

МАТЕМАТИКА

*Вестник Сыктывкарского университета.
Серия 1: Математика. Механика. Информатика.
Выпуск 4 (29). 2018*

УДК 519.816

МНОГОКРИТЕРИАЛЬНЫЙ АЛЬТЕРНАТИВНЫЙ ВЫБОР НА ОСНОВЕ ПРАВИЛ НЕЧЕТКОГО УСЛОВНОГО ВЫВОДА

В. Г. Чернов

Рассматривается решение задачи многокритериального альтернативного выбора в условиях нестатистической неопределенности на основе правил нечеткого условного вывода, когда оценки альтернатив по критериям имеют форму нечетких лингвистических утверждений, а получение решения выполняется не на основе свертки критериев в условной части правил, а на основе свертки частных импликаций для критериев.

Ключевые слова: многокритериальный альтернативный выбор, нечеткое множество, функция принадлежности, нечеткий условный вывод, импликация.

В управлении экономическими системами различного уровня одной из наиболее ответственных и трудных задач является принятие решений. Это объясняется высокой степенью ответственности за последствия принятых решений, сложностью задачи, а также тем, что решения приходится принимать в условиях многокритериальности при противоречивости критериальных требований, неопределенности исходных данных, в частности неопределенности оценок соответствия альтернативных решений требованиям критериев, которая имеет преимущественно нестатистический характер. Решение задач многокритериального альтернативного выбора в условиях неопределенности соответствия альтернатив требованиям критериев можно производить методами, в частности, с использованием правил нечеткого условного вывода (ПНВ). В этом случае основу системы поддержки принятия решений составляет база знаний, образованная совокупностью правил типа «если <условие>, то <вывод>», в которых и условная часть, и вывод —

это нечеткие лингвистические утверждения, которые формализуются нечеткими множествами. Построение ПНВ выполняется экспертным путем и составляет отдельную, весьма сложную задачу, выходящую за рамки данного исследования. В дальнейшем будем предполагать, что база знаний имеется в нашем распоряжении.

В общем случае поиск наилучшего решения из множества допустимых состоит в обработке некоторого набора ПНВ, описывающего ситуацию принятия решений. Пусть заданы: множество альтернатив $A = [a_i]$, $i = \overline{1, I}$; множество критериев оценки $C = \{c_j, j = \overline{1, J}\}$, а также определены, например, экспертным путем оценки альтернатив по критериям $S = \{s_{ij}, i = \overline{1, I}, j = \overline{1, J}\}$. Совокупность ПНВ для некоторой i -й альтернативы может иметь вид: R_1 : если $\langle c_1 \rightarrow s_{i1} \rangle$ и $\langle c_2 \rightarrow s_{i2} \rangle$ и ... и $\langle c_J \rightarrow s_{iJ} \rangle$ то p_l , где $p_l \in P$ — множество возможных выводов; запись $\langle c_j \rightarrow s_{ij} \rangle$ означает, что по j -му критерию i -я альтернатива имеет оценку s_{ij} . В каждой конкретной задаче будет определяться количество альтернатив, критериев и их смысловое содержание.

Для большей наглядности дальнейшего изложения рассмотрим упрощенную базу знаний:

$$\begin{aligned}
 R1 &: \text{ если } c_1 = A \text{ и } c_2 = B \text{ и } c_3 = D, \text{ то } y = S; \\
 R2 &: \text{ если } c_1 = A \text{ и } c_2 = B \text{ и } c_3 = D \text{ и } c_4 = E, \text{ то } y = MS; \\
 R3 &: \text{ если } c_1 = A \text{ и } c_2 = B \text{ и } c_3 = D \text{ и } c_4 = E \text{ и } c_5 = F, \text{ то } y = P; \\
 R4 &: \text{ если } c_1 = A \text{ и } c_2 = B \text{ и } c_3 = D \text{ и } c_4 = E, \text{ то } y = VS; \\
 R5 &: \text{ если } c_1 = (\text{очень } A) \text{ и } c_2 = (\text{не } B) \text{ и } c_3 = D \text{ и } c_4 = E, \text{ то } y = S; \\
 R6 &: \text{ если } c_1 = (\text{не } A) \text{ и } c_3 = (\text{не } D), \text{ то } y = US, \tag{1}
 \end{aligned}$$

где, например, S — удовлетворительно, MS — более чем удовлетворительно, VS — очень удовлетворительно, US — неудовлетворительно, P — безусловно лингвистические значения вывода.

В традиционной постановке [1] оценки альтернатив задаются в виде отдельных числовых значений некоторых, вообще говоря, неопределенных функций принадлежности (ФП). В этой постановке, на наш взгляд, можно выделить следующие недостатки. Точечная числовая форма задания значений оценок альтернатив по критериям вступает в противоречие с ситуацией принятия решений. Экспертным оценкам принципиально присуща неопределенность, но в то же время они имеют форму точечных числовых оценок. Кроме того, отсутствие явного определения вида ФП говорит о предположении, что вид ФП не влияет на получаемое решение. В то же время в ряде исследований [2] получены результа-

ты, ставящие под сомнение эти предположения. Следует отметить еще одно обстоятельство, которое для наглядности проиллюстрируем простым примером. Пусть множество альтернативных решений содержит пять альтернатив $A = (a_1, a_2, a_3, a_4, a_5)$:

$$\begin{aligned} A &= 0.3/a_1, 0.6/a_2, 0.5/a_3, 0.1/a_4, 0.3/a_5; \\ B &= 0.5/a_1, 1/a_2, 0/a_3, 0.5/a_4, 1/a_5; \\ D &= 0.6/a_1, 0.9/a_2, 1/a_3, 0.7/a_4, 1/a_5; \\ E &= 1/a_1, 0.3/a_2, 1/a_3, 0/a_4, 0/a_5; \\ F &= 0/a_1, 0.5/a_2, 1/a_3, 0.8/a_4, 0.1/a_5. \end{aligned} \quad (2)$$

Для выбора наилучшей альтернативы проводится обработка правил вида (1), которая состоит в свертке критериев в условной части в соответствии с ее структурой, а затем по какому-то из известных алгоритмов [1] вычисляется нечеткая импликация, на основе которой и проводится выбор наилучшей альтернативы. При проведении свертки критериев обычно используется операция \min . Подробное рассмотрение недостатков этого подхода представлено в [3]. Остановимся лишь на наиболее существенных. Прежде всего, многокритериальная задача сводится к однокритериальной с ориентацией на наихудшую оценку по критерию. Альтернатива, имеющая только одну плохую оценку, может сразу попасть в категорию неудовлетворительных, т. е. сразу исключается возможность компенсации этой оценки более высокими по другим критериям.

Кроме того, при точечной форме оценок критериального соответствия задача может быть решена и без применения аппарата нечетких множеств, например, с использованием критерия Вальда. Отметим, что решение, полученное в [1], совпадает с решением, полученным по критерию Вальда [3].

Представляется, что больший интерес может иметь эта же задача, но в более общей формулировке, когда оценки соответствия альтернатив условиям критериев заданы либо нечеткими числами, например «примерно 0,8», либо же в лингвистической форме. Пусть терм-множество лингвистических значений содержит пять значений: «низкое (Н)», «ниже среднего (НС)», «среднее (С)», «выше среднего (ВС)», «высокое (В)», которые формализуются нечеткими множествами с треугольными функциями принадлежности (рис. 1). Такой выбор обусловлен только простотой графики и вычислений.

С помощью несложной процедуры фаззификации оценка 0,8, например, трансформируется в оценку «выше среднего (ВС)», 0,9 — «выше среднего или высокая (ВС или В)», 0,3 — «ниже среднего (НС)», оценка 0,6 — «средняя или выше среднего (С или ВС)» и т. п. (рис. 1).

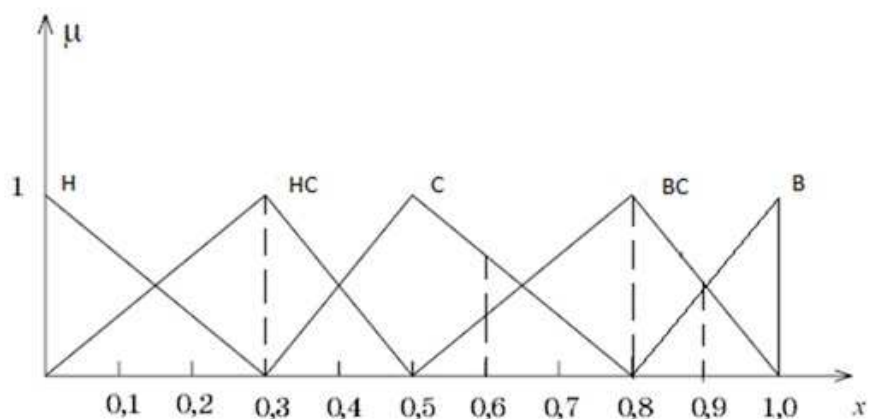


Рис. 1. Функции принадлежности лингвистических оценок критериального соответствия

Изменения, которые претерпят формулировки правил (1) покажем на примере одного правила для альтернативы a_1 :

R1: если <степень соответствия критерию А=ниже средней (НС)> и <степень соответствия критерию В=средняя (С)> и <степень соответствия критерию D=средняя или выше средней (С или ВС)>, то < $y=S$ >.

Нечеткие множества, формализующие лингвистические оценки выводов ПНВ, представлены на рис. 2, треугольный характер ФП которых обусловлен лишь простотой графики вычислений.

Для решения указанной задачи предлагается выполнять свертку частных импликаций, вычисленных для отдельных критериев, входящих в условную часть правил вывода. В этом случае в формировании вывода участвуют все критериальные оценки альтернатив. В частности, для правила R1 при использовании импликации Мамдани получим:

$$\mu_1(y) = \mu_{нс}(y) \cap \mu_S(y), \mu_2(y) = \mu_C(y) \cap \mu_S(y), \mu_3(y) = \mu_{(C \text{ или } BC)}(y) \cap \mu_S(y).$$

Окончательный результат $\mu_{R_1}(y) = \mu_1(y) \cap \mu_2(y) \cap \mu_3(y)$.

В конечном счете для каждой альтернативы будет получена оценка ее соответствия требованиям ПНВ, входящим в базу знаний, представляемая нечеткими множествами

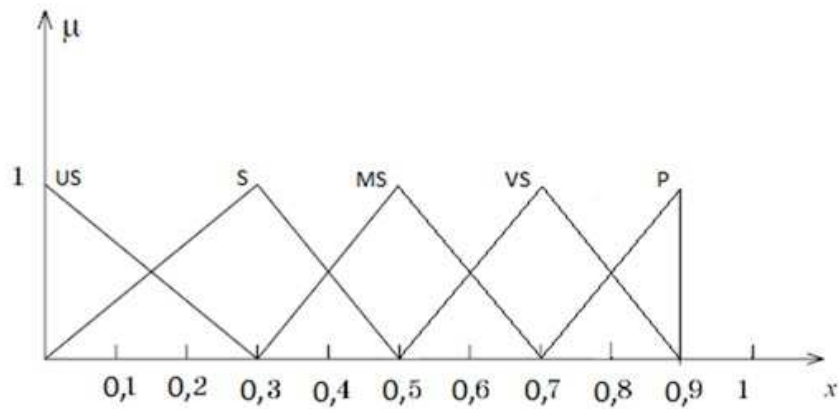


Рис. 2. Функции принадлежности нечетких выводов

$$\tilde{Q}_i(R) = \left\{ \tilde{q}_i(R_l) = \left[\frac{\mu_{q_i}^{R_l}(y)}{y} \in D : i = \overline{1, I}, l = \overline{1, L} \right] \right\}.$$

Для выбора наилучшего решения из множества допустимых вычисляется оценка

$$W_i = \sum_{l=1}^L CC_l [\mu_{q_i}^{R_l}(y)] \mu_{q_i}^{R_l}(CC_l), \quad (3)$$

где $CC_l [\mu_{q_i}^{R_l}(y)]$ — координата центра тяжести нечеткого множества, $\tilde{q}_i(R_l), \mu_{q_i}^{R_l}(CC_l)$ — значение ФП нечеткого множества в точке, соответствующей координате центра тяжести.

Таблица 1

Результаты расчетов

Альтернатива	W_i
Альтернатива a_1	0.32
Альтернатива a_2	0.51
Альтернатива a_3	0.57
Альтернатива a_4	0.55
Альтернатива a_5	0.44

Наилучшей будет альтернативное решение с максимальным значением оценки W_i . Результаты расчетов по соотношению (3) при исходных

числовых данных (2) представлены в таблице, из которой следует, что в данной задаче наилучшей альтернативой является a_3 .

Заключение

Предложенный метод решения задачи многокритериального альтернативного вывода отличается от известных тем, что в процессе решения оценки критериального соответствия альтернатив задаются в нечеткой лингвистической форме, а оценка вывода получается на основе свертки частных импликаций, за счет чего сохраняется влияние отдельных оценок критериального соответствия на окончательный вывод, т. е., в отличие от известных методов, сводящих задачу многокритериального условного вывода к однокритериальной, сохраняется многокритериальность при получении окончательного вывода.

Список литературы

1. **Борисов А. Н., Крумберг О. А., Федоров И. П.** Принятие решений на основе нечетких моделей: примеры использования. Рига: Зинатне, 1990. 184 с.
2. **Babuska R., Verbruggen H. B.** A new' identification method for linguistic fuzzy models // *Proceedings of the International Conference FUZZ-IEEE/IFES'95. Yokohama, Japan. 1995. Pp. 905–912.*
3. **Чернов В. Г.** Модификация алгоритмов управления, использующих правила нечеткого условного вывода // *Информационно-управляющие системы. 2013. № 3(64). С. 23–29.*

Summary

Chernov V. G. Multi-criteria alternative choice based on fuzzy conditional inference rules

The solution of the problem of multi-criteria alternative choice in the conditions of non-statistical uncertainty based on the rules of fuzzy conditional inference, when the evaluation of alternatives by criteria are in the form of fuzzy linguistic statements, and the solution is not based on the convolution of criteria in the conditional part of the rules, and on the convolution of particular implications for the criteria.

Keywords: multicriteria alternative choice, fuzzy set, membership function, fuzzy conditional inference, implication.

References

1. **Borisov A. N., Krumberg O. A., Fedorov I. P.** *Prinyatie reshenij na osnove nechetkih modelej: primery ispol'zovaniya* (Fuzzy model-based decision making: examples of use), Riga: Zinatne Publ., 1990, 184 p.
2. **Babuska R., Verbruggen H. B.** A new' identification method for linguistic fuzzy models, *Proceedings of the International Conference FUZZ-IEEE/IFES'95*, Yokohama, Japan, 1995, pp. 905–912.
3. **Chernov V. G.** Modifikaciya algoritmov upravleniya, ispol'zuyushchih pravila nechetkogo uslovnogo vyvoda (Modification of control algorithms using rules of fuzzy conditional conclusion), *Information management systems*, 2013, no. 3(64), pp. 23–29.

Для цитирования: Чернов В. Г. Многокритериальный альтернативный выбор на основе правил нечеткого условного вывода // *Вестник Сыктывкарского университета. Сер. 1: Математика. Механика. Информатика. 2018. Вып. 4 (29). С. 43–49.*

For citation: Chernov V. G. Multi-criteria alternative choice based on fuzzy conditional inference rules, *Bulletin of Syktyvkar University. Series 1: Mathematics. Mechanics. Informatics*, 2018, 4 (29), pp. 43–49.

ВлГУ

Поступила 10.01.2019