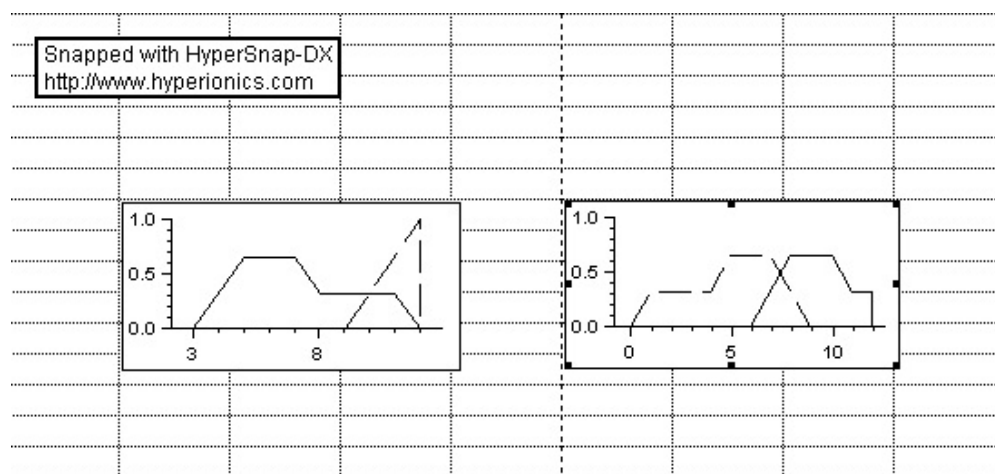


Рис. 3. Функции принадлежности лингвистических оценок: а) «MorHM» и «B»; б) «LM or M» и «HM or B»

На рис. 4 представлены ФП после преобразования (2), примененного к элементам первой строки табл. 1 (стратегия r_1) и эквивалентного нечеткого множества после преобразования $FztoTriangle$.

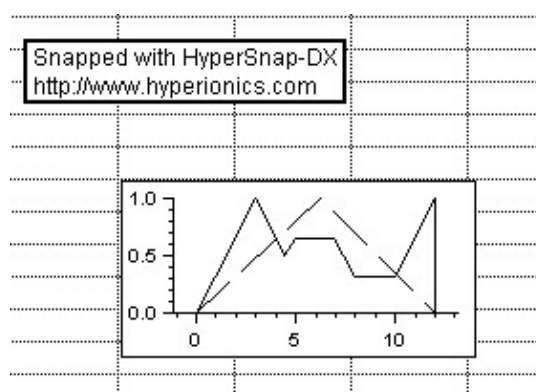


Рис. 4. Результаты обработки первой строки табл. 1

С использованием описанного в [10] метода определена наилучшая стратегия r_1 . В данном случае можно ограничиться выполнением дефазификации по максимуму или по методу центра тяжести, что также позволяет считать наилучшим решение r_1 . Если к данному примеру применить энтропийный критерий, предложенный в [11], то будет получен такой же результат. Совпадение результатов, полученных различными и независимыми методами, говорит о том, что предлагаемый вариант решения задачи принятия решений соответствует методологии теории устойчивости. Предложен новый метод принятия решений в условиях недостаточности знаний о состояниях природы, в которой неопределенность экспертных оценок значений элементов платежной матрицы отражается нечеткой лингвистической формой их представления, что позволяет использовать при нахождении наилучшего решения вместо точечной оценки все множество ожидаемых значений оценок, характеризующих ситуацию принятия решения.

Список литературы

1. **Вентцель Е. С.** Исследование операций. Задачи, принципы, методология. М.: Дрофа, 2004. 208 с.
2. **Сигал А. В.** Теоретико-игровая модель принятия инвестиционных решений // *Ученые записки Таврического национального университета имени В.И. Вернадского. Серия «Экономика и управление»*. Т. 24(63). № 1. 2011. С. 193–205.
3. **Вовк С. П.** Игра двух лиц с нечеткими стратегиями и предпочтениями // *Альманах современной науки и образования*. №7(85). С. 47–49.
4. **Серая О. В., Каткова Т. Н.** Задача теории игр с нечеткой платежной матрицей // *Математичні машини і системи*. 2012. № 3. С. 29–36.
5. **Зайченко Ю. П.** Игровые модели принятия решений в условиях неопределенности // *Труды V международной школы-семинара «Теория принятия решений»*. Ужгород: УжНУ, 2010. 274 с.
6. **Vector C. R., Suresh Chandra.** Fuzzy Mathematical Programming and Fuzzy Matrix Games. Springer, 2010. 236 p.
7. **Пегат А.** Нечеткое моделирование и управление : пер. с англ. [Электронный ресурс] / А. Пегат; 2-е изд. (эл.). М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2013. 798 с.: ил. (Адаптивные и интеллектуальные системы).

8. Мелихов А. Н., Бернштейн Л. С., Коровин С. Я. Ситуационные советующие системы с нечеткой логикой. М.: Наука. Гл. ред. физ-мат. лит., 1990. 272 с.
9. Чернов В. Г., Андреев И. А., Градусов Д. А., Третьяков Д. В. Решение бизнес-задач средствами нечеткой алгебры. М.: Тора-Центр, 1998. С. 87.
10. Чернов В. Г. Сравнение нечетких чисел на основе построения линейного отношения порядка // *Динамика сложных систем — XXI век. 2018. № 2. С. 81–87.*
11. Чернов В. Г. Энтропийный критерий принятия решений в условиях полной неопределенности // *Информационно-управляющие системы. 6(7). 2014. С. 51–56.*

Summary

Chernov V. G. Decision making in conditions of uncertainty with fuzzy, linguistic assessments of the situation

The solution of the decision-making problem is considered under conditions of uncertainty, when the elements of the payment matrix are presented in the form of fuzzy, linguistic statements. A method is proposed for finding the best solution based on a linear order relation on a set of fuzzy integral estimates of alternatives constructed from linguistic estimates.

Keywords: uncertainty, fuzzy set, membership function, fuzzy linguistic estimate, linear order relation.

References

1. **Ventzel E. S.** *Issledovaniye operatsiy. Zadachi, printsipy, metodologiya* (Operations research. Tasks, principles, methodology), M.: Drofa, 2004, 208 p.
2. **Seagal A. V.** Teoretiko-igrovaya model' prinyatiya investitsionnykh resheniy (Game-theoretic model of investment decision making), *Scientific notes of the Taurida National University named after V.I. Vernadsky*, a series of «Economics and Management», v. 24 (63), No. 1, 2011, pp. 193–205.
3. **Vovk S. P.** Igra dvukh lits s nechetkimi strategiyami i predpochteniyami (A game of two persons with fuzzy strategies and preferences), *Almanac of modern science and education*, No. 7 (85), pp. 47–49.
4. **Seraya O. V., Katkova T. N.** Zadacha teorii igr s nechetkoy platezhnoy matritsey (The task of the theory of games with a fuzzy payment matrix), *Mathematical Machines and Systems*, 2012, No. 3, pp. 29–36.
5. **Zaichenko Y. P.** *Igrovyye modeli prinyatiya resheniy v usloviyakh neopredelennosti* (Game models of decision making in conditions of uncertainty), Proceedings of the V international school-seminar «Theory of decision-making», Uzhgorod, UzhNU, 2010, 274 p.
6. **Bector C. R., Suresh Chandra.** *Nechetkoye matematicheskoye programmirovaniye i nechetkiye matrichnyye igry* (Mathematical Programming and Fuzzy Matrix Games), Springer, 2010, 236 p.

7. **Piegat A.** *Nechetkoye modelirovaniye i upravleniye* (Fuzzy modeling and control), M.: BINOM. Laboratoriya znaniy, 2013, 798 p.
8. **Melikhov A. N., Bernshtein L. S., Korovin S. Y.** *Situacionnyye sovetuyushchie sistemy s nechetkoj logikoj* (Situational advisory systems with fuzzy logic), M.: Science, The main edition of the physical and mathematical literature, 1990, 272 p.
9. **Chernov V. G., Andreev I. A., Gradusov D. A., Tretyakov D. V.** *Resheniye biznes zadach s pomoshch'yu nechetkoy algebrы* (The solution of business problems by means of fuzzy algebra), M.: Torah-Center, 1998, 87 p.
10. **Chernov V. G.** Sravneniye nechetkikh chisel na osnove postroyeniya lineynykh otnosheniy poryadka (Comparison of fuzzy numbers based on the construction of a linear relationship order), *Dynamics of complex systems*, XXI century 2018, No. 2, pp. 81–87.
11. **Chernov V. G.** Entropiyunnyy kriteriy prinyatiya resheniy v usloviyakh polnoy neopredelennosti (Entropy criterion for decision making under conditions of complete uncertainty), *Information Management Systems*, 6 (7), 2014, pp. 51–56.

Для цитирования: Чернов В. Г. Принятие решений в условиях неопределенности при нечетких лингвистических оценках ситуации // *Вестник Сыктывкарского университета. Сер. 1: Математика. Механика. Информатика. 2019. Вып. 3 (32). С. 31–45.*

For citation: Chernov V. G. Decision making in conditions of uncertainty with fuzzy, linguistic assessments of the situation, *Bulletin of Syktyvkar University. Series 1: Mathematics. Mechanics. Informatics*, 2019, 3 (32), pp. 31–45.

СГУ им. Питирима Сорокина

Поступила 21.11.2019