ISSN 1992-2752

Вестник Сыктывкарского университета

Серия 1:
Математика
Механика
Информатика

К 70-летию В. А. Попова

4(29) выпуск **18**

Вестник Сыктывкарского университета Основан в 1995 году Выходит 4 раза в год	Серия 1: *Математика* *Механика* *Информатика*	12+ ISSN 1992-2752 Выпуск 4 (29) 2018

Учредитель и издатель: ФГБОУ ВО «Сыктывкарский государственный университет имени Питирима Сорокина» (167001, Республика Коми, г. Сыктывкар, Октябрьский просп., д. 55)

Зарегистрирован Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор). Свидетельство ПИ № ФС77-37565 от 17 сентября 2009 года

Вестник Сыктывкарского университета. Серия 1: Математика. Механика. Информатика : сборник. Сыктывкар: Изд-во СГУ им. Питирима Сорокина, 2018. — Выпуск 4 (29). 2018. — 98 с.

Адрес редакции
Вестника Сыктывкарского университета
167001, Республика Коми, г. Сыктывкар, Октябрьский просп., д. 55
Тел. (8212)390-308.
Электронный адрес: https://syktsu.ru/_fac/math/vestnik/site/index.htm

Свободная цена

Содержание

Слово ответственного редактора

Этот номер Вестника собран по материалам II-й Национальной (Всероссийской) научной конференции «Математическое моделирование и информационные технологии», которая проходила в г. Сыктывкаре с 6 по 8 декабря 2018 года на базе Сыктывкарского государственного университета имени Питирима Сорокина и была поддержана РФФИ (№ 18-01-20105).

Цель конференции — популяризация научных знаний и привлечение молодежи к научным исследованиям в области математических моделей и информационных технологий.

Конференция способствовала решению научных проблем, связанных с применением математических и информационных моделей в механике, экономике, техносферной и информационной безопасности; на конференции также обсуждались вопросы математической и информационной подготовки.

В работе конференции приняли участие 11 докторов наук и 51 кандидат наук из 15 городов России; всего зарегистрировалось 130 участников, из них 89 человек из Сыктывкара, 41 человек из других городов; 101 доклад, три открытые лекции и один мастер-класс.

Доклады были распределены по восьми секциям:

1). Математическое моделирование и механика;

2). Математические методы в экономике и управлении;

3). Моделирование в приложениях;

4). Информационные технологии в образовании;

5). Методика преподавания математики и информатики;

6). Математическое моделирование в информационной безопасности;

7). Технологии создания и современные направления в развитии программного обеспечения;

8). Фундаментальные проблемы математики.

Тематика секций определена научной работой преподавателей Сыктывкарского университета, который качественно обеспечивает данные научные направления научными кадрами и научным оборудованием.

По результатам работы секций авторам было предложено предоставить полнотекстовые статьи, которые после дополнительного рецензирования представлены в данном номере.

Для привлечения к научным исследованиям молодежи в рамках конференции проводилась работа I-й Научной молодежной школы по математическому моделированию и информационным технологиям в виде открытых лекций известных российских ученых.

Были прочитаны три лекции:

• Тихомиров А. Н. Предельные теоремы для случайных матриц.

• Григорьев С. Г. О публикации научных статей в изданиях, входящих в международные базы данных.

• Носов Л. С. Применение логистической регрессии в информационной безопасности.

Наибольший интерес вызвала лекция С. Г. Григорьева, которую посетили 44 человека.

Также в рамках молодежной школы Котелина Н. О. провела мастер-класс «Администрирование соревнований на платформе Yandex.Contest».

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА И МЕХАНИКА

Вестник Сыктывкарского университета.
Серия 1: Математика. Механика. Информатика.
Выпуск 4 (29). 2018

УДК 539.3

КОНСТРУКТИВНО-НЕЛИНЕЙНЫЕ ЗАДАЧИ УСТОЙЧИВОСТИ СТЕРЖНЕЙ И КОЛЕЦ

В. Ю. Андрюкова, В. Н. Тарасов

Получены аналитические решения задачи устойчивости сжимаемых продольной силой стержней, находящихся в упругой среде, прогибы которых с одной стороны ограничены жестким препятствием. Рассмотрена задача устойчивости кругового кольца, сжимаемого равномерно распределенными центральными силами, при наличии односторонних ограничений на перемещения.
Ключевые слова: устойчивость, круговое кольцо, стержень, односторонние ограничения.

1. Устойчивость стержня в упругой среде при жестких ограничениях на перемещения с граничными условиями свободного края

Рассмотрим задачу об устойчивости сжимаемого продольной силой стержня, прогибы которого с одной стороны ограничены жестким препятствием. Предполагается, что на одном конце стержня выполнены граничные условия жесткой заделки, на другом — граничные условия свободного края. Определение критической нагрузки сводится к определению силы P, при которой вариационная задача

$$\tilde{J}(w) = \frac{1}{2}\int_0^1 (Dw''^2 + Cw^2 - Pw'^2)dx \to \min_{w\in K}, \qquad (1)$$

$$\begin{aligned} &w(0) = 0,\ w'(0) = 0,\ w''(l) = 0,\\ &Dw'''(l) + Pw'(l) = 0,\ w(x) \geqslant 0,\ x \in [0, l] \end{aligned} \qquad (2)$$

имеет нетривиальное решение. Здесь $D > 0$ — жесткость стержня на изгиб, $C > 0$ — жесткость винклеровского основания.

В (1) – (2) K — конус неотрицательных функций, определенных на интервале $[0, l]$, имеющих обобщенную, суммируемую с квадратом вторую производную. Задача (1) – (2) допускает аналитическое решение. Можно показать, что решение задачи (1) – (2) можно искать среди функций $w(0) = 0$, $x \in (0, l_1)$, и $w(x) > 0$ $x \in (l_1, l]$ [2]:

$$w^{IV} + \omega w + \rho^2 w'' = 0, \tag{3}$$

где $\omega = C/D$, $\rho^2 = P/D$. В этом случае (3) является уравнением равновесия сжимаемого продольной силой стержня, находящегося в упругой среде. Заметим также, что (3) совпадает с уравнением равновесия цилиндрической оболочки, сжимаемой продольной силой в осесимметричном случае. В отличие от граничных условий жесткой заделки и граничных условий шарнирного опирания, при которых $\rho^2 > 2\sqrt{\omega}$, при данных граничных условиях $\rho^2 > 2\sqrt{\omega}$, и общее решение уравнения (3) имеет вид:

$$\begin{gathered} w(x) = c_1 e^{\alpha x} \sin(\beta x) + c_2 e^{\alpha x} \cos(\beta x) + \\ + c_3 e^{-\alpha x} sin(\beta x) + c_4 e^{-\alpha x} \cos(\beta x), \end{gathered} \tag{4}$$

где

$$\alpha = \frac{1}{2}\sqrt{2\sqrt{\omega} - \rho^2}, \qquad \beta = \frac{1}{2}\sqrt{2\sqrt{\omega} + \rho^2}. \tag{5}$$

Будем считать, что существует участок полного прилегания к стенке, т. е.

$$w(x) = 0,\ x \in [0, l_1] \qquad \text{и} \qquad w(x) > 0,\ x \in [l_1, l]. \tag{6}$$

Можно показать, что при $x = l_1$ $w'' = 0$, т. е. выполнены условия:

$$w = 0,\ w' = 0,\ w'' = 0 \,\text{при}\, x = l_1. \tag{7}$$

Таким образом, имеем две системы уравнений:

$$w(l_1) = 0, \qquad w'(l_1) = 0,\ w''(l) = 0,\ w'''(l) + \rho^2 w'(l) = 0, \tag{8}$$

$$w(l_1) = 0, \qquad w''(l_1) = 0,\ w''(l) = 0,\ w'''(l) + \rho^2 w'(l) = 0. \tag{9}$$

В (8) – (9) неизвестными являются переменные $c_1, \ldots, c_4$, l_1 и ρ^2. Для существования нетривиального решения системы (8) – (9) необходимо, чтобы определители матрицы коэффициентов при $c_1, \ldots, c_4$ были равны нулю. Подставляя (4) в (8) – (9), имеем систему двух нелинейных уравнений, из которой определяем l_1 и ρ^2. Результаты вычислений приведены в табл. 1, где $l_2 = l - l_1$ — длина интервала, на котором $w(x) > 0$.

Таблица 1

Значения критической силы в зависимости от жесткости среды ω

N	1	2	3	4	5	6
ω	100	200	350	450	550	800
l_2	0.745	0.627	0.545	0.512	0.487	0.443
ρ^2	12.6	17.8	23.5	26.7	29.5	35.6
ρ_*^2	11.9	15.6	19.5	21.8	23.8	28.5

В табл. 1 значения ρ^2 соответствуют критической нагрузке стержня при наличии односторонних ограничений на перемещения при различной жесткости среды ω. Для сравнения в последней строке приведены значения критической силы ρ_*^2 для стержня, находящегося в упругой среде при отсутствии односторонних ограничений на перемещения.

2. Устойчивость колец с односторонним подкреплением

Рассмотрим задачу устойчивости упругих колец, нагруженных равномерно распределенным по ободу внешним давлением, подкрепленных упругими нитями, которые не воспринимают сжимающих усилий.

Пусть один конец нити прикреплен к неподвижному центру кольца, другой к некоторой точке кольца. Предположим, что нить является нерастяжимой, т. е. в результате деформации расстояние между центром кольца и точкой прикрепления не может увеличиваться. Обозначим через ϑ — центральный угол, $w(\vartheta)$ — радиальное перемещение точек кольца. Наконец, предположим, что нити расположены так часто, что их можно считать непрерывно распределенными по кольцу.

Тогда задача на устойчивость сводится к отысканию таких значений силы P, при которых вариационная проблема

$$J(w) = \frac{B}{2R^3}\int_0^{2\pi}(w'' + w)^2 d\vartheta - \frac{P}{2}\int_0^{2\pi}(w'^2 - bw^2)d\vartheta \to \min_w \qquad (10)$$

имеет нетривиальное решение при граничных условиях периодичности и ограничениях

$$w(\vartheta) \leqslant 0. \qquad (11)$$

Здесь B — жесткость на изгиб в плоскости кольца, R — радиус кольца. Первый интеграл в (10) представляет собой упругую энергию, второй — работу внешних сил.

При расчете колец на устойчивость важно учитывать поведение нагрузки после деформации. Если нагрузка направлена против нормали к деформированному кольцу, то в (10) следует положить $b = 1$ (сила нормального давления). Если же сила направлена все время к неподвижному центру кольца, то в (10) $b = 2$ (случай центральных сил). Выпишем уравнение Эйлера для функционала (10):

$$w^{IV} + (2 + k^2)w'' + (1 + bk^2)w = 0, \tag{12}$$

где $k^2 = PR^3/B$. При $b = 1$ (случай нормальной нагрузки) функция прогиба представима в виде

$$w = A_1 \sin\vartheta + A_2 \cos\vartheta + A_3 \sin\alpha\vartheta + A_4 \cos\alpha\vartheta, \qquad \alpha = \sqrt{1 + k^2}. \tag{13}$$

Зафиксируем некоторый угол $\beta > 0$. Будем считать, что, как и в случае стержней,

$$w(\vartheta) < 0,\ \vartheta \in (0, \beta) \text{ и } w(\vartheta) \equiv 0,\ \vartheta \in (\beta, 2\pi).$$

Первая производная $w'(\vartheta)$ должна быть непрерывной при $\vartheta \in (0, 2\pi)$, тогда функция w удовлетворяет граничным условиям

$$w(0) = 0,\ w'(0) = 0,\ w(\beta) = 0,\ w'(\beta) = 0. \tag{14}$$

Подставляя (13) в (14), получим систему линейных уравнений

$$\begin{cases} A_2 + A_4 = 0, \\ A_1 + \alpha A_3 = 0, \\ A_1 \sin\beta + A_2 \cos\beta + A_3 \sin(\alpha\beta) + A_4 \cos(\alpha\beta) = 0, \\ A_1 \cos\beta - A_2 \sin\beta + \alpha A_3 \cos(\alpha\beta) - \alpha A_4 \sin(\alpha\beta) = 0. \end{cases} \tag{15}$$

После упрощения имеем

$$\begin{cases} A_3(\sin(\alpha\beta) - \alpha\sin\beta) + A_4(\cos(\alpha\beta) - \cos\beta) = 0, \\ A_3(\alpha\cos(\alpha\beta) - \alpha\cos\beta) + A_4(\sin\beta - \alpha\sin(\alpha\beta)) = 0. \end{cases} \tag{16}$$

Система уравнений имеет нетривиальное решение, если ее определитель равен нулю, т. е.

$$d(\alpha) = -2\alpha\cos(\alpha\beta)\cos\beta + 2\alpha - \sin(\alpha\beta)\sin\beta - \alpha^2\sin(\alpha\beta)\sin\beta = 0. \tag{17}$$

Решая уравнение (17) относительно неизвестной α, получим функцию $\alpha = \alpha(\beta)$. При заданном β уравнение имеет бесконечное число корней. Очевидно, что $\alpha = 1$ является корнем уравнения при любом β. Заметим, что $\alpha = 1$ соответствует сила P, равная нулю. Далее, находим форму прогиба по формулам (13). Несложно убедиться, что формула (13) при $\alpha = 1$ дает перемещение кольца как жесткого целого. Следовательно, надо находить минимальный корень уравнения (17), удовлетворяющий условию $\alpha > 1$. Также необходимо выполнение знаковых ограничений (11). Чем больше угол β, тем меньше k^2, а значит, и сила P. Значения критического параметра P в зависимости от значений угла β приведены в табл. 2.

Таблица 2

Значения критического параметра α в зависимости от угла β

β	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π	$\frac{5\pi}{4}$
α	4.9801	4.2915	3.2136	3	2.4841

Численные эксперименты при $\beta > \pi$ показали, что график функции прогиба w будет менять знак на интервале $(0,\beta)$, т. е. ограничения (11) на функцию $w(x)$ не будут выполняться. Значит $\beta = \pi$, $k^2 = 3$, что соответствует критическому давлению

$$P = \frac{8B}{R^3}.$$

Заметим, что для неподкрепленного кольца критическая сила определяется формулой

$$P = \frac{3B}{R^3}.$$

Рассмотрим случай центральных сил (в уравнении (12) следует положить $b = 2$.) Общее решение уравнения (12) имеет вид [2]:

$$w = A_1 \sin(\alpha_1 \vartheta) + A_2 \cos(\alpha_1 \vartheta) + A_3 \sin(\alpha_2 \vartheta) + A_4 \cos(\alpha_2 \vartheta),$$

где

$$\alpha_1 = \frac{\sqrt{2 + k^2 + \sqrt{k^4 - 4k^2}}}{\sqrt{2}},\ \alpha_2 = \frac{\sqrt{2 + k^2 - \sqrt{k^4 - 4k^2}}}{\sqrt{2}}.$$

Далее, используя граничные условия (14), получаем систему однородных линейных уравнений относительно произвольных постоянных A_1, A_2, A_3, A_4:

$$\begin{cases} A_2 + A_4 = 0, \\ \alpha_1 A_1 + \alpha_2 A_3 = 0, \\ A_1 \sin(\alpha_1\beta) + A_2 \cos(\alpha_1\beta) + A_3 \sin(\alpha_2\beta) + A_4 \cos(\alpha_2\beta) = 0, \\ A_1\alpha_1 \cos(\alpha_1\beta) - A_2\alpha_1 \sin(\alpha_1\beta) + A_3\alpha_2 \cos(\alpha_2\beta) - A_4\alpha_2 \sin(\alpha_2\beta) = 0. \end{cases} \tag{18}$$

Приравнивая определитель этой системы к нулю, получаем уравнение на нагрузку k^2 (k^2 зависит от угла β):

$$d(k,\beta) = (\sin(\alpha_2\beta) - \tfrac{\alpha_2}{\alpha_1}\sin(\alpha_1\beta)) * (\alpha_2 \sin(\alpha_2\beta) - \alpha_1 \sin(\alpha_1\beta)) -$$
$$-(\cos(\alpha_2\beta) - \cos(\alpha_2\beta)) * (\alpha_2 \cos(\alpha_2\beta) - \alpha_1 \sin(\alpha_1\beta)) = 0.$$

Как и выше, исследуя графики функции прогиба $w(\vartheta)$, находим, что максимальный угол β, при котором w сохраняет знак, будет равен: $\beta = 0.6976\pi$, что соответствует критическому параметру

$$k^2 = \frac{PR^3}{B} = 18.6036,\ P = \frac{18.6036B}{R^3}.$$

Заметим, что в случае плоской деформации при аппроксимации сплайнами прогиба $w(\vartheta)$ при $m = 72$ путем решения задачи математического программирования получено значение безразмерного параметра для неподкрепленного кольца $\tilde{P} = \frac{PR^3}{B} = 18.5854$. Сравнивая полученные значения, находим точность численного решения задачи:

$$\frac{18.6036 - 18.5854}{18.6036} = 0.001 = 0.1\%.$$

Отношение

$$\frac{P}{P} = \frac{18.5854}{4.5} = 4.1301.$$

Аналогично

$$\frac{18.6036}{4.5} = 4.1341.$$

Таким образом, подкрепление нитями увеличивает критическую нагрузку кольца в 4.13.

Следует отметить, что в случаях как нормальной, так центральной нагрузки выполняются условия: $w''(0) = w''(\beta) = 0$, т. е. вторая производная $w''(\vartheta)$ является непрерывной.

Список литературы

1. **Андрюкова В. Ю.** Некоторые конструктивно-нелинейные задачи устойчивости упругих систем при односторонних ограничениях на перемещения // *Вычислительная механика сплошных сред / Институт механики сплошных сред УрО РАН. 2014. № 4. С. 412–422.*

2. **Тарасов В. Н.** Методы оптимизации в исследовании конструктивно-нелинейных задач механики упругих систем. Сыктывкар: Коми научный центр УрО РАН, 2013. 238 с.

Summary

Andryukova V. Yu., Tarasov V. N. Constructive-nonlinear problems stability of rods and rings

Analytical solutions of the stability problem of rods of compressible longitudinal force in an elastic medium, the deflections of which on the one hand are limited by a rigid obstacle, are obtained. The problem of the stability of a circular ring compressed by uniformly distributed central forces with one-sided constraints on displacements is considered.

Keywords: stability, circular ring, rod, one-sided restrictions.

References

1. **Andryukova V. Yu.** Nekotorye konstruktivno-nelineynye zadachi ustoychivosti uprugikh sistem pri odnostoronnikh ogranicheniyakh na peremeshcheniya (Some constructive non-linear problems of stability of elastic systems with one-sided constraints on displacements), *Computational mechanics of continuous media*, Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS, 2014, No. 4, pp. 412–422.

2. **Tarasov V. N.** *Metody optimizatsii v issledovanii konstruktivno-nelineynykh zadach mekhaniki uprugikh sistem* (Optimization Methods in the Study of Structurally Nonlinear problems of mechanics of elastic systems), Syktyvkar: Komi Scientific Center UB RAS, 2013, 238 p.

Для цитирования: Андрюкова В. Ю., Тарасов В. Н. Конструктивно-нелинейные задачи устойчивости стержней и колец // *Вестник Сыктывкарского университета. Сер. 1: Математика. Механика. Информатика. 2018. Вып. 4 (29). С. 4–11.*

For citation: Andryukova V. Yu., Tarasov V. N. Constructive-nonlinear problems stability of rods and rings, *Bulletin of Syktyvkar University. Series 1: Mathematics. Mechanics. Informatics*, 2018, 4 (29), pp. 4–11.

ФМИ ФИЦ «Коми НЦ УрО РАН» *Поступила 10.01.2019*

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА И МЕХАНИКА

Вестник Сыктывкарского университета.
Серия 1: Математика. Механика. Информатика.
Выпуск 4 (29). 2018

УДК 614.8

РАСЧЕТ ОПАСНЫХ ЗОН ВЗРЫВА ЕМКОСТЕЙ С СЖИЖЕННЫМ ГАЗОМ

О. С. Головатая, А. П. Петраков, С. В. Шилов

В работе проведено моделирование поражающего действия ударной волны при взрыве сжиженного газа. Внесены поправки в нормативную методику расчета. Рассмотрены случаи транспортирования газов в автомобильных цистернах и их стационарного размещения. Приведен способ оценки опасных зон промышленных зданий.

Ключевые слова: ударная волна, поражение, сжиженный газ.

Применение математического моделирования и современных информационных технологий с достаточной точностью позволяет предсказать последствия техногенных аварий. Не является исключением и такой опасный сценарий, как взрыв сжиженного газа при разгерметизации автоцистерн. На сегодняшний день они широко используются для перевозки и заправки емкостей на газовых автомобильных заправках. Причем потребление газа ввиду его экономичности и экологичности все более возрастает [4].

На сегодняшний день в автомобилях широко используются пропанбутановые смеси, обладающие значительными пожаро- и взрывоопасными свойствами. Поэтому проведение моделирования аварии с их участием особенно актуально.

Проведем оценку факторов ударной волны. При этом рассчитываются максимально возможные стехиометрические параметры (на практике они, как правило, меньше). Не учитываются такие эффекты, как экранировка волны зданиями и снос газовоздушного облака ветром.

В качестве исходных данных рассмотрим, что используется пропанбутановая смесь в зимнем варианте (75 % пропана и 25 % бутана), что характерно для регионов с холодным климатом [4]. Рассчитаем взрыв на дороге при транспортировке или в стационарном месте типичных емкостей автоцистерн, а именно 5,07, 10, 20, 31, 45, 50 м^3 [1].

Моделирование поражающих факторов проведем согласно [5]. В данной методике решаются две задачи: первая – расчет параметров взрыва ТВС (топливно-воздушной смеси), таких как избыточное давление и импульс на определенном расстоянии от эпицентра аварии с оценкой вероятности повреждений промышленных зданий и поражения людей. Вторая задача — оценка радиусов зон различной степени поражения ударной волной людей и повреждений промышленных зданий.

Расчет основных параметров взрыва ТВС начинаем с определения эффективного энергозапаса ТВС:

$$E = M_{\text{г}} \cdot q_{\text{г}} \text{ при } C_{\text{г}} \leq C_{\text{ст}} \text{ или } E = M_{\text{г}} \cdot q_{\text{г}} \cdot C_{\text{ст}}/C_{\text{г}} \text{ при } C_{\text{г}} > C_{\text{ст}}, \quad (1)$$

где $M_{\text{г}}$ — масса горючего вещества, содержащегося в облаке ТВС, кг (определяется исходя из условий развития аварии), $q_{\text{г}}$ — теплота сгорания. В случае если концентрация газа $C_{\text{г}}$ в облаке неизвестна, она принимается равной НКПВ (нижнему концентрационному пределу воспламенения) горючего газа. Расчет при этом надо проводить в условии $C_{\text{г}} \leq C_{\text{ст}}$. Кроме того, для газов тяжелее воздуха энергозапас E удваивается (т. е. для нашего случая).

Далее определяется класс горючего вещества по степени чувствительности к инициированию взрывных процессов по соответствующей таблице и тип окружающего пространства по загроможденности. Последнее сильно (через турбулизацию потока) влияет на протекание взрыва и усиливает ударную волну. Для рассматриваемых сценариев аварий целесообразно взять слабо загроможденное пространство (вид 4 по соответствующей таблице). Далее, по специальной таблице, по режиму взрывного горения вещества определяется диапазон скоростей распространения фронта пламени [5]. При этом если получается сверхзвуковое горение (детонация), то данный случай по сравнению с дефлаграцией гораздо опаснее [7].

Для вычисления параметров воздушной ударной волны на заданном расстоянии R от центра облака рассчитывается соответствующее безразмерное расстояние R_x (через энергозапас E и атмосферное давление P_0), безразмерное давление P_x и безразмерный импульс фазы сжатия I_x. При этом $R_x = R/(E/P_0)^{1/3}$.

После определения безразмерных величин давления и импульса фазы сжатия вычисляются соответствующие им размерные величины по формулам:

$$\Delta P = P_x \cdot P_0, \quad (2)$$

$$I = I_x \cdot (P_0)^{2/3} E^{1/3} / C_0. \tag{3}$$

Вероятность повреждений стен промышленных зданий (через пробит-функцию Pr_1), при которых возможно восстановление зданий без их сноса, с учетом фактора V_1 может оцениваться по соотношениям:

$$V_1 = \left(\frac{17500}{\Delta P}\right)^{8,4} + \left(\frac{290}{I}\right)^{9,3}; \tag{4}$$

$$Pr_1 = 5 - 0,26 \ln V_1. \tag{5}$$

Вероятность разрушений промышленных зданий, при которых здания подлежат сносу, оценивается по соотношениям с учетом фактора V_2:

$$V_2 = \left(\frac{40000}{\Delta P}\right)^{7,4} + \left(\frac{460}{I}\right)^{11,3}; \tag{6}$$

$$Pr_2 = 5 - 0,22 \ln V_2. \tag{7}$$

Получив значения пробит-функции, по табл. 1 можно определить уже само значение вероятности.

Поражающее действие ударной волны на людей помимо [5] можно оценить согласно [2]. Но следует отметить, что в последнем источнике избыточное давление волны для слабого поражения (10 кПа), согласно современным представлениям, несколько завышено.

Благодаря автоматизации расчетов можно достаточно быстро, путем «выхода» на определенное значение пробит-функции, оценить опасные зоны как для зданий, так и для людей (вручную производить такие расчеты трудоемко). Для этих целей достаточно ввести необходимый формульный аппарат (он достаточно громоздкий и в работе не приведен полностью), например, в электронные таблицы. Нахождение зон фактически сводится к изменению расстояния R от центра взрыва до рассматриваемых точек и нахождению требуемого значения пробит-функции и затем вероятности (см. табл. 1).

Таблица 1

Связь пробит-функции P (числа в клетках таблицы) и вероятности, выраженной в процентах

P, %	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0		2,67	2,95	3,12	3,25	3,38	3,45	3,52	3,59	3,66
10	3,72	3,77	3,82	3,86	3,92	3,96	4,01	4,05	4,08	4,12
20	4,16	4,19	4,23	4,26	4,29	4,33	4,36	4,39	4,42	4,45
30	4,48	4,5	4,53	4,56	4,59	4,61	4,64	4,67	4,69	4,72
40	4,75	4,77	4,8	4,82	4,85	4,87	4,9	4,92	4,95	4,97
50	5	5,03	5,05	5,08	5,1	5,13	5,15	5,18	5,2	5,23
60	5,25	5,28	5,31	5,33	5,36	5,39	5,41	5,44	5,47	5,5
70	5,52	5,55	5,58	5,61	5,64	5,67	5,71	5,74	5,77	5,81
80	5,84	5,88	5,92	5,95	5,99	6,04	6,08	6,13	6,18	6,23
90	6,28	6,34	6,41	6,48	6,55	6,64	6,75	6,88	7,05	7,33
99	7,33	7,37	7,41	7,46	7,51	7,58	7,65	7,75	7,88	8,09

Приведем расчет взрыва емкости объемом V = 5,07 м^3 сжиженного газа на расстоянии 100 м. Емкость в виду того, что сжиженный газ имеет высокий коэффициент объемного расширения, заполнится не полностью [6]. Учтем этот факт, введя коэффициент к объему 0,85.

Масса газа $M_г = 0,85 \cdot V \cdot \rho$, где ρ — плотность сжиженного газа. Согласно [6], плотность пропана при 0°C составляет 510 кг/м^3, а бутана (как средняя между н-бутаном и изо-бутаном) — примерно 590 кг/м^3. Учитывая, что пропана в топливе 75 %, а бутана 25 %, как указывалось выше, можно с достаточной точностью оценить среднюю плотность в 535–540 кг/м^3. Получаем, что $M_г = 0,85 \cdot 5,07 \cdot 540 = 2327$ кг. При расчете удельной теплоты сгорания $q_г$ учтем, что коэффициент β для пропана и бутана практически не различается (1,05 и 1,04 соответственно). Поэтому, так как пропана значительно больше, можно принять $\beta = 1,05$. В итоге величина $q_г = 44 \cdot 1,05 \cdot 10^6 = 46200000$ Дж/кг. Отсюда энергозапас $E = 2 \cdot M_г \cdot q_г = 2327 \cdot 46200000 = 2,15 \cdot 10^{11}$ Дж.

Далее по таблицам методики [5] находим ожидаемый диапазон скорости взрывного превращения — 4. Для него характерна дефлаграция, т. е. дозвуковое горение. При этом скорость фронта пламени составляет 150–200 м/с.

Определяем безразмерное расстояние R_x:

$$R_x = \frac{R}{\left(\frac{E}{P_0}\right)^{\frac{1}{3}}} = \frac{100}{\left(\frac{2{,}15\cdot 10^{11}}{101325}\right)^{\frac{1}{3}}} = 0,78.$$

Опуская промежуточные вычислений в итоге получаем:

$$\Delta P = P_x \cdot P_0 = 0,39 \cdot 101325 = 39001 \text{ Па};$$

$$I = \frac{I_x \cdot (P_0)^{\frac{2}{3}} \cdot E^{\frac{1}{3}}}{C_0} = \frac{0,039 \cdot 101325^{\frac{2}{3}} \cdot (2,03 \cdot 10^{11})^{\frac{1}{3}}}{340} = 1525 \text{ Па·с}.$$

Пробит-функция повреждений стен промышленных зданий, при которых возможно восстановление зданий без их сноса, с учетом фактора V_1:

$$V_1 = \left(\frac{17500}{\Delta P}\right)^{8{,}4} + \left(\frac{290}{I}\right)^{9{,}3} = \left(\frac{17500}{39001}\right)^{8{,}4} + \left(\frac{290}{1525}\right)^{9{,}3} = 0,00119;$$

$$Pr_1 = 5 - 0,26 \cdot \ln V_1 = 5 - 0,26 \cdot \ln 0,0005 = 6,75.$$

Согласно табл. 1 определяем, что вероятность восстановления стен промышленных зданий после повреждения без сноса самого здания составляет 96 %.

Пробит-функция повреждения промышленных зданий, при которых здания подлежат сносу, оценивается по соотношению Pr_2 с учетом фактора V_2:

$$V_2 = \left(\frac{40000}{\Delta P}\right)^{7{,}4} + \left(\frac{460}{I}\right)^{11{,}3} = \left(\frac{40000}{39001}\right)^{7{,}4} + \left(\frac{460}{1525}\right)^{11{,}3} = 1,20574;$$

$$Pr_2 = 5 - 0,22 \cdot \ln V_2 = 5 - 0,22 \cdot \ln 1,20574 = 4,96.$$

В итоге вероятность разрушений — 49 %. Как видно, для данного расстояния, судя по результатам, значительно преобладает сценарий повреждения, при котором здания могут быть восстановлены.

В ходе проведения моделирования поражающих факторов согласно [5] были замечены некоторые ее недочеты. Первое — отсутствие асимптотического приближения давления к нулю при увеличении расстояния и соответствующие отклонения пробит-функции. Данный факт объясняется неправильными знаками в формулах избыточного давления и импульса. В работе [3] также замечен данный факт и автором написано соответствующее письмо в Ростехнадзор.

Во-вторых, нами было замечено, что пробит-функция Pr_1 (вероятность восстановления стен без сноса самого здания) при приближении к центру взрыва не убывает, а, наоборот, возрастает. Это не логично, так как здания при этом должны получать большие повреждения. Для исправления данного недочета предлагаем сменить знак в формуле $Pr_1 = 5 - 0,26 \cdot \ln V_1$ с минуса на плюс. В результате мы приходим к более логичным результатам.

Проведем дальнейшие расчеты с учетом сделанных предложений. Для емкости 5,07 м^3 определим вероятности сценариев повреждения стен с последующим сносом здания (через Pr_2) и восстановления без сноса (через Pr_1) в зависимости от расстояния до центра взрыва R. Для табулированных значений R результаты представлены в табл. 2.

Таблица 2

Пробит-функции и вероятности повреждения зданий в зависимости от расстояния до центра взрыва для емкости 5,07 м^3

R, м	Pr_1	Вероятность восстановления без сноса, %	Pr_2	Вероятность сноса, %
50	1,378	0	6,35	91
100	3,25	4	4,96	49
150	4,27	23	4,2	21
200	5,11	54	3,57	8
250	5,78	78	3,07	3
300	6,29	90	2,69	1
350	6,68	95	2,4	0
400	7	98	2,16	0
450	7,27	98,5	1,96	0
500	7,49	99,3	1,79	0

Из таблицы видно, что с учетом предложенных исправлений вероятность восстановления без сноса, как положено, стремится к нулю при уменьшении расстояния. При R менее 100 м данная вероятность уже очень мала. На расстоянии более 300 м вероятность восстановления составляет 90 % и больше. Таким образом, можно получить оценки относительно безопасных радиусов вокруг взрыва для зданий с точки зрения пробит-функции Pr_1. Можно также рассуждать с точки зрения пробит-функции Pr_2 о вероятности сноса. В данном случае, при расстоянии менее 100 м, вероятность сноса будет больше 50 %. На расстоянии в 50 м вероятность сноса составляет уже 91 %.

Следует отметить, что более точный характер повреждения зданий и сооружений возможно определить через две характеристики. Первая — это величина ΔP избыточного давления на данном расстоянии. Вторая — конкретный тип здания или сооружения (кирпичное, из легкого железобетона, из металлического каркаса и т. д.). Далее оценку повреждений можно сделать, например, по [2] или по данным технической документации на строение.

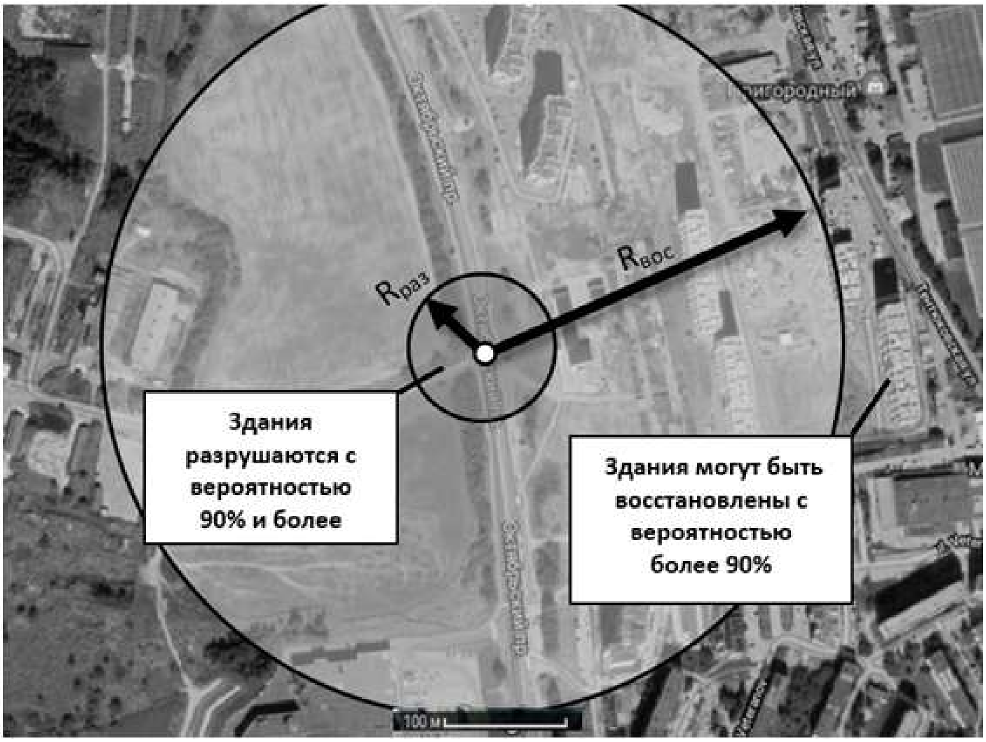

Рис. 1. Зоны воздействия ударной волны на здания при взрыве емкости 5.07 м^3

Напрямую радиус безопасных зон для промышленных зданий по данной методике установить затруднительно. Однако вполне можно определить внутренний радиус зоны восстановления и внешний радиус зоны сноса зданий. Формульный аппарат методики достаточно большой, поэтому целесообразно проводить моделирование в электронных таблицах (например, Excel) или пакетах типа Mathcad. В случае программы Excel удобно применить известную встроенную функцию обратных расчетов — анализ «что если».

Выберем условно в качестве высокой вероятности реализации сценария величину 90 % и найдем, как выше указывалось, радиусы опасных зон для емкости 5,07 м^3. Расчеты приходят к следующим результатам. Внутренний радиус зоны, в которой возможно восстановление зданий, составит $R_{\text{вос}} = 300$ м. Внешний радиус зоны разрушения $R_{\text{раз}} = 52$ м (см. рис. 1). Избыточное давление ΔP в ударной волне соответственно составит 9,72 кПа и 87,3 кПа.

Аналогичные расчеты параметров зон можно провести для других емкостей —10, 20, 31, 45, 50 м^3. Результаты приведены в табл. 3.

Таблица 3

Радиусы зон повреждения промышленных зданий для различных емкостей автоцистерн с сжиженным газом

Емкость автоцистерны, м^3	$R_{\text{раз}}$, м (ΔP, кПа)	$R_{\text{вос}}$, м (ΔP, кПа)
5,07	52 (87,3)	300 (9,7)
10	65 (87,8)	376 (9,7)
20	82 (87,8)	473 (9,7)
31	95 (87,4)	549 (9,7)
45	108 (86,9)	620 (9,7)
50	111 (87,8)	642 (9,7)

Из табл. 3 следует, что радиусы зон восстановления примерно в 5,8 раз больше, чем для зон разрушения. Также видно, что вероятности 90 % для зоны разрушения соответствуют избыточному давлению ΔP

ударной волны, примерно равному 87–88 кПа, а зоны восстановления — 9,7 кПа. Данные цифры можно сравнить с устоявшимися в научной литературе данными. Известно, что полное разрушение промышленных зданий обычно наблюдается в пределах 50–80 кПа, а слабые разрушения для тех же зданий начинаются с 10–20 кПа [2].

Из табл. 3 также следует, что зависимость радиусов зон сильно нелинейная. Так увеличение объема емкости примерно в 4 раза (с 5,07 до 20 м^3) приводит к увеличению радиусов зон всего на 25 %.

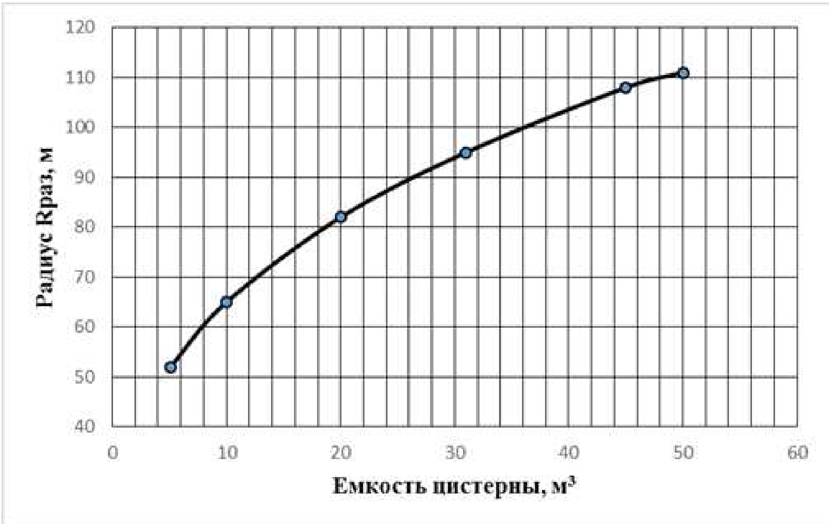

Рис. 2. Радиус зоны разрушения в зависимости от объема перевозимого сжиженного газа

Графики зависимости радиусов зон разрушения промышленных зданий и их возможного восстановления от объема емкостей с сжиженным газом приведены на рис. 2 и 3.

В результате проделанной работы можно сделать следующие выводы:

1. Методика [5] позволяет провести моделирование результатов аварийных взрывов автомобильных цистерн с сжиженным газом.

2. Для оценки опасных зон для промышленных зданий предлагается рассчитывать радиусы зон, в которых возможно восстановление без сноса построек, и радиусы зон, в которых последует снос зданий.

3. Представлены поправки, учет которых дает логически правильные результаты как для избыточного давления, так и для пробит-функции.

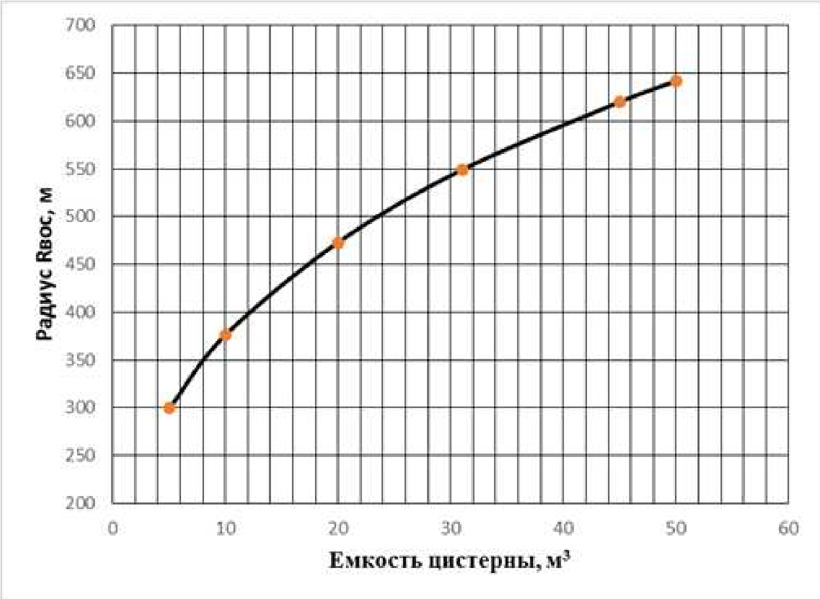

Рис. 3. Радиус зоны восстановления в зависимости от объема перевозимого сжиженного газа

4. Приведенные графики радиусов зон позволяют провести экспресс-оценку размеров опасных зон вокруг возможного места аварии.

Список литературы

1. Газовозы. Автоцистерны СУГ. URL: https://rodisgroup.ru (дата обращения 01.12.2018).

2. Защита объектов народного хозяйства от оружия массового поражения : справочник/ Г. П. Демиденко. 2-е изд., перераб. и доп. Киев: Выща шк., 1989. 287 с.

3. **Ивкина М. А.** Анализ «Методики оценки последствий аварийных взрывов топливно-воздушных смесей» // *Безопасность в чрезвычайных ситуациях : сборник научных трудов VIII Всероссийской научно-практической конференции. СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2017. С. 380–382.*

4. **Рачевский Б. С.** Сжиженные углеводородные газы. М.: Нефть и газ, 2009. 164 с.

5. Методика оценки последствий аварийных взрывов топливно-воздушных смесей : руководство по безопасности. Сер. 27. М.: Закрытое акционерное общество «Научно-технический центр исследования проблем промышленной безопасности», 2015. Вып. 15. 44 с.

6. **Стаскевич Н. Л., Северинец Г. Н., Вигдорчик Д. Я.** Справочник по газоснабжению и использованию газа. Л.: Недра, 1990. 762 с.

7. **Храмов Г. Н.** Горение и взрыв. СПб: Изд-во СПбГТУ, 2007. 278 с.

Summary

Golovataya O. S., Petrakov A. P., Shilov S. V. The calculation of hazardous areas explosion of tanks with liquefied gas

In the work the simulation of the damaging effect of shock wave in the explosion of liquefied gaswas carried out. Amendments to the normative method of calculationare made. Cases of transportation of gases in automobile tanks and their stationary placement are considered. The method of estimation of hazardous zones of industrial buildings is given.
Keywords: shock wave, defeat, liquefied gas.

References

1. *Gazovozy. Avtotsisterny SUG* (Gas carrier. Tankers), Liquefied petroleum gas. URL: https://rodisgroup.ru (date of the application: 28.11.2018).

2. *Zashchita ob'yektov narodnogo khozyaystva ot oruzhiya massovogo porazheniya* (Protection of objects of national economy from weapons of mass destruction), a Handbook, G. P. Demidenko, 2nd ed. Kiev, HighSchoolPubl., 1989, 287 p.

3. **Ivkina M. A.** Analiz «Metodiki otsenki posledstviy avariynykh vzryvov toplivno-vozdushnykh smesey» («Methods of estimation of consequences of emergency fuel-air mixtures explosions»), *Safety in emergency situations. Proc. of the VIII all-Russian scientific-practical conference*, Saint-Petersburg, Polytechnical University Publ., 2017, pp. 380–382.

4. **Rachevsky B. S.** *Szhizhennyye uglevodorodnyye gazy* (Liquefied petroleum gases), Moscow, Oil and gas Publ, 2009, 164p.

5. *Rukovodstvo po bezopasnosti «Metodika otsenki posledstviy avariynykh vzryvov toplivno-vozdushnykh smesey»* (Safety Guide «Methods for assessing the effects of emergency explosions of fuel-air mixtures»), series 27, issue 15, Moscow, Closed Joint Stock Company «Scientific and Technical Center for the Study of Industrial Safety Problems», 2015, 44 p.

6. **Staskevich N. L, Sevyarynets G. N., Vigdorchik D. Ya.** *Spravochnik po gazosnabzheniyu i ispol'zovaniyu gaza* (Handbook of gas supply and use of gas), Leningrad, NedraPubl, 1990, 762 p.

7. **Hramov G. N.** *Goreniye i vzryv* (Burning and explosion), Saint-Petersburg, St. Petersburg State Technical UniversityPubl, 2007, 278 p.

Для цитирования: Головатая О. С., Петраков А. П., Шилов С. В. Расчет опасных зон взрыва емкостей с сжиженным газом // *Вестник Сыктывкарского университета. Сер. 1: Математика. Механика. Информатика. 2018. Вып. 4 (29). С. 12–23.*

For citation: Golovataya O. S., Petrakov A. P., Shilov S. V. The calculation of hazardous areas explosion of tanks with liquefied gas, *Bulletin of Syktyvkar University. Series 1: Mathematics. Mechanics. Informatics*, 2018, 4 (29), pp. 12–23.

СГУ им. Питирима Сорокина *Поступила 22.01.2019*

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА И МЕХАНИКА

Вестник Сыктывкарского университета.
Серия 1: Математика. Механика. Информатика.
Выпуск 4 (29). 2018

УДК 614.8

СУБОПТИМАЛЬНЫЕ ПАРАМЕТРЫ В МЕТОДЕ АДДИТИВНОГО РАСЩЕПЛЕНИЯ

А. А. Холопов

Линейное уравнение $x = b - Ax$ в банаховом пространстве решается методом аддитивного расщепления, когда оператор A делится на несколько частей и применяется соответствующая итерационная процедура. Находятся субоптимальные параметры расщепления, которые с точностью до малого параметра максимально расширяют спектральную область сходимости.
Ключевые слова: операторное уравнение, спектральная область сходимости, субоптимальные параметры.

1. Задача оптимизации параметров МАР

Широкий класс задач математической физики и теории упругости сводится к решению операторного уравнения 2-го рода $x = b - Ax$ в банаховом пространстве с ограниченным линейным оператором $A : X \to X$. Обычно обратный оператор A^{-1} неограничен или не существует, а точные формулы для решения отсутствуют, и для нахождения применяют итерационные методы. Хорошо известно, что метод простых итераций $x_{p+1} = b - Ax_p$, $p = 0, 1, \ldots$ сходится при любых начальных значениях , если спектр оператора содержится в отрытом единичном круге B_1 комплексной плоскости. В общем случае для решения уравнения можно применять многослойные итерационные процедуры, в том числе метод аддитивного расщепления [1–3]:

$$x_{p+n} = b - \alpha_1 \cdot Ax_p - \alpha_2 \cdot Ax_{p+1} - \ldots - \alpha_n \cdot Ax_{p+n-1},\ p = 0, 1, \ldots\ n \in N, \quad (1)$$

где параметры $\alpha_1, \ldots, \alpha_n$ удовлетворяют соотношению

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \cdots + \alpha_n = 1. \quad (2)$$

Спектральной областью сходимости процедуры (1) – (2) является односвязное открытое множество (максимальное по отношению включения точек) комплексной плоскости, принадлежность которому спектра оператора A гарантирует сходимость этой процедуры. Для метода простых итераций (случай $n = 1$) спектральной областью сходимости является B_1. Выбор параметров n и $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ позволяет существенно расширить спектральную область сходимости (1) – (2) вдоль вещественной оси. Например, в [1] показано, что при $\alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_n = 1/n$ область сходимости содержит интервал $(-1, M)$ на вещественной оси с наибольшим значением $M = M^* = n$.

В работах [2; 3] для схемы MAP решалась оптимизационная задача о нахождении таких параметров α_i^*, при которых при заданном n спектральная область сходимости (1) – (2) содержала бы интервал $(-1, M)$ на вещественной оси с наибольшим значением $M = M^*$.

В работе [3] было показано, что для параметров α_i^*, и M^* должны быть справедливы формулы:

$$\begin{aligned} &\alpha_p^* = \frac{2p}{n+1} \cdot \sin \frac{p\pi}{n+1} \cdot \mathrm{tg} \frac{\pi}{2(n+1)}, \quad p = 1, \dots, n, \\ &M^* = \mathrm{ctg}^2 \frac{\pi}{2(n+1)}. \end{aligned} \tag{3}$$

При этих параметрах область сходимости представляет собой объединение m дизъюнктных областей G_i, $i = 1, \dots, m$, которые последовательно примыкают друг к другу в точках A_i вещественной оси: $0 < A_1 < A_2 < \dots < A_{m-1}$ (см. рис.1).

Однако точки $A_1, A_2, \dots$ не входят в область сходимости, а принадлежат границе области, поэтому *не весь* интервал $(-1, M^*)$ содержится в ней. Ясно также, что сформулированная в [2; 3] оптимизационная задача не имеет решения в точном смысле, а приведенные в (3) параметры α_i^* и M^* можно назвать лишь *псевдооптимальными.*

В данной работе задача оптимизации (вдоль вещественной оси) параметров $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ ставится следующим образом:

Найти $\alpha_1 = \alpha_1^*(\epsilon), \dots, \alpha_n = \alpha_n^*(\epsilon)$, $M^*(\epsilon)$, *зависящие от малого параметра* $\epsilon > 0$, *такие, что:*

1) интервал $(-1, M^*(\epsilon))$ *содержится в области сходимости (1)–(2);*

2) $M^*(\epsilon) = M^* - \epsilon$.

Такие параметры в дальнейшем будем называть *субоптимальными*, или ϵ-оптимальными. Условие 2) показывает близость субоптимальных параметров к псевдооптимальным. Условие 1) гарантирует сходимость

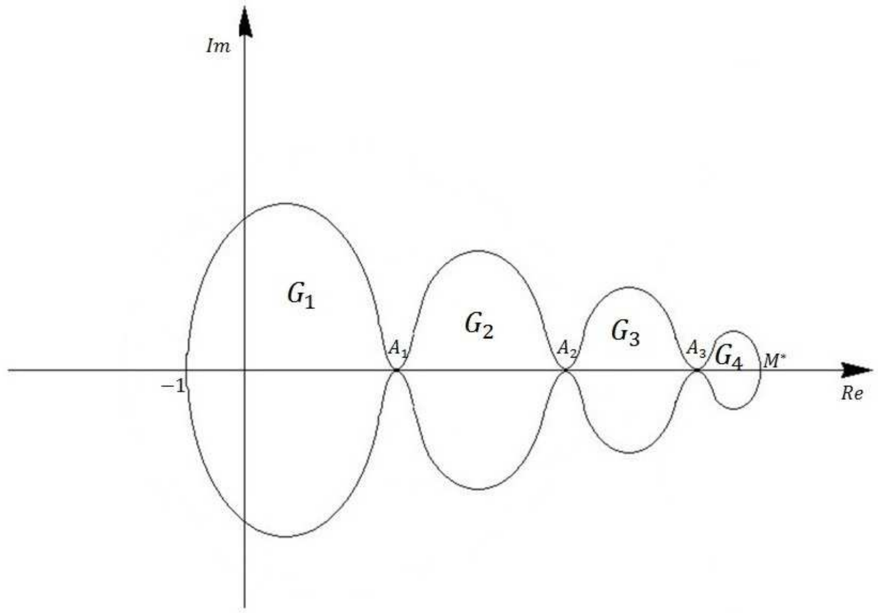

Рис. 1. Спектральная область сходимости (1) при $n = 8$

МАР в случае, когда оператор является самосопряженным и, следовательно, его спектр (вещественнозначный) лежит в указанном интервале.

2. Нахождение псевдооптимальных параметров МАР

Для изложения метода нахождения субоптимальных параметров необходимо вкратце пояснить вывод (3), так как способы получения субоптимальных и псевдооптимальных параметров вполне аналогичны.

Запишем МАР (1) в виде процедуры простых итераций. Пусть X^n — пространство вектор-столбцов из элементов X, I — тождественный оператор из $L(X)$, E — тождественный оператор из $L(X^n)$. Тогда из (1) следует

$$z_{p+1} = \begin{pmatrix} x_{p+1} \\ \dots \\ x_{p+n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & I & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & I \\ -\alpha_1 A & -\alpha_2 A & \dots & -\alpha_n A \end{pmatrix} \cdot \tag{4}$$
$$\cdot \begin{pmatrix} x_p \\ \dots \\ x_{p+n-1} \end{pmatrix} = \overline{b} + D \cdot z_p,$$

где линейный матричный оператор D действует из X^n в X^n. Так как (4) является методом простых итераций, то процедура MAP (1) – (2) сходится тогда и только тогда, когда все точки спектра D находятся в открытом единичном круге B_1.

Между спектром $\sigma(A)$ оператора A и спектром $\sigma(D)$ оператора D в [1; 2] установлена следующая связь:

$\mu \in \sigma(A) \Leftrightarrow \lambda \in \sigma(D)$, где комплексные числа μ, λ связаны формулой

$$\mu = -\frac{\lambda^n}{\alpha_n \lambda^{n-1} + \alpha_{n-1}\lambda^{n-} + \cdots + \alpha_2 \lambda + \alpha_1} = f(\lambda). \tag{5}$$

Рассмотрим функцию $g(\omega) = f(e^{-i\omega})$, $\omega \in (-\pi, \pi]$, отображающую границу области сходимости (4), т. е. единичную окружность в кривую (годограф) на комплексной плоскости, которая может иметь в силу многозначности (5) несколько точек самопересечения и разбивает комплексную плоскость на несколько областей. При этом спектральной областью сходимости (1) – (2) будет та область, которая содержит точку $\mu = 0$. Кривая $g(\omega)$ симметрична относительно вещественной оси: $Img(-\omega) = -Img(\omega)$, $\omega \in [0, \pi]$ и имеет вид:

$$g(\omega) = -\frac{R(\omega) + i \sin\omega \cdot Q(t)}{R^2(\omega) + \sin^2\omega \cdot Q^2(t)},$$

$$R(\omega) = \alpha_n \cos\omega + \alpha_{n-1}\cos 2\omega + \cdots + \alpha_2 \cos(n-1)\omega + \alpha_1 \cos n\omega, \tag{6}$$
$$Q(t) = \alpha_1 \cdot U_{n-1}(t) + \alpha_2 \cdot U_{n-2}(t) + \cdots + \alpha_n U_0(t),$$

где $t = \cos\omega$; $U_n(t) = \frac{\sin(n+1)\omega}{\sin\omega}$ — полиномы Чебышева II рода.

Кривая $g(\omega) = f(e^{-i\omega})$, $\omega \in (-\pi, \pi]$ пересекает вещественную ось при $\omega = 0$, $t = 1$ в точке $g(0) = f(1) = -\alpha_1 - \alpha_2 - \cdots - \alpha_n = -1$ и при $\omega = \pi$, $t = -1$ в точке $g(\pi) = f(-1) = \frac{1}{\alpha_n - \alpha_{n-1} + \cdots + (-1)^{n-1}\alpha_1} = M$.

Если предположить, что других точек пересечения кривой $g(\omega) = f(e^{-i\omega})$, $\omega \in (-\pi, \pi]$ с вещественной осью нет, что означает выполнение системы строгих неравенств $Q(t) > 0$, $t \in (-1, 1)$, то весь интервал $(-1, M)$ с положительными M будет находиться в области сходимости (1) – (2). Задача максимизации M в [2; 3] сведена к анализу возможных решений оптимизационной задачи с несчетным числом условий относительно неизвестных $\alpha_1, \ldots, \alpha_n$:

$$M = (\alpha_n - \alpha_{n-1} + \cdots + (-1)^n \alpha_1)^{-1} \to \sup,$$

$$Q(t) = \alpha_1 \cdot U_{n-1}(t) + \alpha_2 \cdot U_{n-2}(t) + \ldots + \alpha_n U_0(t) > 0 \quad \forall t = \cos\omega,\ \omega \in (0, \pi), \tag{7}$$

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \cdots + \alpha_n = 1.$$

Заметим, что условие положительности M будет выполнено, так как есть допустимое решение $\alpha_1 = \alpha_2 = \cdots = \alpha_{n-1} = 0$, $\alpha_n = 1$, при котором $M > 0$.

Так как обычно оптимизационные задачи с условиями строгого неравенства не имеют оптимальных решений, то условия $Q(t) > 0$, $t \in (-1, 1)$ в [2; 3] были заменены на условия $Q(t) \geq 0$, $t \in (-1, 1)$. Было показано, что решение задачи (7) возможно лишь в случае, когда корни $Q(t)$ имеют кратность 2 (за исключением корня $t = -1$ кратности 1 в случае четного n). Тогда несчетное число условий в (7) можно заменить конечным числом условий $Q(t_i) \geq 0$, $t_i \in (-1, 1)$ и решить соответствующую задачу линейного программирования, используя теорию двойственности ЗЛП. Решение приведено выше в виде формул (3). Тот факт, что полученные параметры являются лишь псевдооптимальными, заключается в том, что в точках $t_j = \cos\frac{(2j+1)\pi}{n+1}$, $j = 1, \ldots, k$, являющихся корнями «оптимального» полинома $Q^*(t)$, происходит касание кривой $g(\omega)$ вещественной оси во внутренних точках интервала $(-1, M)$, и эти точки *не входят* в область сходимости (1) – (2).

3. Нахождение субоптимальных параметров MAP

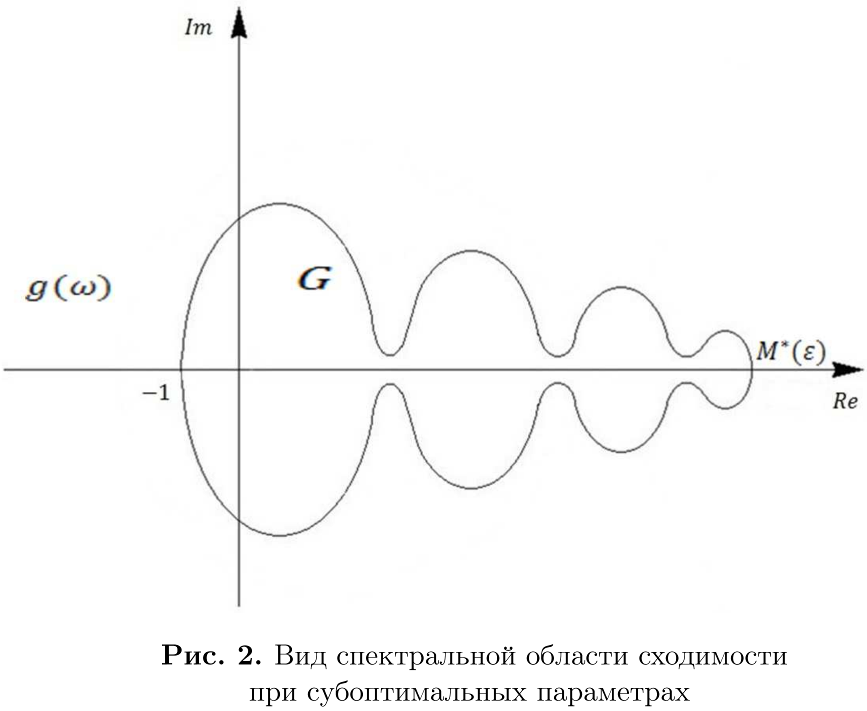

Рис. 2. Вид спектральной области сходимости при субоптимальных параметрах

Пусть $\delta > 0$, $\epsilon > 0$ — некоторые малые параметры. Зависимость их друг от друга будет приведена позже. Поставим оптимизационную задачу, заменив в (7) условия $Q(t) \geq 0$ на $Q(t) \geq \delta$. Таким образом, мы отодвигаем кривую $g(\omega)$ от вещественной оси на небольшое, но положительное при $\omega \neq 0, \pi$ расстояние (см. рис. 2).

Новая оптимизационная задача, так же как и (7), сводится к паре двойственных ЗЛП, одна из которых относительно переменных $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$ имеет вид

$$M^{-1} = \alpha_n - \alpha_{n-1} + \cdots + (-1)^n \alpha_1 \to \min$$

$$\begin{array}{l} Q(t_1) = \alpha_1 \cdot U_{n-1}(t_1) + \alpha_2 \cdot U_{n-2}(t_1) + \cdots + \alpha_n \cdot U_0(t_1) \geq \delta \sim W_1 \\ Q(t_2) = \alpha_1 \cdot U_{n-1}(t_2) + \alpha_2 \cdot U_{n-2}(t_2) + \cdots + \alpha_n \cdot U_0(t_2) \geq \delta \sim W_2 \\ \ldots \\ Q(t_m) = \alpha_1 \cdot U_{n-1}(t_m) + \alpha_2 \cdot U_{n-2}(t_m) + \cdots + \alpha_n \cdot U_0(t_m) \geq \delta \sim W_m \\ \alpha_1 + \alpha_2 + \cdots + \alpha_n = 1 \sim s, \end{array} \tag{8}$$

а двойственная к ней ЗЛП с двойственными переменными W_j, s имеет вид

$$H = s + \delta \cdot (W_1 + \cdots + W_m) \to \max \tag{9}$$

$$\begin{array}{l} U_{n-1}(t_1) \cdot W_1 + U_{n-1}(t_2) \cdot W_2 + \cdots + U_{n-1}(t_m) \cdot W_m + s = (-1)^{n-1} \sim \alpha_1 \\ U_{n-2}(t_1) \cdot W_1 + U_{n-2}(t_2) \cdot W_2 + \ldots + U_{n-2}(t_m) \cdot W_m + s = (-1)^{n-2} \sim \alpha_2 \\ \ldots \\ U_0(t_1) \cdot W_1 + U_0(t_2) \cdot W_2 + \ldots + U_0(t_m) \cdot W_m + s = 1 \sim \alpha_n \\ W_j \geq 0, \quad j = 1, \ldots, m. \end{array} \tag{10}$$

Новая задача решается вполне аналогично методом, данным в [2; 3]. Суть этого метода состоит в том, что система (10) *при произвольном* $m \geq n/2$ имеет *единственное* решение с точностью до нулевых значений W_j. Пусть $W_j^* > 0$, $j = 1, \ldots, k$, s^* — это ненулевые решения. Заметим, что решение системы $(9-10)$ и значения соответствующих t_j, $j = 1, \ldots, k$ не зависят от параметра δ и вполне аналогичны значениям при $\delta = 0$ из работы [3]. Выпишем эти решения при четном и нечетном n.

а) Нечетное $n = 2k+1$. Тогда $m = k$ и $t_j = \cos\frac{(2j+1)\pi}{n+1}$, $j = 0, 1, \ldots, k$.

$$W_j^* = 2\frac{t_0 - t_j}{(k+1)(1+t_0)},\ j = 1, \ldots, k;\quad s^* = 1 - \sum_{j=1}^{k} W_j^* = \frac{1-t_0}{1+t_0}. \tag{11}$$

Здесь использовано равенство $t_0 = 1 - \sum_{j=1}^{k} t_j$.

b) Четное $n = 2k+2$. Тогда $m = k+1$ и $t_j = \cos\frac{(2j+1)\pi}{n+1}$, $j = 0, 1, \ldots, k$, $t_m = -1$.

$$\begin{aligned} W_j^* &= 4\frac{t_0 - t_j}{(2k+3)(1+t_0)},\ j = 1, \ldots, k; \\ W_m^* &= \frac{2}{(2k+3)},\ s^* = 1 - \sum_{j=1}^{k} W_j^* = \frac{1-t_0}{1+t_0}. \end{aligned} \tag{12}$$

Здесь использовано равенство $t_0 = \frac{1}{2} - \sum_{j=1}^{k} t_j$.

Найдем значение целевой функции (9). Из (11), (12) следует

$$H^* = s^* + \delta \sum_{j=1}^{m} W_j^* = \frac{1 + t_0(2\delta - 1)}{1 + t_0}.$$

Оптимальное значение $P_m(-1) = M$ в задаче (8) обозначим через $M^*(\delta)$, а оптимальное решение (8), т. е. субоптимальные параметры процедуры (2), через $\alpha_j^*(\delta)$.

Из двойственности задач (8) и (9 – 10) следует

$$M^*(\delta) = (H^*)^{-1} = \frac{1 - t_0}{1 + t_0(2\delta - 1)}. \tag{13}$$

Так как для псевдооптимальных параметров α_j^* и M^* из (3) справедливо $M^* = M^*(0)$, то при малых δ верно приближение

$$M^*(\delta) = \frac{1+t_0}{1-t_0} \cdot \left[1 - \frac{2\delta t_0}{1 - t_0} + O(\delta)\right] = M^* - M^* \cdot \delta \cdot 2 \cdot \frac{\cos\frac{\pi}{n+1}}{1 - \cos\frac{\pi}{n+1}} + O(\delta).$$

Обозначим разницу правых границ интервала $(-1, M)$ в псевдооптимальном и субоптимальном случаях через ϵ: $\epsilon = M^* - M^*(\delta) > 0$, и получим связь параметра субоптимальности ϵ с параметром отклонения δ полинома $Q_m(t)$ от вещественной оси

$$\delta = \frac{\epsilon(1 - t_0)^2}{2t_0(1 + t_0 - \epsilon(1 - t_0))}. \tag{14}$$

Найдем теперь явные формулы для субоптимальных параметров $\alpha_j^*(\delta)$. С одной стороны, корни t_j, $j = 1, \ldots, m$ задаются формулами (11), (12) независимо от n. С другой стороны, по условиям дополняющей нежесткости для двойственных ЗЛП (8) и (9 – 10) получаем из положительности $W_j^* > 0$, $j = 1, \ldots, k$, s^*, что t_j являются корнями полинома $Q(t) - \delta = \alpha_1^*(\delta) \cdot U_{n-1}(t) + \alpha_2^*(\delta) \cdot U_{n-2}(t) + \cdots + \alpha_n^*(\delta) \cdot U_0(t) - \delta$.

Обозначим через

$$\beta_j^* = \frac{\alpha_j^*(\delta)}{1-\delta},\ j=1,\dots,n-1; \quad \beta_n^* = \frac{\alpha_n^*(\delta)-\delta}{1-\delta}. \tag{15}$$

Так как $U_0(t_j) \equiv 1$, то для β_j^* получаем m равенств вида

$$\begin{aligned} Q(t_j) - \delta = \beta_1^* \cdot U_{n-1}(t_j) + \beta_2^* \cdot U_{n-2}(t_j) + \dots + \\ + \beta_n^* \cdot U_0(t_j) = 0,\ j=1,\dots,m. \end{aligned} \tag{16}$$

Кроме того, условия касания кривой $g(\omega)-\delta$ вещественной оси во внутренних корнях t_j, $j=1,\dots,k$ полинома $Q(t)-\delta$ дают еще k равенств вида

$$\frac{dQ(t_j)}{dt} = 0,\ j=1,\dots,k. \tag{17}$$

Далее, условие $\alpha_1^*(\delta)+\alpha_2^*(\delta)+\dots+\alpha_n^*(\delta)-\delta = 1-\delta$ запишется в виде

$$\beta_1^* + \beta_2^* + \dots + \beta_n^* = 1. \tag{18}$$

Система СЛАУ (16–18) ничем не отличается от СЛАУ для α_j^* из [2; 3] и, как показано в [3], имеет единственное решение. Поэтому $\beta_j^* = \alpha_j^*$ и для них верна формула (3). Окончательно из (15) получаем для субоптимальных параметров выражения

$$\begin{aligned} &\alpha_p^*(\delta) = \alpha_p^*(1-\delta) = \frac{2p}{n+1}\cdot\sin\frac{p\pi}{n+1}\cdot\mathrm{tg}\frac{\pi}{2(n+1)}\cdot(1-\delta), \\ &p = 1,\dots,n-1, \\ &\alpha_n^*(\delta) = \alpha_n^*(1-\delta)+\delta = \frac{2n}{n+1}\cdot\sin\frac{n\pi}{n+1}\cdot\mathrm{tg}\frac{\pi}{2(n+1)}\cdot(1-\delta)+\delta, \\ &M^*(\delta) = \frac{1+t_0}{1+t_0(2\delta-1)} = \frac{1+\cos\frac{\pi}{n+1}}{1-(1-2\delta)\cdot\cos\frac{\pi}{n+1}}. \end{aligned} \tag{19}$$

Список литературы

1. **Никитенков В. Л. , Холопов А. А.** Оптимальные области сходимости линейных многослойных итерационных процедур // *Вопросы функционального анализа (теория меры, упорядоченные пространства, операторные уравнения) : межвуз. сб. науч. тр. Сыктывкар: Сыкт. ун-т, 1991. С. 134–142.*

2. **Никитенков В. Л., Холопов А. А.** Оптимальные параметры метода аддитивного расщепления (MAP) // *Вестник Сыктывкарского университета. Сер. 1. 2010. Вып. 12. С.53–70.*

3. **Никитенков В. Л., Холопов А. А.** Точные формулы для оптимальных параметров MAP // *Вестник Сыктывкарского университета. Сер. 1. 2011. Вып. 14. С. 67–94.*

Summary

Kholopov A. A. Suboptimal parameters in the method of additive splitting

An equation in a Banach space with continuous linear operator is solved by splitting A to some parts and using an appropriate iteration procedure. The suboptimal parameters of the splitting extend the spectral domain of convergence along the real axis as much as possible up to a small parameter.
Keywords: operator equation, spectral domain of convergence, suboptimal parameters.

References

1. **Nikitenkov V. L., Kholopov A. A.** Optimal'nyye oblasti skhodimosti lineynykh mnogosloynykh iteratsionnykh protsedur (Optimal areas of convergence of linear multilayer iterative procedures), *Voprosy funktsional'nogo analiza (teoriya mer, uporyadochennyye prostranstva, operatornyye uravneniya): mezhvuz. sb. nauch. tr.* (Questions of functional analysis (measure theory, ordered spaces, operator equations): Interst. Sat scientific tr.), Syktyvkar: Sykt. un-t 1991, pp. 134–142.

2. **Nikitenkov V. L., Kholopov A. A.** Optimal'nyye parametry metoda additivnogo rasshchepleniya (MAR) (The optimal parameters of the method of additive splitting (MAP)), *Bulletin of the Syktyvkar University*, ser. 1, 2010, no. 12, pp. 53–70.

3. **Nikitenkov V. L., Kholopov A. A.** Tochnyye formuly dlya optimal'nykh parametrov MAR (Exact formulas for optimal MAR parameters), *Bulletin of Syktyvkar University*, ser. 1, 2011, no. 14, pp. 67–94.

Для цитирования: Холопов А. А. Субоптимальные параметры в методе аддитивного расщепления // *Вестник Сыктывкарского университета. Сер. 1: Математика. Механика. Информатика. 2018. Вып. 4 (29). С. 24–33.*

For citation: Kholopov A. A. Suboptimal parameters in the method of additive splitting, *Bulletin of Syktyvkar University. Series 1: Mathematics. Mechanics. Informatics*, 2018, 4 (29), pp. 24–33.

СГУ им. Питирима Сорокина *Поступила 22.01.2019*

МАТЕМАТИКА

Вестник Сыктывкарского университета.
Серия 1: Математика. Механика. Информатика.
Выпуск 4 (29). 2018

УДК 517.977

СМЕШАННАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ОДНОЙ СИСТЕМЫ С АКУСТИЧЕСКИМИ УСЛОВИЯМИ СОПРЯЖЕНИЯ

С. Э. Исаева

В данной работе рассматривается смешанная задача для системы гиперболических уравнений с акустическими условиями сопряжения. Доказана теорема о существовании слабого решения для рассматриваемой задачи. Использован метод Галеркина.
Ключевые слова: акустические условия сопряжения, граничное условие Дирихле, смешанная задача, слабое решение, метод Галеркина.

1. Введение

Акустические граничные условия были введены в работе [1] (см. также [2] — [6]). В работе [1] авторы выводят уравнения

$$u_{tt} - \Delta u = 0 \quad \text{в} \quad \Omega \times (0, \infty)\,,$$

$$\frac{\partial u}{\partial \nu} = \delta_t \quad \text{на} \quad \Gamma \times (0, \infty)\,,$$

$$m\delta_{tt} + d\delta_t + k\delta = -\rho_0 u_t \quad \text{на} \quad \Gamma \times (0, \infty)$$

как теоретическую модель, описывающую акустическое волновое движение жидкости; здесь $\rho_0 = \rho_0(x)$, $m = m(x)$, $d = d(x)$, $k = k(x)$ — физически известные величины, $u(x,t)$ — потенциал скоростей жидкости и $\delta(x,t)$ — перемещение точки $x \in \Gamma$ в момент времени t в направлении нормали границы Γ в этой точке. Для получения этой модели предположено, что каждая точка поверхности Γ реагирует как струна на избыточное давление акустической волны и что разные точки Γ не взаимодействуют друг с другом.

Задачи сопряжения возникают в некоторых приложениях физики и биологии. В данной работе рассматривается смешанная задача для системы гиперболических уравнений с акустическими условиями сопряжения, которая моделирует поперечные акустические колебания мембраны, состоящей из двух разных материалов. С помощью метода Галеркина доказана теорема о существовании слабого решения для рассматриваемой задачи.

2. Постановка задачи и основные результаты

Пусть $\Omega \subset R^N \,(N \geqslant 1)$ — ограниченная область с достаточно гладкой границей Γ_1, $\Omega_2 \subset \Omega$ — ограниченная подобласть с достаточно гладкой границей Γ_2 и $\Omega_1 = \Omega \backslash (\Omega_2 \bigcup \Gamma_2)$ — с границей $\Gamma_1 \bigcup \Gamma_2$, причем $\Gamma_1 \bigcap \Gamma_2 = \varnothing$. Рассмотрим систему

$$u_{tt} - \Delta u = f_1\,, \qquad (x,t) \in \Omega_1 \times (0,T)\ , \tag{1}$$

$$\upsilon_{tt} - \Delta \upsilon = f_2\,, \qquad (x,t) \in \Omega_2 \times (0,T) \tag{2}$$

с граничными условиями

$$u = 0, \qquad (x,t) \in \Gamma_1 \times (0,T)\,, \tag{3}$$

$$m\delta_{tt} + d\delta_t + k\delta = -\rho_0 u_t, \quad (x,t) \in \Gamma_2 \times (0,T)\,, \tag{4}$$

$$\delta_t = \frac{\partial u}{\partial \nu} - \frac{\partial \upsilon}{\partial \nu},\ \ u = \upsilon\,, \quad (x,t) \in \Gamma_2 \times (0,T) \tag{5}$$

и с начальными условиями

$$u\,|_{t=0} = u_0\,, u_t\,|_{t=0} = u_1\ , \quad x \in \bar{\Omega}_1, \tag{6}$$

$$\upsilon\,|_{t=0} = \upsilon_0\,, \upsilon_t\,|_{t=0} = \upsilon_1\ , \quad x \in \bar{\Omega}_2, \tag{7}$$

$$\delta\,|_{t=0} = \delta_0\,,\ \delta_t\,|_{t=0} = \frac{\partial u_0}{\partial \nu} - \frac{\partial \upsilon_0}{\partial \nu} \equiv \delta_1, \quad x \in \bar{\Gamma}_2, \tag{8}$$

где $m = m\,(x)\,,\, d = d\,(x)\,,\, k = k\,(x)\,, \rho_0 = \rho_0\,(x)\ :\ \Gamma_2 \to R$ — известные функции, $\nu\,(x)$ — внешний единичный вектор границы Γ_2. Граничные условия (4) — (5) на части Γ_2 границы Γ называются акустическими условиями сопряжения. Введем подпространство $H^1_{\Gamma_1}(\Omega_1)$ пространства $H^1(\Omega_1)$:

$$H^1_{\Gamma_1}(\Omega_1) = \left\{\, u \in H^1(\Omega_1) :\ \gamma_0\,(u) = 0 \ \text{ п.в. на } \Gamma_1 \right\},$$

где $\gamma_0: \ H^1(\Omega_1) \to H^{\frac{1}{2}}(\Omega_1)$ — оператор следа нулевого порядка (см. [7]). Предполагается, что

$$\begin{gathered} u_0 \in H^1_{\Gamma_1}(\Omega_1), \ u_1 \in L^2(\Omega_1), \\ \upsilon_0 \in H^1(\Omega_2), \upsilon_1 \in L^2(\Omega_2), \delta_0, \delta_1 \in L^2(\Gamma_2), \end{gathered} \tag{9}$$

$$f_1 \in L^2(\Omega_1 \times (0,T)) \ , \ f_2 \in L^2(\Omega_2 \times (0,T)) \ . \tag{10}$$

Определение. Семейство функций $(u(x,t), \upsilon(x,t), \delta(x,t))$, таких, что

$$u \in L^\infty\left(0,T; H^1_{\Gamma_1}(\Omega_1)\right), u_t \in L^\infty\left(0,T; L^2(\Omega_1)\right),$$

$$\upsilon \in L^\infty\left(0,T; H^1(\Omega_2)\right), \upsilon_t \in L^\infty\left(0,T; L^2(\Omega_2)\right),$$

$$\delta, \ \delta_t \in L^\infty\left(0,T; L^2(\Gamma_2)\right)$$

и для которых удовлетворяются равенства

$$\frac{d}{dt}(u_t, \varphi)_1 + (\nabla u, \nabla\varphi)_1 - \left(\frac{\partial u}{\partial\nu}, \gamma_0(\varphi)\right)_{\Gamma_2} =$$

$$= (f_1, \varphi)_1 \text{ для } \ \forall\varphi \in H^1_{\Gamma_1}(\Omega_1), \tag{11}$$

$$\frac{d}{dt}(\upsilon_t, \psi)_2 + (\nabla\upsilon, \nabla\psi)_2 + \left(\frac{\partial\upsilon}{\partial\nu}, \gamma_0(\psi)\right)_{\Gamma_2} =$$

$$= (f_2, \psi)_2 \text{ для } \ \forall\psi \in H^1(\Omega_2), \tag{12}$$

$$\frac{d}{dt}(m\delta_t, e)_{\Gamma_2} + (\rho_0\gamma_0(u_t), e)_{\Gamma_2} +$$

$$+ (d\delta_t + k\delta, e)_{\Gamma_2} = 0 \ \text{ для } \ \forall e \in L^2(\Gamma_2) \tag{13}$$

(в смысле распределений в $D'(0,T)$),

$$\delta_t = \frac{\partial u}{\partial\nu} - \frac{\partial\upsilon}{\partial\nu}, \ \ u_t = \upsilon_t\,, \quad (x,t) \in \Gamma_2 \times]0,T[\,, \tag{14}$$

$$u\,|_{t=0} = u_0\,, u_t\,|_{t=0} = u_1\,, \ x \in \Omega_1, \tag{15}$$

$$\upsilon\,|_{t=0} = \upsilon_0\,, \upsilon_t\,|_{t=0} = \upsilon_1\,, \ x \in \Omega_2, \tag{16}$$

$$\delta\,|_{t=0} = \delta_0\,, \ \ \delta_t\,|_{t=0} = \delta_1\,, \ x \in \Gamma_2, \tag{17}$$

называется слабым решением задачи (1) — (8).

Отметим, что через $(\cdot\,,\,\cdot)_1\,,\,(\cdot\,,\,\cdot)_2$ обозначены скалярные произведения в $L^2\left(\Omega_1\right),\ L^2\left(\Omega_2\right)$ соответственно.

Теорема 1. *Пусть выполнены условия* (9) — (10) *и*

$$m,\,d,\,k,\rho_0\,\in C\left(\,\bar{\Gamma}_2\right)\,,\ m\geqslant 0,\ d>0,\ k\geqslant 0,\rho_0>0$$

для $\forall x\in\bar{\Gamma}_2$. *Тогда задача* (1) — (8) *имеет слабое решение* (u,υ,δ).

Доказательство. Пусть $\{\,\varphi_j\}\,,\,\{\,\psi_j\}$ и $\{\,e_j\}\,(j\in N)$ — ортогональные системы в пространствах $H^1_{\Gamma_1}\left(\Omega_1\right)\,,H^1\left(\Omega_2\right)$ и $L^2\left(\Gamma_2\right)$ соответственно. Так как $\Gamma_1\,,\,\Gamma_2$ являются достаточно гладкими, то $\varphi_j\in H^1_{\Gamma_1}\left(\Omega_1\right)\bigcap L^\infty\left(\Omega_1\right)$ и $\psi_j\in H^1\left(\Omega_2\right)\bigcap L^\infty\left(\Omega_2\right)$. Рассмотрим функции

$$u_m:\ \ \Omega_1\times[0,T_m]\,\rightarrow\,R,$$

$$\upsilon_m:\ \ \Omega_2\times[0,T_m]\,\rightarrow\,R,$$

$$\delta_m:\ \ \Gamma_2\times[0,T_m]\,\rightarrow\,R$$

для любого $m\in N$, такие, что

$$u_m\left(x,t\right)=\sum_{j=1}^{m}\alpha_{jm}\left(t\right)\,\varphi_j\left(x\right)\,,$$

$$\upsilon_m\left(x,t\right)=\sum_{j=1}^{m}\beta_{jm}\left(t\right)\,\psi_j\left(x\right)\,,$$

$$\delta_m\left(x,t\right)=\sum_{j=1}^{m}\eta_{jm}\left(t\right)\,e_j\left(x\right)$$

и которые являются решениями следующей задачи (т. е. коэффициенты $\alpha_{jm}\left(t\right)\,,\ \beta_{jm}\left(t\right)\,,\,\eta_{jm}\left(t\right)$ удовлетворяют следующей системе):

$$\left(u_{mtt},\,\varphi_j\right)_1+\left(\nabla u_m,\,\nabla\varphi_j\right)_1-\left(\frac{\partial u_m}{\partial\nu},\,\gamma_0\left(\varphi_j\right)\right)_{\Gamma_2}=\left(f_1,\,\varphi_j\right)_1, \tag{18}$$

$$\left(\upsilon_{mtt},\,\psi_j\right)_2+\left(\nabla\upsilon_m,\,\nabla\psi_j\right)_2+\left(\frac{\partial\upsilon_m}{\partial\nu},\,\gamma_0\left(\psi_j\right)\right)_{\Gamma_2}=\left(f_2,\,\psi_j\right)_2, \tag{19}$$

$$\left(m\delta_{mtt}+\rho_0\gamma_0\left(u_{mt}\right)+d\delta_{mt}+k\delta_m,\,e_j\right)_{\Gamma_2}=0, \tag{20}$$

$$\delta_{mt}=\frac{\partial u_m}{\partial\nu}-\frac{\partial\upsilon_m}{\partial\nu},\ \ u_m=\upsilon_m\,,\quad(x,t)\in\Gamma_2\times(0,T)\,, \tag{21}$$

$$u_m(x,0)=u_{0m}(x)=\sum_{j=1}^{m}\alpha_{jm}(0)\ \varphi_j(x)\ \ \Rightarrow\ \ \alpha_{jm}(0)=(u_0,\,\varphi_j)_1\,, \tag{22}$$

$$u_{m_t}(x,0)=u_{1m}(x)=\sum_{j=1}^{m}\alpha'_{jm}(0)\ \varphi_j(x)\ \ \Rightarrow\ \ \alpha'_{jm}(0)=(u_1,\,\varphi_j)_1\,, \tag{23}$$

$$\upsilon_m(x,0)=\upsilon_{0m}(x)=\sum_{j=1}^{m}\beta_{jm}(0)\ \psi_j(x)\ \ \Rightarrow\ \ \beta_{jm}(0)=(\upsilon_0,\,\psi_j)_2\,, \tag{24}$$

$$\upsilon_{m_t}(x,0)=\upsilon_{1m}(x)=\sum_{j=1}^{m}\beta'_{jm}(0)\ \psi_j(x)\ \ \Rightarrow\ \ \beta'_{jm}(0)=(\upsilon_1,\,\psi_j)_2\,, \tag{25}$$

$$\delta_m(x,0)=\delta_{0m}(x)=\sum_{j=1}^{m}\eta_{jm}(0)\ e_j(x)\ \ \Rightarrow\ \ \eta_{jm}(0)=(\delta_0,\,e_j)_{\Gamma_2}\,, \tag{26}$$

$$\delta_{mt}(x,0)=\delta_{1m}(x)=\sum_{j=1}^{m}\eta'_{jm}(0)\ e_j(x)\ \ \Rightarrow\ \ \eta'_{jm}(0)=(\delta_1,\,e_j)_{\Gamma_2}\,. \tag{27}$$

Существование локальных решений $(u_m,\upsilon_m,\delta_m)_{m\in N}$ очевидно, так как (18) — (27) является задачей Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений (теорема Пеано). Умножая (18), (19), (20) на $\alpha_{jm}(t)$, $\beta_{jm}(t)$, $\eta_{jm}(t)$ соответственно и суммируя по $j=1,...,m$, получаем

$$(u_{mtt},\,\varphi)_1+(\nabla u_m,\,\nabla\varphi)_1-\left(\frac{\partial u_m}{\partial\nu},\,\gamma_0(\varphi)\right)_{\Gamma_2}=(f_1,\,\varphi)_1\ , \tag{28}$$

$$(\upsilon_{mtt},\,\psi)_2+(\nabla\upsilon_m,\,\nabla\psi)_2+\left(\frac{\partial\upsilon_m}{\partial\nu},\,\gamma_0(\psi)\right)_{\Gamma_2}=(f_2,\,\psi)_2\ , \tag{29}$$

$$(m\delta_{mtt}+\rho_0\gamma_0(u_{mt})+d\delta_{mt}+k\delta_m,\,e)_{\Gamma_2}=0 \tag{30}$$

для $\forall\varphi\in Span\ \{\varphi_1,\,\varphi_2,...,\,\varphi_m\,,...\}$, $\forall\psi\in Span\ \{\psi_1,\,\psi_2,...,\,\psi_m\,,...\}$, $\forall e\in Span\ \{e_1,\,e_2,...,\,e_m\,,...\}$. Полагая $\varphi=2u_{mt}$, $\psi=2\upsilon_{mt}$, $e=2\delta_{mt}$ в (28) — (30), получаем

$$\tfrac{d}{dt}\left\|u_{mt}\right\|_1^2+\tfrac{d}{dt}\left\|\nabla u_m\right\|_1^2-\left(\frac{\partial u_m}{\partial\nu},\,\gamma_0(2u_{mt})\right)_{\Gamma_2}=(f_1,\,2u_{mt})_1\ ,$$

$$\tfrac{d}{dt}\left\|\upsilon_{mt}\right\|_2^2+\tfrac{d}{dt}\left\|\nabla\upsilon_m\right\|_2^2+\left(\frac{\partial\upsilon_m}{\partial\nu},\,\gamma_0(2\upsilon_{mt})\right)_{\Gamma_2}=(f_2,\,2\upsilon_{mt})_2\ ,$$

$$\tfrac{d}{dt}\left\|\sqrt{\frac{m}{\rho_0}}\delta_{mt}\right\|^2_{\Gamma_2}+2\left\|\sqrt{\frac{d}{\rho_0}}\delta_{mt}\right\|^2_{\Gamma_2}+\tfrac{d}{dt}\left\|\sqrt{\frac{k}{\rho_0}}\delta_{m}\right\|^2_{\Gamma_2}+\left(\gamma_0\left(u_{mt}\right),\,2\delta_{mt}\right)_{\Gamma_2}=0$$

или учитывая (21):

$$\tfrac{d}{dt}\left(\|u_{mt}\|_1^2+\|\nabla u_m\|_1^2+\|\upsilon_{mt}\|_2^2+\|\nabla\upsilon_m\|_2^2\right)-\left(\tfrac{\partial u_m}{\partial\nu}-\tfrac{\partial\upsilon_m}{\partial\nu},\,\gamma_0\left(2u_{mt}\right)\right)_{\Gamma_2}=$$
$$=\left(f_1,\,2u_{mt}\right)_1+\left(f_2,\,2\upsilon_{mt}\right)_2\,,$$

$$\tfrac{d}{dt}\left(\left\|\sqrt{\frac{m}{\rho_0}}\delta_{mt}\right\|^2_{\Gamma_2}+\left\|\sqrt{\frac{k}{\rho_0}}\delta_{m}\right\|^2_{\Gamma_2}\right)+2\left\|\sqrt{\frac{d}{\rho_0}}\delta_{mt}\right\|^2_{\Gamma_2}+\left(\gamma_0\left(u_{mt}\right),\,2\delta_{mt}\right)_{\Gamma_2}=0.$$

Суммируя последние равенства и учитывая (21), имеем

$$\tfrac{d}{dt}\left(\|u_{mt}\|_1^2+\|\nabla u_m\|_1^2+\|\upsilon_{mt}\|_2^2+\|\nabla\upsilon_m\|_2^2+\left\|\sqrt{\tfrac{m}{\rho_0}}\delta_{mt}\right\|^2_{\Gamma_2}+\left\|\sqrt{\tfrac{k}{\rho_0}}\delta_{m}\right\|^2_{\Gamma_2}\right)+$$
$$+2\left\|\sqrt{\tfrac{d}{\rho_0}}\delta_{mt}\right\|^2_{\Gamma_2}=\left(f_1,\,2u_{mt}\right)_1+\left(f_2,\,2\upsilon_{mt}\right)_2\,,$$

откуда, интегрируя от 0 до t ($t\leqslant T_m$), получаем

$$\|u_{mt}\|_1^2+\|\nabla u_m\|_1^2+\|\upsilon_{mt}\|_2^2+\|\nabla\upsilon_m\|_2^2+\left\|\sqrt{\frac{k}{\rho_0}}\delta_{m}\right\|^2_{\Gamma_2}+\left\|\sqrt{\frac{m}{\rho_0}}\delta_{mt}\right\|^2_{\Gamma_2}-$$
$$-\left(\|u_{1m}\|_1^2+\|\nabla u_{0m}\|_1^2+\|\upsilon_{1m}\|_2^2+\|\nabla\upsilon_{0m}\|_2^2+\left\|\sqrt{\frac{k}{\rho_0}}\delta_{0m}\right\|^2_{\Gamma_2}+\left\|\sqrt{\frac{m}{\rho_0}}\delta_{1m}\right\|^2_{\Gamma_2}\right)+$$
$$+2\int_0^t\left\|\sqrt{\frac{d}{\rho_0}}\delta_{mt}\right\|^2_{\Gamma_2}d\tau\;=\int_0^t\left(f_1,\,2u_{mt}\right)_1d\tau\;+\int_0^t\left(f_2,\,2\upsilon_{mt}\right)_2\,d\tau.$$

Отсюда в силу (9), (10) имеем

$$\|u_{mt}\|_1^2+\|\nabla u_m\|_1^2+\|\upsilon_{mt}\|_2^2+\|\nabla\upsilon_m\|_2^2+\left\|\sqrt{\frac{k}{\rho_0}}\delta_{m}\right\|^2_{\Gamma_2}+\left\|\sqrt{\frac{m}{\rho_0}}\delta_{mt}\right\|^2_{\Gamma_2}+$$
$$+2\int_0^t\left\|\sqrt{\frac{d}{\rho_0}}\delta_{mt}\right\|^2_{\Gamma_2}d\tau\;\leqslant C_1+\int_0^t\left(\|u_{mt}\|_1^2+\|\upsilon_{mt}\|_2^2\right)\,d\tau,$$

где C_1 — положительная константа, не зависящая от m. Применяя лемму Гронуолла в последнем неравенстве, можем получить, что

$$\|u_{mt}\|_1^2+\|\nabla u_m\|_1^2+\|\upsilon_{mt}\|_2^2+\|\nabla \upsilon_m\|_2^2+\|\delta_{mt}\|_{\Gamma_2}^2+\|\delta_m\|_{\Gamma_2}^2+\int_0^t \|\delta_{mt}\|_{\Gamma_2}^2\, d\tau \leqslant C\ ,$$

где C — положительная константа не зависящая от m. Поэтому переходя к пределу в (28) — (30), (21) — (27) при $m \to \infty$, получаем (11) — (17).

Теорема доказана.

3. Заключение

В работе рассмотрена смешанная задача для системы гиперболических уравнений с акустическими условиями сопряжения, которая моделирует поперечные акустические колебания мембраны, состоящей из двух разных материалов Ω_1 и Ω_2. Доказана теорема о существовании слабого решения для рассматриваемой задачи.

Список литературы

1. **Beale J. T., Rosencrans I.** Acoustic boundary conditions // *Bull. Amer. Math.Soc. 1974. 80. Pp. 1276–1278.*

2. **Beale J. T.** Spectral properties of an acoustic boundary condition // *Indiana Univ. Math. J. 1976. 25. Pp. 895–917.*

3. **Beale J. T.** Acoustic scattering from locally reating surfaces // *Indiana Univ. Math. J. 1977. 26. Pp. 199–222.*

4. **Cousin A. T., Frota C. L., Larkin N. A.** On a system of Klein-Gordon type equations with acoustic boundary conditions // *J. Math. Appl. 2004. 293. Pp. 293–309.*

5. **Frota C. L., Cousin A. T., Larkin N. A.** Global solvability and asymptotic behaviour of a hyperbolic problem with acoustic boundary conditions // *Funkcial. Ekvac. 2001, vol. 44, n. 3. Pp. 471–485.*

6. **Jeong J. M., Park J. Y., Kang Y. H.** Global nonexistence of solutions for a quasilinear wave equation with acoustic boundary conditions // *Jeong et al. Boundary Value Problems. 2017. 42. Pp. 1–10.*

7. **Лионс Ж. Л., Мадженес Э.** Неоднородные граничные задачи и их приложения. М.: Мир, 1971, 357 с.

Summary

Isayeva S. E. The initial boundary value problem for one system with acoustic transmission conditions

In this work we consider the initial-boundary value problem for one system of hyperbolic equations with acoustic transmission conditions. We prove the existence of weak solutions for this problem. Faedo-Galerkin method is used.

Keywords: acoustic transmission conditions, Dirichlet boundary condition, initial-boundary value problem, weak solution, Faedo-Galerkin method.

References

1. **Beale J. T., Rosencrans I.** Acoustic boundary conditions, *Bull. Amer. Math.Soc.*, 1974, 80, pp. 1276–1278.

2. **Beale J. T.** Spectral properties of an acoustic boundary condition, *Indiana Univ. Math. J.*, 1976, 25, pp. 895–917.

3. **Beale J. T.** Acoustic scattering from locally reating surfaces, *Indiana Univ. Math. J.*, 1977, 26, pp. 199–222.

4. **Cousin A. T., Frota C. L., Larkin N. A.** On a system of Klein-Gordon type equations with acoustic boundary conditions, *J. Math. Appl.*, 2004, 293, pp. 293–309.

5. **Frota C. L., Cousin A. T., Larkin N. A.** Global solvability and asymptotic behaviour of a hyperbolic problem with acoustic boundary conditions, *Funkcial. Ekvac.*, 2001, vol. 44, no. 3, pp. 471–485.

6. **Jeong J. M., Park J. Y., Kang Y. H.** Global nonexistence of solutions for a quasilinear wave equation with acoustic boundary conditions, *Jeong et al. Boundary Value Problems*, 2017, 42, pp. 1–10.

7. **Lions J. L., Magenes E.** *Neodnorodnyye granichnyye zadachi i ikh prilozheniya* (Inhomogeneous boundary value problems and their applications). Moscow, World Publ., 1971, 357 p.

Для цитирования: Исаева С. Э. Смешанная задача для одной системы с акустическими условиями сопряжения // *Вестник Сыктывкарского университета. Сер. 1: Математика. Механика. Информатика. 2018. Вып. 4 (29). С. 34–42.*

For citation: Isayeva S. E. The initial boundary value problem for one system with acoustic transmission conditions, *Bulletin of Syktyvkar University. Series 1: Mathematics. Mechanics. Informatics*, 2018, 4 (29), pp. 34–42.

Бакинский государственный университет *Поступила 15.01.2019*

Вестник Сыктывкарского университета.
Серия 1: Математика. Механика. Информатика.
Выпуск 4 (29). 2018

УДК 519.816

МНОГОКРИТЕРИАЛЬНЫЙ АЛЬТЕРНАТИВНЫЙ ВЫБОР НА ОСНОВЕ ПРАВИЛ НЕЧЕТКОГО УСЛОВНОГО ВЫВОДА

В. Г. Чернов

Рассматривается решение задачи многокритериального альтернативного выбора в условиях нестатистической неопределенности на основе правил нечеткого условного вывода, когда оценки альтернатив по критериям имеют форму нечетких лингвистических утверждений, а получение решения выполняется не на основе свертки критериев в условной части правил, а на основе свертки частных импликаций для критериев.

Ключевые слова: многокритериальный альтернативный выбор, нечеткое множество, функция принадлежности, нечеткий условный вывод, импликация.

В управлении экономическими системами различного уровня одной из наиболее ответственных и трудных задач является принятие решений. Это объясняется высокой степенью ответственности за последствия принятых решений, сложностью задачи, а также тем, что решения приходится принимать в условиях многокритериальности при противоречивости критериальных требований, неопределенности исходных данных, в частности неопределенности оценок соответствия альтернативных решений требованиям критериев, которая имеет преимущественно нестатистический характер. Решение задач многокритериального альтернативного выбора в условиях неопределенности соответствия альтернатив требованиям критериев можно производить методами, в частности, с использованием правил нечеткого условного вывода (ПНВ). В этом случае основу системы поддержки принятия решений составляет база знаний, образованная совокупностью правил типа «если <условие>, то <вывод»>, в которых и условная часть, и вывод —

это нечеткие лингвистические утверждения, которые формализуются нечеткими множествами. Построение ПНВ выполняется экспертным путем и составляет отдельную, весьма сложную задачу, выходящую за рамки данного исследования. В дальнейшем будем предполагать, что база знаний имеется в нашем распоряжении.

В общем случае поиск наилучшего решения из множества допустимых состоит в обработке некоторого набора ПНВ, описывающего ситуацию принятия решений. Пусть заданы: множество альтернатив $A = [a_i]$, $i = \overline{1, I}$; множество критериев оценки $C = \{c_j,\ j = \overline{1, J}\}$, а также определены, например, экспертным путем оценки альтернатив по критериям $S = \{s_{ij},\ i = \overline{1, I},\ j = \overline{1, J}\}$. Совокупность ПНВ для некоторой i-й альтернативы может иметь вид: R_1:если $<c_1 \to s_{i1}>$ и $<c_2 \to s_{i2}>$ и … и $<c_J \to s_{iJ}>$ то p_l, где $p_l \in P$ — множество возможных выводов; запись $< c_j \to s_{ij} >$ означает, что по j-му критерию i-я альтернатива имеет оценку s_{ij}. В каждой конкретной задаче будет определяться количество альтернатив, критериев и их смысловое содержание.

Для большей наглядности дальнейшего изложения рассмотрим упрощенную базу знаний:

$$\begin{aligned}
&R1: \text{ если } c_1 = A \text{ и } c_2 = B \text{ и } c_3 = D, \text{ то } y = S;\\
&R2: \text{ если } c_1 = A \text{ и } c_2 = B \text{ и } c_3 = Dc_4 = E, \text{ то } y = MS;\\
&R3: \text{ если } c_1 = A \text{ и } c_2 = B \text{ и } c_3 = D \text{ и } c_4 = E \text{ и } c_5 = F, \text{ то } y = P;\\
&R4: \text{ если } c_1 = A \text{ и } c_2 = B \text{ и } c_3 = D \text{ и } c_4 = E, \text{ то } y = VS;\\
&R5: \text{ если } c_1 = (\text{очень } A) \text{ и } c_2 = (\text{не B}) \text{ и } c_3 = D \text{ и } c_4 = E, \text{ то } y = S;\\
&R6: \text{ если } c_1 = (\text{не } A) \text{ и } c_3 = (\text{не } D), \text{ то } y = US,
\end{aligned} \tag{1}$$

где, например, S — удовлетворительно, MS — более чем удовлетворительно, VS — очень удовлетворительно, US — неудовлетворительно, P — безупречно лингвистические значения вывода.

В традиционной постановке [1] оценки альтернатив задаются в виде отдельных числовых значений некоторых, вообще говоря, неопределенных функций принадлежности (ФП). В этой постановке, на наш взгляд, можно выделить следующие недостатки. Точечная числовая форма задания значений оценок альтернатив по критериям вступает в противоречие с ситуацией принятия решений. Экспертным оценкам принципиально присуща неопределенность, но в то же время они имеют форму точечных числовых оценок. Кроме того, отсутствие явного определения вида ФП говорит о предположении, что вид ФП не влияет на получаемое решение. В то же время в ряде исследований [2] получены результаты, ставящие под сомнение эти предположения. Следует отметить еще одно обстоятельство, которое для наглядности проиллюстрируем простым примером. Пусть множество альтернативных решений содержит пять альтернатив A= $(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5)$:

$$\begin{aligned}
&A = 0.3/a_1, 0.6/a_2, 0.5/a_3, 0.1/a_4, 0.3/a_5;\\
&B = 0.5/a_1, 1/a_2, 0/a_3, 0.5/a_4, 1/a_5;\\
&D = 0.6/a_1, 0.9/a_2, 1/a_3, 0.7/a_4, 1/a_5;\\
&E = 1/a_1, 0.3/a_2, 1/a_3, 0/a_4, 0/a_5;\\
&F = 0/a_1, 0.5/a_2, 1/a_3, 0.8/a_4, 0.1/a_5.
\end{aligned} \tag{2}$$

Для выбора наилучшей альтернативы проводится обработка правил вида (1), которая состоит в свертке критериев в условной части в соответствии с ее структурой, а затем по какому-то из известных алгоритмов [1] вычисляется нечеткая импликация, на основе которой и проводится выбор наилучшей альтернативы. При проведении свертки критериев обычно используется операция min. Подробное рассмотрение недостатков этого подхода представлено в [3]. Остановимся лишь на наиболее существенных. Прежде всего, многокритериальная задача сводится к однокритериальной с ориентацией на наихудшую оценку по критерию. Альтернатива, имеющая только одну плохую оценку, может сразу попасть в категорию неудовлетворительных, т. е. сразу исключается возможность компенсации этой оценки более высокими по другим критериям.

Кроме того, при точечной форме оценок критериального соответствия задача может быть решена и без применения аппарата нечетких множеств, например, с использованием критерия Вальда. Отметим, что решение, полученное в [1], совпадает с решением, полученным по критерию Вальда [3].

Представляется, что больший интерес может иметь эта же задача, но в более общей формулировке, когда оценки соответствия альтернатив условиям критериев заданы либо нечеткими числами, например «примерно 0,8», либо же в лингвистической форме. Пусть терм-множество лингвистических значений содержит пять значений: «низкое (Н)», «ниже среднего (НС)», «среднее (С)», «выше среднего (ВС)», «высокое (В)», которые формализуются нечеткими множествами с треугольными функциями принадлежности (рис. 1). Такой выбор обусловлен только простотой графики и вычислений.

С помощью несложной процедуры фаззификации оценка 0,8, например, трансформируется в оценку «выше среднего (ВС)», 0,9 — «выше среднего или высокая (ВС или В)», 0,3 — «ниже среднего (НС)», оценка 0,6 — «средняя или выше среднего (С или ВС)» и т. п. (рис. 1).

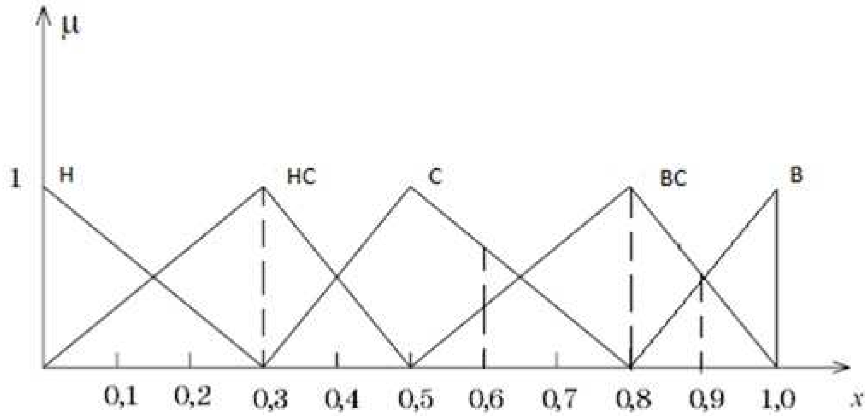

Рис. 1. Функции принадлежности лингвистических оценок критериального соответствия

Изменения, которые претерпят формулировки правил (1) покажем на примере одного правила для альтернативы a_1:

R1: если <степень соответствия критерию A=ниже средней (НС)> и <степень соответствия критерию B=средняя (С)> и <степень соответствия критерию D=средняя или выше средней (С или ВС)>, то <y=S>.

Нечеткие множества, формализующие лингвистические оценки выводов ПНВ, представлены на рис. 2, треугольный характер ФП которых обусловлен лишь простотой графики вычислений.

Для решения указанной задачи предлагается выполнять свертку частных импликаций, вычисленных для отдельных критериев, входящих в условную часть правил вывода. В этом случае в формировании вывода участвуют все критериальные оценки альтернатив. В частности, для правила R1 при использовании импликации Мамдани получим:

$$\mu_1(y) = \mu_{\text{нс}}(y) \cap \mu_S(y),\ \mu_2(y) = \mu_C(y) \cap \mu_S(y),\ \mu_3(y) = \mu_{(C \text{ или } BC)}(y) \cap \mu_S(y).$$

Окончательный результат $\mu_{R_1}(y) = \mu_1(y) \cap \mu_2(y) \cap \mu_3(y)$.

В конечном счете для каждой альтернативы будет получена оценка ее соответствия требованиям ПНВ, входящим в базу знаний, представляемая нечеткими множествами

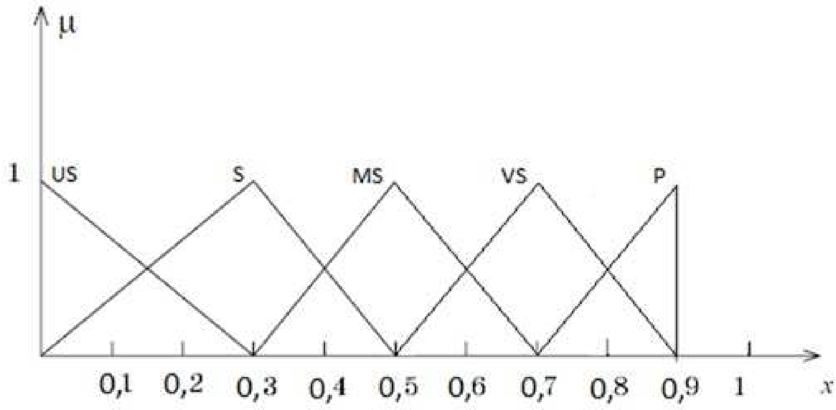

Рис. 2. Функции принадлежности нечетких выводов

$$\widetilde{Q}_i(R) = \left\{ \widetilde{q}_i(R_l) = \left[\frac{\mu_{q_i}^{R_l}(y)}{y} \in D : i = \overline{1, I},\ l = \overline{1, L} \right] \right\}.$$

Для выбора наилучшего решения из множества допустимых вычисляется оценка

$$W_i = \sum_{l=1}^{L} CC_l \left[\mu_{q_i}^{R_l}(y) \right] \mu_{q_i}^{R_l}(CC_l), \tag{3}$$

где $CC_l \left[\mu_{q_i}^{R_l}(y) \right]$ — координата центра тяжести нечеткого множества, $\widetilde{q}_i(R_l)$, $\mu_{q_i}^{R_l}(CC_l)$ — значение ФП нечеткого множества в точке, соответствующей координате центра тяжести.

Таблица 1

Результаты расчетов

Альтернатива	W_i
Альтернатива a_1	0.32
Альтернатива a_2	0.51
Альтернатива a_3	**0.57**
Альтернатива a_4	0.55
Альтернатива a_5	0.44

Наилучшей будет альтернативное решение с максимальным значением оценки W_i. Результаты расчетов по соотношению (3) при исходных числовых данных (2) представлены в таблице, из которой следует, что в данной задаче наилучшей альтернативой является a_3.

Заключение

Предложенный метод решения задачи многокритериального альтернативного вывода отличается от известных тем, что в процессе решения оценки критериального соответствия альтернатив задаются в нечеткой лингвистической форме, а оценка вывода получается на основе свертки частных импликаций, за счет чего сохраняется влияние отдельных оценок критериального соответствия на окончательный вывод, т. е., в отличие от известных методов, сводящих задачу многокритериального условного вывода к однокритериальной, сохраняется многокритериальность при получении окончательного вывода.

Список литературы

1. **Борисов А. Н., Крумберг О. А., Федоров И. П.** Принятие решений на основе нечетких моделей: примеры использования. Рига: Зинатне, 1990. 184 с.

2. **Babuska R., Verbruggen H. B.** A new' identification method for linguistic fuzzy models // *Proceedings of the International Conference FUZZ-IEEE/IFES'95. Yokohama, Japan. 1995. Pp. 905–912.*

3. **Чернов В. Г.** Модификация алгоритмов управления, использующих правила нечеткого условного вывода // *Информационно-управляющие системы. 2013. № 3(64). С. 23–29.*

Summary

Chernov V. G. Multi-criteria alternative choice based on fuzzy conditional inference rules

The solution of the problem of multi-criteria alternative choice in the conditions of non-statistical uncertainty based on the rules of fuzzy conditional inference, when the evaluation of alternatives by criteria are in the form of fuzzy linguistic statements, and the solution is not based on the convolution of criteria in the conditional part of the rules, and on the convolution of particular implications for the criteria.

Keywords: multicriteria alternative choice, fuzzy set, membership function, fuzzy conditional inference, implication.

References

1. **Borisov A. N., Krumberg O. A., Fedorov I. P.** *Prinyatie reshenij na osnove nechetkih modelej: primery ispol'zovaniya* (Fuzzy model-based decision making: examples of use), Riga: Zinatne Publ., 1990, 184 p.

2. **Babuska R., Verbruggen H. B.** A new' identification method for linguistic fuzzy models, *Proceedings of the International Conference FUZZ-IEEE/IFES'95*, Yokohama, Japan, 1995, pp. 905–912.

3. **Chernov V. G.** Modifikaciya algoritmov upravleniya, ispol'zuyushchih pravila nechetkogo uslovnogo vyvoda (Modification of control algorithms using rules of fuzzy conditional conclusion), *Information management systems*, 2013, no. 3(64), pp. 23–29.

Для цитирования: Чернов В. Г. Многокритериальный альтернативный выбор на основе правил нечеткого условного вывода // *Вестник Сыктывкарского университета. Сер. 1: Математика. Механика. Информатика. 2018. Вып. 4 (29). С. 43–49.*

For citation: Chernov V. G. Multi-criteria alternative choice based on fuzzy conditional inference rules, *Bulletin of Syktyvkar University. Series 1: Mathematics. Mechanics. Informatics*, 2018, 4 (29), pp. 43–49.

ВлГУ *Поступила 10.01.2019*

ИНФОРМАТИКА

Вестник Сыктывкарского университета.
Серия 1: Математика. Механика. Информатика.
Выпуск 4 (29). 2018

УДК 614.8

РАЗРАБОТКА СИСТЕМЫ ДОБРОВОЛЬНОГО СБОРА ПОЛЬЗОВАТЕЛЬСКИХ ДАННЫХ ПОСРЕДСТВОМ МЕССЕНДЖЕРОВ НА ПРИМЕРЕ ЗАДАЧИ ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ МЕСТ ПРОИЗРАСТАНИЯ БОРЩЕВИКА СОСНОВСКОГО

А. В. Шучалина

В статье рассказывается о ныне актуальном явлении Citizen Science, рассматривается обоснование применения мессенджеров в сборе данных для существующего проекта гражданской науки РИВР (Распространение инвазионных видов растений), а также создание и использование чат-ботов на примере Telegram.
Ключевые слова: гражданская наука, мессенджеры, бот, сбор данных, борщевик Сосновского.

Гражданская наука (англ. Citizenscience) — это концепция, подразумевающая участие добровольцев в исследовании и открытии новых научных знаний. Гражданский научный проект может включать одного человека или миллионы людей, сотрудничающих во благо достижения общей цели. Участником может стать совершенно любой человек, желающий внести свой вклад в развитие науки. Для этого не обязательно иметь ученую степень или научное образование, достаточно лишь найти интересующую область знаний и внести свой вклад [4].

Гражданские ученые могут проявлять себя на протяжении всего научного процесса. Например, они могут помочь в решении таких задач, как постановка исследовательских вопросов, разработка методов, сбор и анализ информации, распространение результатов.

Массовое сотрудничество, которое может произойти благодаря гражданской науке, позволяет извлечь выгоду как профессиональным ученым, так и так называемым ученым-любителям («гражданским ученым»).

Для профессиональных ученых это возможность проводить исследования в континентальном и глобальном масштабах в течение десятилетий, что приводит к открытию, которое один ученый никогда не смог бы достичь самостоятельно.

Для гражданских ученых это возможность публикации научных результатов, новые знания, социальное взаимодействие, собственное удовольствие, приобретение единомышленников, а также удовлетворение от участия в научной деятельности на региональном, национальном и международном уровнях, благодаря которой можно влиять на политику [1].

Недавние технологические достижения привели к росту популярности гражданской науки. Интернет помогает проектам привлекать больше волонтеров, увеличивая видимость и позволяя заинтересованным участникам находить темы или проекты. Кроме того, развитие социальных сетей, мобильных устройств (включая датчики) и вычислительных средств увеличивает возможности сбора, хранения, интеграции, анализа и распространения данных [3].Только лишь по запросу в Google Академии насчитывается около 2 380 000 (по состоянию на 06.12.2018) результатов исследования данного явления. Ресурс SciStarter, посвященный гражданской науке, предлагает более 1400 активных и доступных для поиска глобальных проектов. Всё это показывает наличие большого интереса к данному явлению.

Задачи, которые необходимо решить, могут быть самыми разнообразными и варьируются в широких пределах от расшифровки старых судовых журналов для оцифровки данных в рамках проекта «OldWeather» до наблюдения и подсчета птиц для eBird [2]. Развивающейся отраслью гражданской науки являются картографические проекты, в которых используются технологии смартфонов и планшетов. Например, TurtleS AT — это проект картографирования, который отображает смертность пресноводных черепах по всей Австралии.

В России примером такого проекта является информационная система РИВР (Распространение инвазионных видов растений на примере борщевика Сосновского), созданная сотрудниками Института биологии Коми научного центра Уральского отделения РАН, позволяющая привлечь добровольцев к процессу сбора и отображения сведений о географическом распространении этого вида растений.

Инвазивные виды растений негативно сказываются на биоразнообразии, представляют опасность для здоровья людей и предполагают значительные экономические потери в процессе ликвидации последствий их внедрения.

«Оценку масштаба влияния борщевика на природные системы и реализацию мер по борьбе с его нежелательными зарослями необходимо проводить с учетом данных о географическом распространении растений и их численности. В 2014 году была разработана открытая информационная система «Распространение инвазионных видов растений» (ИС РИВР) (http://ib.komisc.ru/add/rivr). Сервис по сбору и отображению сведений о распространении борщевика Сосновского дополнил функциональные возможности информационного ресурса, посвященного борщевикам http://www.proborshevik.ru. Сведения о местах произрастания борщевика Сосновского были собраны в ходе пеших и автомобильных маршрутных учетов, с помощью космической и аэрофотосъёмки» [6].

Доступ к вводу данных может получить любой желающий, необходимо лишь пройти простую регистрацию на сайте. Минимальный набор данных, необходимый для загрузки информации в систему: дата наблюдения и географические координаты местности, где обнаружен борщевик. Данные можно ввести как вручную, по одной точке, так и при помощи массовой загрузки файлов в формате «JPEG», хранящих географическую привязку в EXIF метаданных. Помимо этого можно добавить описание места сбора, возрастное состояние и проективное покрытие в % [5].

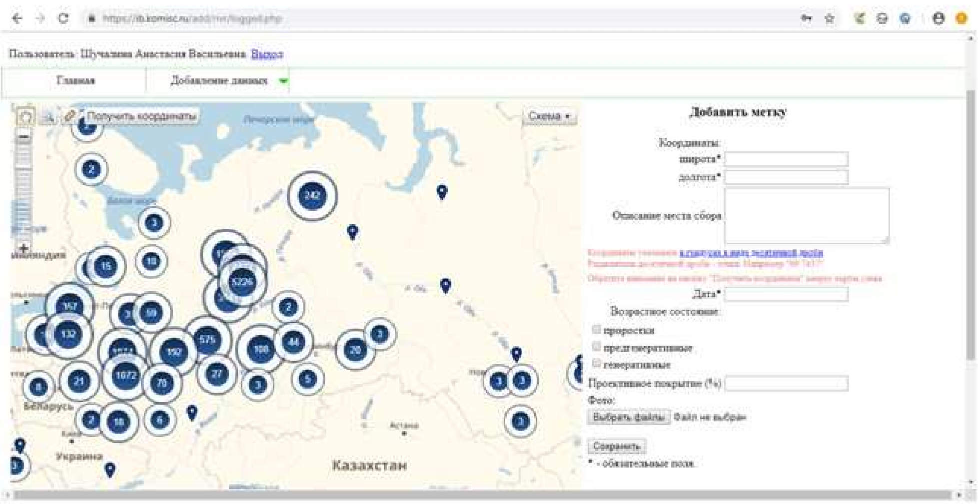

Рис. 1. Информационная система РИВР после регистрации

На данный момент для более эффективной борьбы с борщевиком разработчикам системы РИВР необходимо решить две проблемы.

1. Качество данных, присылаемых добровольцами.

Данные, присланные добровольцами, не всегда являются правильными. Например, вместо фотографии борщевика и его местоположения пользователь может прислать фотографию совершенно другого растения или совсем не относящегося к исследованию предмета. Другим примером может являться ситуация, в которой пользователь пришлёт фотографию с неправильно определенными его устройством географическими координатами. Таким образом, важно отфильтровывать ошибочные данные.

Для решения этой проблемы можно создать дополнительный модуль проверки присланных добровольцами данных. Здесь одни люди будут проверять фотографии, присланные другими людьми, и отсеивать неправильные. Это может упростить дальнейший анализ данных.

2. Вовлечение добровольцев в проект.

Рассмотрим проблему вовлечения подробнее.

В результате анализа базы данных системы было подсчитано, что:

1) профессионалы собрали более 80 % всех данных, при этом их количество составляет менее 1 % от общего числа зарегистрированных пользователей системы РИВР;

2) только 8 добровольцев из 773 добавили 50 или более точек в систему.

Интерес к системе проявляет достаточно большое количество людей, но, несмотря на простоту интерфейса, после первой попытки добавить свою точку места произрастания борщевика более 50 % пользователей прекратили пополнять РИВР новыми данными.

Вывод: требуется упрощение добавления данных в систему. Возможность добавления данных с мобильного телефона — принципиальна.

Первоначально планировалось создать мобильное приложение для смартфонов, но данный способ имеет множество недостатков.

1. Необходимость разработки минимум двух версий приложения.

Нужно создать приложения как минимум для двух операционных систем: Android, IOS, иначе в этом нет смысла. Обе платформы пользуются большой популярностью, и если не разработать версии своего приложения для одной из них — можно потерять значительное количество потенциальных добровольцев.

2. Необходимость постоянной поддержки приложений.

Для операционных систем регулярно выходят новые версии, на которых приложение может работать некорректно. На поддержку и тестирование придется потратить немало денег и времени.

3. Необходимость привлечения пользователей.

Приложение не станет сразу же популярным. Чтобы пользователи стали пользоваться приложением, потребуется немало времени [7].

Следующий предложенный способ — использование мессенджеров — приложений, для мгновенного обмена сообщениями посредством всемирной паутины.

При существовании обширного выбора методов взаимодействия организаций со своей целевой аудиторией как в оффлайн-, так и онлайн-режиме огромным успехом пользуются именно мессенджеры. Такого рода интерес определен различными причинами, связанными со стремительным развитием сети «Интернет». Наряду с формированием торговых отношений с покупателем с помощью мессенджеров организации заинтересованы и во введении PR-деятельности с перспективой применения различных инструментов мессенджеров.

Одно из основных преимуществ их использования — современными мессенджерами выступают средства обмена мгновенными сообщениями, функционирующие, по сути, на мобильных устройствах пользователей. Это подразумевает непрерывное присутствие пользователя в мессенджере. О данном факте свидетельствует исследование, проводимое агентством GoMobile, занимающимся мобильным маркетингом. Исследование показало, что российский пользователь уделяет мобильному Интернету 90–125 минут в сутки. В то время как на категорию «мессенджеры и социальные сети» приходится 120 минут суточного времени пользователя, 60 % этого времени — время при использовании смартфона.

Еще одним немаловажным преимуществом является то, что во многих мессенджерах существует возможность добавления чат-бота, программы, которая выполняет по заданному алгоритму различные действия, через интерфейсы, предназначенные для пользователей.

30 октября 2015 года Связной вместе с агентством IWill представили первый квест в мессенджере Telegram [9]. По сюжету игроку необходимо помочь персонажу обойти препятствия и встретиться с девушкой, работающей в одном из магазинов сети. Игрок здесь выступает в роли путеводителя, участвующего в истории. Каждый сделанный выбор влияет на дальнейшую судьбу главного героя.

Результат — около 500 000 вовлеченных пользователей, участвующих в квесте, обсуждающих его и обменивающихся эмоциями.

Таким образом, мессенджеры отлично подходят для решения нашей задачи привлечения добровольцев в проект, и нашей целью будет являться создание чат-бота в одном из мессенджеров.

Опишем создание чат-бота, осуществляющего сбор данных у пользователей, на примере популярного мессенджера Telegram.

Для осуществления поставленной цели необходимо решить следующие задачи.

1. Создать бота в Telegram.

Чтобы создать бота в Telegram, необходимо написать пользователю @BotFather. BotFather спросит имя нового бота, предложит придумать username и выдаст ключ (токен).

Имя (name) будет отображаться в контактах и чатах.

Username — короткое имя на латинице, которое используется для упоминаний бота и в ссылках на профиль в telegram.me. Username должен состоять из букв латинского алфавита, подчёркиваний и цифр и быть длиной от 5 до 32 символов. Также имя пользователя обязательно должно заканчиваться на «bot», например: «tetris_bot» или «TetrisBot».

Ключ (токен) — это набор символов вида 110201543:AAHdqTcv CH1vGWJxfSeofSAs0K5PALDsaw, который нужен, чтобы получать и отправлять сообщения с помощью Bot API.

2. Прописать логику бота.

Логика бота контролируется при помощи HTTPS запросов к API для ботов. В Telegram существует свой API, который имеет название Bot API.

API (программный интерфейс приложения, интерфейс прикладного программирования) — описание способов (набор классов, процедур, функций, структур или констант), которыми одна компьютерная программа может взаимодействовать с другой программой.

У роботов Telegram есть много уникальных возможностей: например кастомизированные клавиатуры, дополнительные интерфейсы для команд по умолчанию, внешнее связывание и специальные режимы приватности для групп [8].

Пользователи могут взаимодействовать с ботами при помощи сообщений, отправляемых через обычные или групповые чаты. Чтобы отправить данные чат-боту, пользователю необходимо найти его по имени, начинающемуся на @, написать ему любую фразу, затем выбрать один из предложенных ботом разделов.

1. Правила отправки фотографий.

В данном разделе бот пришлёт пользователю подробную инструкцию по отправке фотографий.

2. Предоставить данные.

Здесь будет происходить сама отправка данных. Ключевой раздел, из которого бот будет получать основную необходимую информацию.

Для начала необходимо отправить сделанную фотографию и затем поделиться своим местоположением. Готово — данные отправлены на сервер.

3. Рейтинг.

Здесь будут отображаться первые 10 пользователей с рейтинга, взятые с БД нашего сервера.

4. Обратная связь.

В этом разделе бот попросит ответить пользователя на несколько вопросов и в результате сформирует запрос для обратной связи в информационную систему.

Рабочая гипотеза, которая будет проверена в результате выполнения проекта: при предоставлении добровольцам возможности отправлять данные о местах произрастания борщевика с помощью мобильного телефона, используя мессенджеры, значимо увеличит:

а) число пользователей;

б) среднее количество точек, переданных в систему одним добровольцем.

Список литературы

1. 10 Principles of Citizen Science [Электронный ресурс]. URL: https://ecsa.citizen-science.net/engage-us/10-principles-citizen-science (дата обращения: 06.12.2018).

2. List of citizen science projects [Электронный ресурс]. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_citizen_science_projects (дата обращения: 07.12.2018).

3. **Schröterab M., Kraemerab R., Mantelab M., Kabischabc N., Heckerab S., Richterab A., Neumeierab V., Bonnabd A.** Citizen science for assessing ecosystem services: Status, challenges and opportunities // *Ecosystem Services. 2010. V. 28. P. 80–94.* URL: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2212041617302462 (дата обращения: 06.12.2018).

4. Гражданская наука в помощь специалистам [Электронный ресурс]. URL: https://newtonew.com/science/citizen-science (дата обращения: 06.12.2018).

5. **Далькэ И. В., Чадин И. Ф., Захожий И. Г., Мади Е. Г., Кириллов Д. В.** Подходы в моделировании географиче-

ских пределов распространения инвазивных видов на примере Heracleum Sosnowskyi Manden в таежной зоне европейской части России // *Изучение адвентивной и синатропной флор России и стран ближнего зарубежья: итоги, проблемы перспективы : материалы V Международной научной конференции. Ижевск, 2017.С. 48–51.* URL: http://proborshevik.ru/wp-content/uploads/2016/11/Dalke_e_a_Izevsk_2017.pdf (дата обращения: 07.12.2018).

6. **Далькэ И. В., Чадин И. Ф., Захожий И. Г.** Сбор и анализ данных о распространении борщевика Сосновского на территории Республики Коми // *Биодиагностика состояния природных и природно-техногенных систем : материалы XIV Всероссийской научно-практической конференции с международным участием. Киров, 2016. Т. 1. С. 11–14.* URL: http://proborshevik.ru/wp-content/uploads/2017/12/Dalke_IV_e_a_Kirov_2016.pdf (дата обращения: 07.12.2018).

7. Нужна ли разработка мобильного приложения интернет-магазина [Электронный ресурс]. URL: https://www.insales.ru/blogs/university/prilozhenie (дата обращения: 09.12.2018).

8. Роботы [Электронный ресурс] // Документация Telegram. URL: https://tjournal.ru/tech/56573-svyaznoy-bot-quest (дата обращения: 16.12.2018).

9. «Связной» запустил в Telegram квест про любовь накануне Хэллоуина [Электронный ресурс]. URL: https://tjournal.ru/tech/56573-svyaznoy-bot-quest (дата обращения: 16.12.2018).

Summary

Shuchalina A. V. Development of a voluntary collection system of user's data by means of messengers on the example of a task on determining places of the hogweed's growing

The article describes the current phenomenon of Citizen Science, discusses the rationale for the use of instant messengers in data collection for the existing civil science project DIPS (Distribution of Invasive Plant Species), as well as the creation and use of chat bots using the Telegram example.
Keywords: citizen science, messengers, bot, data collection, hogweed.

References

1. *10 Principles of Citizen Science*. URL: https://ecsa.citizen-science.net/engage-us/10-principles-citizenscience (date of the application 06.12.2018).

2. *List of citizen science projects*. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_citizen_science_projects (date of the application 07.12.2018).

3. **Schroterab M., Kraemerab R., Mantelab M., Kabischabc N., Heckerab S., Richterab A., Neumeierab V., Bonnabd A.** Citizen science for assessing ecosystem services: Status, challenges and opportunities, *Ecosystem Services*, 2010, v. 28, pp. 80–94. URL: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2212041617302462 (date of the application 06.12.2018).

4. *Grazhdanskaya nauka v pomoshch' specialistam* (Civil science in the help of the experts). URL: https://newtonew.com/science/citizen-science (date of the application 06.12.2018).

5. **Dal'keh I. V., CHadin I. F., Zahozhij I. G., Madi E. G., Kirillov D. V.** Podhody v modelirovanii geograficheskih predelov rasprostraneniya invazivnyh vidov na primere Heracleum Sosnowskyi Manden v taezhnoj zone evropejskojchasti Rossii (Approaches to modeling geographical limits of invasive species distribution on the example of HeracleumSosnowskyiManden in the taiga zone of the European part of Russia), *The study of adventive and synanthropic flora of Russia and CIS countries: results, problems of prospects: materials of the International scientific conference*, Izhevsk, 2017, pp. 48–51. URL: http://proborshevik.ru/wpcontent/uploads/2016/11/Dalke_e_a_Izevsk_2017.pdf (date of the application 07.12.2018).

6. **Dal'keh I. V., CHadin I. F., Zahozhij I. G.** Sbor i analiz dannyh o rasprostranenii borshchevika Sosnovskogo na territorii Respubliki Komi (Collection and analysis of data on the distribution of Sosnovsky cow parsnip in the Republic of Komi), *Biodiagnostics of the state of natural and man-made systems: Proceedings of the XIV all-Russian scientific and practical conference with international participation*, Kirov, 2016, vol. 1, pp. 11–14. URL: http://proborshevik.ru/wpcontent/uploads/ 2017/12/Dalke_IV_e_a_Kirov_2016.pdf (date of the application 07.12.2018).

7. *Nuzhna li razrabotkamobil'nogoprilozheniya internet-magazina* (Do you need to develop a mobile application for the online store?) URL: https:// www.insales.ru/blogs/university/prilozhenie (date of the application 09.12.2018).

8. *Roboty* (Robots), Documentation of Telegram. URL: https:// tjournal. ru/tech/56573-svyaznoy-bot-quest (date of the application 16.12.2018).

9. *«Svyaznoj» zapustil v Telegram kvest pro lyubov' nakanune Hehllouina* («Svyaznoj» launched a telegram quest about love on the eve of Halloween). URL: https://tjournal. ru/tech/56573- svyaznoy-bot-quest (date of the application 16.12.2018).

Для цитирования: Шучалина А. В. Разработка системы добровольного сбора пользовательских данных посредством мессенджеров на примере задачи по определению мест произрастания борщевика Сосновского // *Вестник Сыктывкарского университета. Сер. 1: Математика. Механика. Информатика. 2018. Вып. 4 (29). С. 50–59.*

For citation: Shuchalina A. V. Development of a voluntary collection system of user's data by means of messengers on the example of a task on determining places of the hogweed's growing, *Bulletin of Syktyvkar University. Series 1: Mathematics. Mechanics. Informatics*, 2018, 4 (29), pp. 50–59.

СГУ им. Питирима Сорокина

Поступила 10.01.2019

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

Вестник Сыктывкарского университета.
Серия 1: Математика. Механика. Информатика.
Выпуск 4 (29). 2018

УДК 378.147

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ПРАКТИЧЕСКОМУ АУДИТУ ИНФОРМАЦИОННОЙ БЕЗОПАСНОСТИ

В. А. Воеводин, А. С. Заболотный, Э. О. Настинов

Рассмотрены особенности магистерской подготовки по программе «Аудит информационной безопасности автоматизированных систем», актуальность внедрения учебно-методического комплекса для организации деловой игры и приобретаемые при этом преимущества, подход к формализации объекта аудита. Сообщается о полученных результатах.
Ключевые слова: аудит, информационная безопасность, деловая игра.

В соответствии с правилами аудита, в том числе и аудита информационной безопасности (ИБ), аудитор должен изучить деятельность аудируемого лица [1; 2]. Особую актуальность это положение приобретает для объектов критической информационной структуры, для которых аудиторские ошибки из-за недостаточных знаний объекта аудита (ОА) могут нести потенциальную опасность, в том числе и катастрофическую. Отсюда следует, что аудиторы должны иметь соответствующую подготовку, которая должна быть объективно оценена до того, как они будут допущены к проведению аудита [2]. С этой целью в Московском институте электронной техники (МИЭТ) предусмотрена профессиональная подготовка по направлению 10.04.01 «Информационная безопасность» по программе магистратуры. Подготовка осуществляется в соответствии с Приказом Министерства образования и науки РФ от 1 декабря 2016 г. N 1513, которым был утверждён соответствующий Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования (ФГОС ВО). Программа подготовки магистров по направлению 10.04.01 в соответствии с ФГОС ВО ориентирована в том числе на формирование способности решать следующие профессиональные задачи контрольно-аналитической деятельности: аудит информационной безопасности информационных систем и объектов информатизации; аттестация объектов информатизации по требованиям безопасности информации. В ФГОС ВО по направлению 10.04.01 предусмотрены требования по формированию *в том числе* компетенций по контрольно-аналитической деятельности: способности проводить аудит информационной безопасности информационных систем и объектов информатизации (ПК-9); способности проводить аттестацию объектов информатизации по требованиям безопасности информации (ПК-10).

С целью реализации названного ФГОС ВО на кафедре «Информационная безопасность» МИЭТ осуществляется подготовка магистрантов по специальности «Аудит информационной безопасности автоматизированных систем». В рамках подготовки формируется базисный задел для дальнейшей профессиональной деятельности по специальности.

В соответствии с программой магистерской подготовки «Аудит информационной безопасности автоматизированных систем» по направлению 10.04.01 «Информационная безопасность» (Программа) выпускники должны приобрести компетенции, которые можно сформировать лишь в том случае, если в учебный процесс будут внедрены задачи практического аудита, актуальные для реального объекта аудита (ОА) или максимально приближенные к реальному. С этой целью на завершающем этапе обучения (четвертый семестр) Программой предусмотрено проведение деловой игры (ДИ), в ходе которой решаются отдельные аудиторские задачи и осуществляется оценка готовности участников ДИ к проведению аудита. Однако увязать их в единый комплекс с признаками полноценного практического аудита не представляется возможным из-за недостаточных производственных возможностей учебного оборудования, отсутствия доступа к испытательным стендам для построения среды виртуализации реального ОА, которыми в комплексе обладают предприятия, на которых магистранты проходят производственную практику и стажировку.

Для понимания сути проблемы аудита следует мысленно встать на философские позиции и увидеть две категории: а) истинное состояние ОА и б) эмпирическое (опытное) проявление этого состояния в результатах аудиторских наблюдений, на основании которых аудитор выводит суждение об истинном состоянии ОА. Истинное состояние аудитор желает познать посредством количественных и качественных наблюдений за свойствами (характеристиками) данного объекта, и оно для аудитора является идеальным (неизвестным). Истинное состояние объекта аудита не зависит ни от средств наблюдения, ни от познаний самого аудитора и является для него абсолютной истиной, которую он желает познать.

Результаты аудиторских наблюдений, напротив, являются продуктами познания объекта аудита, представляя собой лишь оценки наблюдаемых свойств, найденные путем наблюдения, они зависят не только от самого аудитора, но еще и от метода наблюдения за соответствующим свойством, от технических средств, с помощью которых проводится наблюдение, и методов обработки результатов аудиторских наблюдений.

Разница между результатами измерений, полученных при наблюдении за тем или иным свойством ОА, и его истинным значением измеряемой (наблюдаемой) величины характеризует погрешность наблюдения (измерения), что определяет аудиторский риск.

Анализ литературы по организации обучения, в том числе и в сетевой форме [6; 7; 9; 10], позволил выдвинуть гипотезу, что для формирования компетенций по проведению практического аудита ИБ наиболее подходит подготовка в форме деловой игры.

Анализ литературы по организации деловых игр [4; 5; 9; 11] в других областях, особенностей объекта аудита, технологий организации аудита, требований к компетенции выпускника позволяет утверждать, что необходим образовательный продукт, поддерживающий организацию и проведение ДИ в виде учебно-методического комплекса (УМК), состоящий из отдельных образовательных модулей, объединенных единой целью, с возможностью построения среды виртуализации информационной и организационной инфраструктуры и настройки её под конкретный ОА. Важным требованием к УМК является возможность реализации сетевой формы обучения, которая ориентирована на использование ресурсов нескольких организаций: образовательных, научных, производственных. Данный подход позволит значительно снизить стоимость владения УМК, так, потребность в этом ресурсе возникает периодически и на относительно короткое время — в нашем случае это четвертый семестр магистратуры на 72 часа, в остальное время УМК будет просто простаивать.

Анализ аудита информационной безопасности (АИБ) как технологического процесса [2; 3] позволил принять гипотезу, что задача аудита, в том числе и АИБ, имеет относительно самостоятельное значение. Это утверждение было принято исходя из *принципа внешнего дополнения*, который является фундаментальной идеей теории систем [7]. Принятие внешнего дополнения [8] позволило преодолеть геделевскую трудность и ограничить изучаемый процесс рамками предмета исследования; вычленить из процесса обеспечения ИБ как метапроцесса некую целостность — подсистему АИБ, выдвинуть гипотезы поведения субъектов АИБ и перейти к формализованному описанию аудита на уровне «организация — поведение». Кроме того, *внешнее дополнение* позволило согласовать цель обеспечения ИБ с целью АИБ и задать мотивированные требования к УМК.

Для построения УМК ОА был формально определен как система (1), представляющая собой множество *наблюдаемых* свойств — $\{a_i\}$, с каждым из которого связано множество его *проявлений* — $\{A_i\}$ и множество *варьируемых* свойств — $\{b_i\}$, с каждым из которого связано множество его *изменений* — $\{B_i\}$.

$$\mathbf{OA} = (\{a_i, A_i), i \in N_n\},\ (\{b_i, B_i), i \in N_m\}, \tag{1}$$

где $N_n = \{1, 2, \ldots, n\}$ — значение индекса наблюдаемого свойства, n — число наблюдаемых свойств, $N_m = \{1, 2, \ldots, m\}$ — значение индекса варьируемого свойства, m — число варьируемых свойств.

Во многих случаях множества $\{A_i\}$ неизвестны и могут быть получены либо опытным путем, либо на основании философских построений.

Далее в УМК был введен новый элемент — канал наблюдения [8], под которым понимается операция, вводящая конкретную переменную как образ того или иного наблюдаемого свойства ОА. Канал наблюдения был реализован с помощью функции (2):

$$o_i : A_i \longrightarrow V_i. \tag{2}$$

Считается, что эта функция гомоморфна относительно предполагаемых свойств множеств A_i и V_i, где V_i — множество возможных значений переменной, с помощью которой отражаются соответствующие свойства ОА, принадлежащие множеству A_i.

Для обоснования структуры УМК, его декомпозиции в соответствии с методическими уровнями была принята исходная парадигма УМК. Обобщенная модель архитектуры УМК приведена на рис. 1. УМК был представлен как сферическая четырехуровневая схема соответствующих методических уровней:

первый — аудиторского заключения;

второй — аудиторских доказательств;

третий — аудиторских свидетельств;

четвертый — наблюдаемых свойств объекта аудита.

Методические уровни разделены между собой межуровневыми интерфейсами, представляющими собой методические фильтры Ф. Методические фильтры УМК построены от общего к частному:

Фильтр Φ_0 позволяет отобразить задачу аудита в требования к содержанию аудиторского заключения (АЗ);

Φ_1 — требования к содержанию аудиторского заключения – в требуемое множество аудиторских доказательств (АД) $\{\text{ад}_i\}$, где i — мощность множества;

Φ_2 — требования к содержанию соответствующего аудиторского доказательства – в требуемое множество аудиторских свидетельств (АС) $\{\text{ас}_j\}_i$, где j — мощность множества, i — индекс аудиторского доказательства;

Φ_3 — требования к содержанию аудиторского свидетельства — в требуемое множество наблюдаемых свойств (НС) $\{\{\text{as}_k\}_j\}_i$, где k — мощность множества наблюдаемых свойств, j — индекс аудиторского наблюдения, i — индекс аудиторского доказательства.

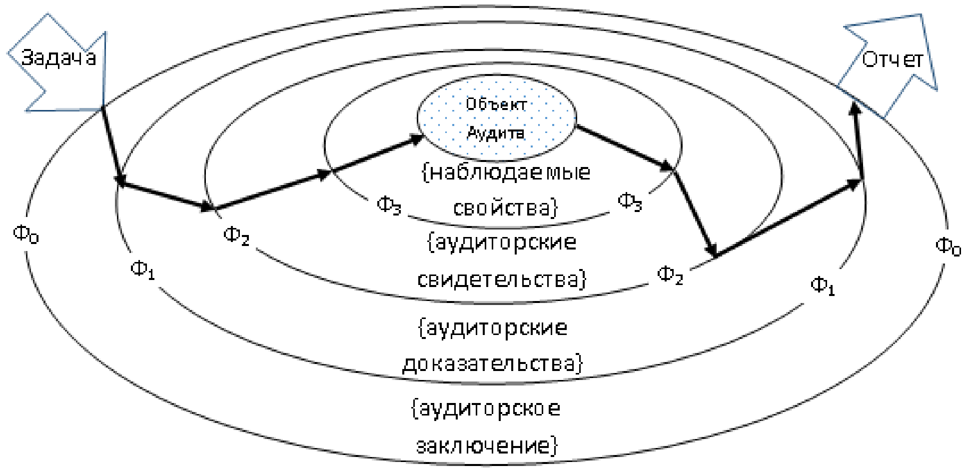

Рис. 1. Обобщенная модель архитектуры УМК

После того как все фильтры настроены, считается, что УМК настроен под особенности конкретного объекта аудита и можно приступать к разработке программы АИБ и планированию аудита.

Реализация программы и плана аудита осуществляется от частного к общему:

– с помощью настроенного фильтра Φ_3 осуществляется отображение измеренных показателей наблюдаемых свойств в соответствующее множество аудиторских свидетельств;

– с помощью Φ_2 — множество добытых аудиторских свидетельств – в соответствующее аудиторское доказательство;

– с помощью $Ф_1$ — множество аудиторских доказательств – в аудиторское заключение;

– с помощью $Ф_0$ осуществляется преобразование аудиторского заключения в аудиторский отчет и осуществляется интерпретация полученного результата аудита в форму, понятную лицу, принимающему решение.

Таким образом, УМК разбивается на четыре методических уровня, для каждого уровня строится своя модель, а взаимодействие между уровнями осуществляется через соответствующий интерфейс. Причем технология обработки данных каждого из уровней скрыта от смежных уровней, реализован принцип инкапсуляции. Принятие данного принципа позволяет снизить сложность УМК.

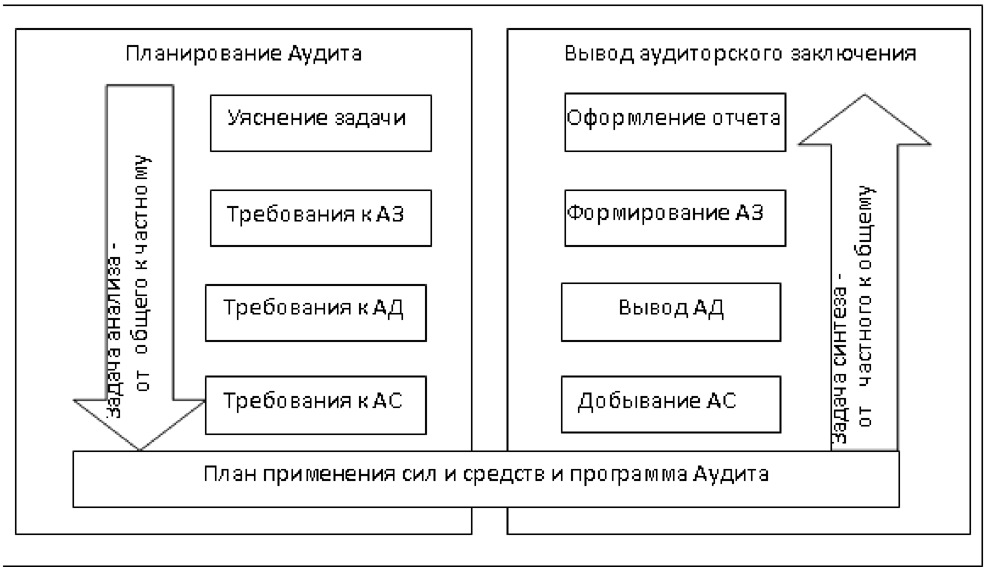

Рис. 2. Иерархическая классификация задач УМК

С помощью декомпозиции УМК по методическим уровням была разработана иерархическая классификация задач аудита, составляющих его организационную основу. Иерархическая классификация приведена на рис. 2.

При построении иерархии задач УМК принят принцип внешнего дополнения и принцип инкапсуляции [8], в соответствии с которым при настройке УМК задачи верхнего уровня предоставляют исходные данные для задач нижнего уровня, а при выводе аудиторского заключения результаты решения задач нижнего уровня являются исходными данными для задач верхнего уровня. Причем содержание методики решения задач каждого из методических уровней скрыта от смежных уровней, взаимодействие уровней осуществляется через соответствующий методический интерфейс.

Анализ форм и способов подготовки аудиторов, проведенный авторским коллективом [2; 3], позволяет еще раз подтвердить, что эффективным способом подготовки аудиторов является деловая игра (ДИ), которая позволит: обучать аудиторов на ситуационных задачах, приближенных к реальным; осуществлять объективную оценку подготовки аудиторов, тем самым снижая аудиторский риск; реализовать сетевую технологию обучения, тем самым снижая стоимость владения УМК.

Для разработки УМК в целях проведения практического АИБ в инициативном порядке был открыт проект «Учебно-методический комплекс по подготовке к практическому аудиту» (далее — Проект). Реализация Проекта запланирована в три этапа: первый — разработка среды виртуализации документационного обеспечения ИБ (разработаны учебные политики и регламенты). Первый этап завершен в июне 2018 г. Второй — проведение научно-исследовательских изысканий по моделированию ОА, разработке соответствующего методического обеспечения — продолжается на настоящий момент. Завершение — июнь 2019 г. Третий — реализация результатов научно-исследовательских изысканий, сетевой технологии обучения. Срок завершения — июнь 2020 г. Первые два этапа не требовали финансирования и выполнялись силами студентов, в основном выпускниками магистратуры. Третий этап требует финансирования, поэтому принято решение по участию в конкурсе на получение гранта.

Что касается учебного процесса, то внедрение УМК позволит повысить эффективность подготовки магистрантов к практическому аудиту, сформировать дополнительные актуальные компетенции, которые востребованы программой цифровой экономики и в явном виде не отражены в ФГОС ВО:

1. Способность осуществлять календарное и ресурсное планирование применения сил и средств аудита ИБ с использованием специализированного программного обеспечения.

2. Способность разрабатывать имитационные модели объекта аудита, игровые модели аудиторских операций, планировать эксперимент с ними и применять полученные результаты для разработки программы и плана аудита ИБ.

3. Способность применять апробированные методы проектного управления для организации аудита ИБ.

4. Способность адаптировать проверенные на практике методы и

приемы аудита достоверности финансовой отчетности для целей аудита ИБ.

5. Способность формулировать требования к сценарию ДИ и базе знаний по предметной области.

Положительный эффект от внедрения УМК заключается в том, что он имеет не только ценность для организации учебного процесса, но и реальную коммерческую ценность для организации практического аудита, а также для формирования стандартов аудиторской деятельности. Наличие стандартов аудиторской деятельности является необходимым условием, чтобы таковая была признана аудитом [1].

Результаты проекта жизнеспособны и имеют устойчивый результат, так как базируются на апробированном теоретическом фундаменте и на опыте проведения аудита в смежных областях.

Полученные результаты регулярно докладываются участниками Проекта на профильных конференциях и публикуются в специализированных изданиях.

В чем заключается методологическая и содержательная новизна применения УМК для проведения ДИ?

Традиционный подход базируется на системе лекционных и практических форм обучения и традиционных формах оценки компетенций, которые нацелены на формирование знаний, умений, навыков, применение которых отнесено как минимум на начало профессиональной деятельности.

Деловая же игра базируется на поиске и обобщении знаний, которые непосредственно требуются «здесь и сейчас» для решения поставленных ситуационных задач (кейсов). Набор знаний, умений и навыков адаптируется к игровой ситуации, что повышает мотивацию обучающегося. Более того, в результате деловой игры формируется базовый набор решений практических задач, который может быть использован выпускником как методический задел для начала профессиональной деятельности.

Востребованность вузовским и образовательным сообществом определяется тем, что аудит ИБ как предмет обучения является трудноформализуемым и на текущий момент не имеет достаточной теоретической проработки. В связи с этим аудиторы применяют методическое обеспечение собственной разработки, что отрицательно сказывается на доверии к аудиторскому заключению заинтересованных сторон. Применение УМК позволит выработать задел для стандартизации аудиторских операций.

Деловая игра по традиционному сценарию (без применения УМК) проводилась уже два раза, поэтому имеется определенный методический задел: накоплен методический задел, касающийся организационного обеспечения экспертного аудита ИБ; разработаны учебные политики и регламенты по обеспечению ИБ, которые служат объектом экспертного аудита; разработаны методические рекомендации по применению отельных инструментальных средств аудита; обобщены полученные за этот период эмпирические знания, позволяющие обосновать дидактические требования к УМК; усовершенствованы сценарий проведения ДИ и образовательные технологии. Результаты первого этапа будут апробированы уже в следующем году при проведении ДИ.

Результаты разработки УМК докладывались участниками Проекта на двух конференциях:

1. Национальная (Всероссийская) научная конференция «Математическое моделирование и информационные технологии», проводимая в г. Сыктывкар в декабре 2018 года (http://mmit2018.syktsu.ru/) по следующим вопросам:

1. Деловая игра. Учебно-методический комплекс для подготовки к аудиту.

2. О модели объекта аудита информационной безопасности.

2. Российская научная конференция «Интеллектуальные системы в информационном противоборстве» в декабре 2018 года (http://analyticswar.ru/p%D1%81ommittee/) по следующим вопросам:

• о подготовке аудиторов информационной безопасности к практическому аудиту в форме деловой игры;

• об оценке значимости аудиторских свидетельств;

• об оценке готовности аудиторской группы к проведению практического аудита;

• о подготовке программы аудита информационной безопасности;

• об игровой модели деловой игры аудита информационной безопасности;

• о моделировании информационной инфраструктуры объекта аудита с применением технологий виртуализации.

Подготовлены материалы по результатам выступлений для публикации в соответствующем рецензируемом сборнике конференции.

Образовательный продукт в форме УМК планируется внедрить в апреле 2020 года.

Список литературы

1. Об аудиторской деятельности : федеральный закон от 30.12.2008 N 307-ФЗ (ред. от 23.04.2018). Ст. 1, п. 2.

2. ГОСТ Р ИСО/МЭК 27006-2006. Информационная технология. Методы и средства обеспечения безопасности. Требования к органам, осуществляющим аудит и сертификацию систем менеджмента информационной безопасности. Введ. 2008-18-12 №524-ст. М.: Стандартинформ, 2010. 35 с.

3. ГОСТ Р ИСО/МЭК 27004-2012. Информационная технология. Методы и средства обеспечения безопасности. Менеджмент информационной безопасности. Измерения. Введ. 2011-01-12 №681-ст. М.: Стандартинформ, 2012. 55 с.

4. **Абрамова Г. С., Степанович В. А.** Деловые игры: теория и организация. Екатеринбург: Деловая книга, 1999. 192 с.

5. **Айламазьян А. М.** Актуальные методы воспитания и обучения: деловая игра. М.: Владос-пресс, 2000. 332 с.

6. **Дьюи Дж.** Образование консервативное и прогрессивное // Демократия и образование : пер. с англ. М.: Педагогика-Пресс, 2000. 384 с.

7. **Корнели Д., Данофф Ч.** Парагогика: синергия самостоятельной и организованной учебной деятельности / пер. И. Травкина // *Проблемы управления в социальных системах. 2014. Т. 7. Вып. 11. С. 84–97.*

8. **Клир Дж.** Системология. Автоматизация решения системных задач. М.: Радио и связь, 1990. 544 с.

9. **Панфилова А. П.** Игротехнический менеджмент. Интерактивные технологии для обучения и организационного развития персонала : учебное пособие. СПб.: ИВЭСЭП, 2003. 536 с.

10. **Патаракин Е. Д.** Социальные взаимодействия и сетевое обучение 2.0. М.: НП «Современные технологии в образовании и культуре», 2009. 176 с. С. 34.

11. **Платов В. Я.** Деловые игры: разработка, организация и проведение : учебник. М.: Профиздат, 1991. 156 с.

Summary

Voevodin V. A., Zabolotni A. S., Nastinovn E. O. Training complex to prepare for the practical security audit

The features of master's training in the program «Audit of information security of automated systems», the relevance of the implementation of educational and methodical complex for the organization of business games and the acquired advantages, the approach to the formalization of the object of audit. The results are reported.
Keywords: audit, information security, business game.

References

1. *Federal'nyy zakon ot 30.12.2008 N 307-FZ (red. ot 23.04.2018) «Ob auditorskoy deyatel'nosti»* (Federal law of 30.12.2008 N 307-FZ (as amended on 04.23.2018) «On Auditing »), Art. 1, p. 2.

2. *GOST R ISO/MEK 27006-2006. Informatsionnaya tekhnologiya. Metody i sredstva obespecheniya bezopasnosti. Trebovaniya k organam, osushchestvlyayushchim audit i sertifikatsiyu sistem menedzhmenta informatsionnoy bezopasnosti* (GOST R ISO / IEC 27006-2006. Information technology. Methods and means of security. Requirements for bodies performing the audit and certification of information security management systems), Enter 2008-18-12, No. 524-st, Moscow: Standardinform Publ., 2010, 35 p.

3. *GOST R ISO/MEK 27004-2012. Informatsionnaya tekhnologiya. Metody i sredstva obespecheniya bezopasnosti. Menedzhment informatsionnoy bezopasnosti* (GOST R ISO / IEC 27004-2012. Information technology. Methods and means of security. Information Security Management. Measurements), Enter 2011-01-12 № 681-ст, Moscow: Standardinform Publ., 2012, 55 p.

4. **Abramova G. S., Stepanovich V. A.** *Delovyye igry: teoriya i organizatsiya* (Business games: theory and organization), Ekaterinburg: Business book Publ., 1999, 192 p.

5. **Aylamazyan A. M.** *Aktual'nyye metody vospitaniya i obucheniya: delovaya igra* (Actual methods of education and training: a business game), Moscow: Vlados - press Publ., 2000, 332 p.

6. **Dewey J.** *Obrazovaniye konservativnoye i progressivnoye / Demokratiya i obrazovaniye* (Conservative and progressive education /

Democracy and education), Moscow: Pedagogy Press Publ., 2000, 384 p.

7. **Corneli D., Danoff Ch.** Paragogika: sinergiya samostoyatel'noy i organizovannoy uchebnoy deyatel'nosti (Paragogik: Synergy of Independent and Organized Learning Activities), Per. I, Travkina, *Management problems in social systems*, 2014, t. 7, vol. 11, pp. 84–97.

8. **Clear J.** *Sistemologiya. Avtomatizatsiya resheniya sistemnykh zadach* (Systematology. Automation of solving system problems), Moscow: Radio and communication Publ., 1990, 544 p.

9. **Panfilova A. P.** *Igrotekhnicheskiy menedzhment. Interaktivnyye tekhnologii dlya obucheniya i organizatsionnogo razvitiya personala* (Igrotechnical management. Interactive technologies for staff training and organizational development), Tutorial, SPb IVESEP, 2003, 536 p.

10. **Patarakin E.** *Sotsial'nyye vzaimodeystviya i setevoye obucheniye 2.0* (Social Interactions and Networked Learning 2.0), Moscow: NP «Modern technologies in education and culture», 2009, 176 p.

11. **Platov V. Ya.** *Delovyye igry: razrabotka, organizatsiya i provedeniye* (Business games: development, organization and implementation: Textbook), Moscow: Profizdat Publ., 1991, 156 p.

Для цитирования: Воеводин В. А., Заболотный А. С., Настинов Э. О. Учебно-методический комплекс для подготовки к практическому аудиту информационной безопасности // *Вестник Сыктывкарского университета. Сер. 1: Математика. Механика. Информатика. 2018. Вып. 4 (29). С. 60–71.*

For citation: Voevodin V. A., Zabolotni A. S., Nastinovn E. O. Training complex to prepare for the practical security audit, *Bulletin of Syktyvkar University. Series 1: Mathematics. Mechanics. Informatics*, 2018, 4 (29), pp. 60–71.

Национальный исследовательский университет «МИЭТ»

Поступила 10.01.2019

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

Вестник Сыктывкарского университета.
Серия 1: Математика. Механика. Информатика.
Выпуск 4 (29). 2018

УДК 378.147

МОДЕЛЬ ОБЪЕКТА АУДИТА ИНФОРМАЦИОННОЙ БЕЗОПАСНОСТИ

В. А. Воеводин, А. С. Заболотный, Э. О. Настинов

Сообщается об актуальности аудита информационной безопасности при решении задачи защиты информации. Приводятся модели проблемной ситуации, дается её философское описание, формальная модель объекта аудита. Осуществляется общая постановка задачи оценивания эффективности применения выделенных сил и средств, вводится понятие канала наблюдения, сообщается о достигнутых результатах исследований и перспективном направлении исследования.
Ключевые слова: аудит, информационная безопасность, модель объекта аудита, аудиторские свидетельства, канал наблюдения.

Актуальность темы публикации вытекает из анализа общего содержания задачи аудита информационной безопасности (АИБ) и содержания отдельных этапов его реализации. Задача АИБ существует и имеет практический смысл постольку, поскольку существует проблема выбора рационального решения по обеспечению информационной безопасности (ИБ). Это определяет роль и место АИБ в управлении ИБ как средства, снижающего информационную неопределенность при принятии соответствующего решения.

Модель проблемной ситуации

Модель эталона, с которым будет сравниваться модель ОА, — официальный документ, в котором определены требования (эталон) не только по обеспечению ИБ, нужно определить степень выполнения этих требований — например требований стандарта Банка России СТО БР

ИББС-1.0-2014; требований ISO/IEC 27001; требований договора; требований по защите информации вновь создаваемой и внедряемой информационной системы; требований стандартов по управлению качеством продукции серии ISO 9000/10000; стандарт оценки уровня зрелости организации по управлению проектами — PMBOK; пороговый уровень риска информационной безопасности — $R_{\text{Пор.}}$; требований к достоверности международной финансовой отчетности; требований по обеспечению защиты информации в критических информационных инфраструктурах и др. Важным условием является, то, что и аудитор, и заказчик аудита согласны с этими требованиями и официально зафиксировали свою позицию. Другими словами, требуется модель эталона — $Y_{\text{Тр.}}$, с которой будет сравниваться модель того или иного объекта аудита $Y(\pi)$. Модель ОА строится (создается) в процессе аудита и зависит от полноты программы аудита (концептуальной модели ОА) и эффективности плана применения сил и средств аудита, выделенных для его проведения, — π. Причем важно, что модель проблемной ситуации инвариантна для любой прикладной области и имеет прикладную особенность лишь при построении множества каналов изменения (наблюдения) — $O = \{o_i\}$, где i — индекс соответствующего канала измерения того или иного свойства ОА.

Для понимания сути проблемы аудита следует мысленно встать на философские позиции и увидеть две категории: а) истинное состояние ОА и б) эмпирическое (опытное) проявление этого состояния в результатах аудиторских наблюдений, на основании которых аудитор выводит суждение об истинном состоянии ОА. Истинное состояние аудитор желает познать посредством количественных и качественных наблюдений за свойствами (характеристиками) данного объекта, и оно для аудитора является идеальным (неизвестным). Истинное состояние объекта аудита не зависит ни от средств наблюдения, ни от познаний самого аудитора и является для него абсолютной истиной, которую он желает познать.

Результаты аудиторских наблюдений, напротив, являются продуктами познания объекта аудита, представляя собой лишь оценки наблюдаемых свойств, найденные путем наблюдения, они зависят не только от самого аудитора, но еще и от метода наблюдения за соответствующим свойством, от технических средств, с помощью которых проводятся наблюдение, и методов обработки результатов аудиторских наблюдений.

Разница между результатами измерений, полученных при наблюдении за тем или иным свойством ОА и его истинным значением измеряемой (наблюдаемой) величины, характеризует погрешность наблюдения (измерения), что определяет аудиторский риск.

Процесс АИБ независимо от того, на каком методологическом уровне исследования (проблемный, концептуальный, операциональный, детальный) он рассматривается, может быть представлен в виде двух, реализуемых последовательно, этапов:

1. *Подготовительный* — решается задача анализа, от общего к частному — от требования (эталона) к распределению сил и средств АИБ по задачам и времени — плану применения.

2. *Непосредственное* применение сил и средств АИБ — решается задача синтеза, от частного к общему — от добытых аудиторских свидетельств (АС) к аудиторским доказательствам (АД), а от них к аудиторскому заключению (АЗ).

Краткое содержание этапов:

1. Задачи анализа — от общего к частному:

• постановка задачи — модель проблемной ситуации, которая служит основанием для разработки концептуальной модели ОА;

• концептуальная модель ОА является основой для разработки программы АИБ — перечень существенных свойств ОА и соответствующих каналов их наблюдения – измерительная модель, которая строится в соответствии с [2];

• план применения сил и средств АИБ — распределение ресурса по задачам и времени.

2. Задачи синтеза — от частного к общему:

• в результате реализации плана АИБ добываются аудиторские свидетельства — осуществляются соответствующие измерения существенных свойств ОА;

• результаты измерений служат основанием для вывода, групповых показателей и аудиторского заключения в целом — степень соответствия ОА принятому эталону.

• учитывая, что чаще на практике выделенный ресурс для АИБ не покрывает требуемую ресурсоемкость для полного исследования всех свойств ОА, то существует определенный аудиторский риск совершения ошибок первого и второго родов, который характерен для принятого плана АИБ.

Также актуальность темы публикации связана с изменениями правового и нормативного полей, регулирующих отношения по обеспечению защиты информации объектов, отнесенных к критической информационной инфраструктуре (КИИ) [8]. Успешное решение задачи АИБ позиционируется как важнейшая задача по обеспечению ИБ, позволяющая снизить информационную неопределённость при принятии решения по обеспечению ИБ и тем самым повысить эффективность их применения [5].

Для того чтобы обосновать необходимый для аудита ресурс — время, силы и средства, оценить аудиторский риск, существенность наблюдаемых аудиторских свидетельств, требуется наряду с моделью эталона адекватная модель объекта аудита (ОА) и самого АИБ как процесса познания ОА.

Для цели настоящей статьи используется классификация моделей, приведенная в [3], а для разработки требований к модели ОА (Модель) и рекомендаций по моделированию — общий подход, приведенный в [3; 7] с учетом индивидуальных особенностей моделируемой предметной области.

По сути задача АИБ состоит в измерении уровня соответствия ОА некоторому, заранее выбранному эталону — это может быть стандарт, условия договора, пороговое значение риска ИБ (риск аппетит) и другие требования к ИБ. Задача сводится к вычислению значения, в общем случае векторного показателя соответствия $W = (W_1, W_2, \ldots, W_n)$, где W_i, $i = 1, 2, \ldots, n$, n — число частных показателей соответствия свойств ОА эталону.

Результатом решения задачи АИБ являются векторные числовые оценки $W(\pi)$, полученные при реализации π-го плана АИБ, принадлежащего множеству допустимых, при реализации которых $\pi \in \Pi$ выполняются ограничения на выделенный ресурс —$R(\pi) \leq R_0$, Π — множество допустимых планов АИБ, $R(\pi)$ — ресурс (силы и средства), требуемый для реализации плана АИБ — π, R_0 — ресурс (силы и средства), выделенный для проведения АИБ в целом. Каждая такая оценка $W(\pi)$ характеризует уровень соответствия ОА требованиям выбранного эталона.

На вербальном уровне задача АИБ формулируется следующим образом: для заданных исходных данных, характеризующих: 1) ОА, его принадлежность к определенному классу систем (информационные системы персональных данных, информационный системы технологических процессов, информационные системы критической инфраструктуры и т.п.); 2) производственные возможности сил и средств аудита, разработать методику (модель), позволяющую построить план применения сил и средства АИБ, который бы обеспечивал приемлемый аудиторский риск при минимизации ресурса — это первая возможная постановка задачи АИБ. Вторая возможная постановка: при тех же исходных данных должны отыскать такой план АИБ, при котором аудиторский риск был бы минимален, а требуемый ресурс не превышал бы выделенного. Выбор зависит от предпочтений лица, принимающего решение.

Содержание задачи АИБ определяют следующие основные процедуры:

Построение адекватной модели ОА, характерной для каждой из задач, обозначенных выше:

1. Оценка качества модели ОА и планирование экспериментов с ней.

2. Вычисление значений $W(\pi)$ — показателя эффективности плана применения сил и средств АИБ $\pi \in \Pi$ с использованием соответствующей модели ОА.

В общем виде задачу оценивания эффективности плана применения сил и средств аудита ИБ можно представить формальной записью:

$$W(\pi) = \rho[Y(\pi), Y_0]; \tag{1}$$

$$\Psi : \{Y|H : \Pi \times \Lambda \overset{\Theta}{\to} Y(\pi)\} \overset{\Theta}{\to} W, \tag{2}$$

где $W(\pi)$ — показатель эффективности π-го плана АИБ, Λ — множество аудиторских свидетельств и каналов их наблюдения, формирующих программу АИБ, Y_0 — требуемый результат АИБ, $Y(\pi)$ — результат АИБ, получаемый при реализации π-го плана аудита $\pi \in \Pi$, π — множество существенных свойств ОА связанных с ними каналов наблюдения, важных для получения АЗ с аудиторским риском не ниже заданного $R(\pi) \leq R_0$, ρ — функция соответствия реального результата требуемому, H — модель результата АИБ, позволяющая вычислить значения $Y(\pi)$ для каждого плана АИБ $\pi \in \Pi$, Θ — исходные данные, характеризующие проблемную ситуацию — априорные сведения об ОА.

Отображение Ψ в (2) является отображением множества допустимых планов АИБ во множество допустимых значений показателя эффективности W с учетом (1) и задается с помощью соответствующей модели ОА.

Приведенная формальная запись задачи АИБ задает в наиболее общем виде (2) модель АИБ с оператором выхода W в форме (1). Никаких ограничений на характер компонент в (2) не накладывается и поэтому (2) может использоваться как общая исходная основа для моделирования АИБ для ОА произвольной природы, назначения и сложности. Главное требование к модели АИБ — её адекватность исследуемому ОА и поставленной задаче АИБ, иначе невозможно получить положительные результаты моделирования, т. е. оценивание эффективности АИБ на неадекватной модели вообще теряет смысл. Модель ОА считается адекватной, если она с достаточной степенью приближения находится на уровне понимания моделируемых операций лицом, принимающим решение (ЛПР), и аудитором и отражает процесс функционирования ОА во внешней среде.

Моделирование аудиторских операций в значительной мере осложняется тем, что наряду с чисто физическими процессами функционирования разнообразных технических подсистем, агрегатов ОА, приходится моделировать поведение людей в различных формах их взаимодействия, что вынуждает обращаться к неформальным методам интуитивного моделирования, экспертного оценивания, анализа, рефлексий и т. д. В научной литературе существует большое разнообразие подходов и классификаций моделей и методов моделирования [11; 9].

В качестве исходного тезиса при моделировании ОА было принято то, что аудитор оценивает не все возможные свойства ОА, а лишь определенную выборку, причем каждое из наблюдаемых свойств имеет свою ценность (существенность).

Таким образом, для дальнейших исследований ОА был представлен системой соответствующих свойств ОА с назначением соответствующих процедур их измерения. С каждым свойством связано множество его проявлений. При единичном наблюдении показатель имеет одно конкретное проявление. Но аудитору важно оценивать изменение показателя в зависимости от условий наблюдения. Например, как изменяется вероятность успешной атаки на ОА в зависимости от реализуемой угрозы? Или как оценить величину ущерба в зависимости от той же успешной атаки? В этом случае принимается, что угроза есть варьируемый (управляемый) показатель, а вероятность успешной атаки и ущерб — наблюдаемые показатели, характеризующие ОА. Также в качестве варьируемых показателей в модели могут выступать время, положение в пространстве, группа и другие или эти показатели в комбинации, причем эти же варьируемые показатели могут выступать и как наблюдаемые свойства.

При исследованиях на первом этапе ОА был формально определен как система (3), представляющая собой множество *наблюдаемых* свойств — $\{a_i\}$, с каждым из которых связано множество его *проявлений* — $\{A_i\}$, и множество *варьируемых* свойств — $\{b_i\}$, с каждым из которых связано множество его *изменений* — $\{B_i\}$:

$$\mathbf{OA} = (\{a_i, A_i), i \in N_n\},\ (\{b_i, B_i), i \in N_m\}, \tag{3}$$

где $N_n = \{1, 2, \ldots, n\}$ — значение индекса наблюдаемого свойства, n — число наблюдаемых свойств; $N_m = \{1, 2, \ldots, m\}$ — значение индекса варьируемого свойства, m — число варьируемых свойств.

Во многих случаях множества $\{A_i\}$ неизвестны и могут быть получены либо опытным путем, либо на основании философских построений.

На втором этапе исследований операционные представления наблюдаемых свойств позиционировались как *переменные*, а операционное представление варьируемых свойств — как *параметры*. При этом сущность и содержание терминов *переменная* и *параметр* приняты в понимании их в классической математике [4].

На отдельных множествах состояния переменных и (или) параметрических множествах могут быть определены математические отношения (шкала) [1], например отношения порядка или расстояния. Так, например, каждое из наблюдаемых свойств (индекс свойства — переменная) можно ранжировать отношением порядка в зависимости от информативности (параметр) и учитывать эти знания при планировании аудита и оценке аудиторского риска. Формальных выражений для поиска такого соответствия на настоящий момент не получено, поэтому применили экспертные методы. Фундаментальные различия наблюдаемых и варьируемых свойств по аналогии [3] позиционировали как методологические различия, которые по сути и содержанию будут рассмотрены в другой публикации.

На следующем этапе исследования ввели понятия *абстрактной* и *конкретной* переменных и параметров. Множество состояний переменной должно отображаться изоморфно (один в один с сохранением всех математических отношений, определенных на нем) в элементы множества состояний конкретной переменной. Изоморфное отображение абстрактной переменной или параметра в элементы конкретной переменной или параметра позиционировалось как *конкретизация*, обратное преобразование — *абстрагирование*.

Далее в модель был введен новый элемент — канал наблюдения [2], под которым понимается операция, вводящая конкретную переменную как образ того или иного наблюдаемого свойства ОА. Канал наблюдения был реализован с помощью функции (4)

$$o_i : A_i \longrightarrow V_i. \tag{4}$$

Считается, что эта функция гомоморфна относительно предполагаемых свойств множеств A_i и V_i, где V_i — множество возможных значений переменной.

Аналогичная функция (5) задает представление варьируемых параметров

$$o_i : B_i \longrightarrow W_i. \tag{5}$$

Концептуальная модель АИБ

$KM = \{A = \{ac_i\}\}$, $i = 1, \ldots, M$, где M — число свойств ОА, которое может быть потенциально оценено с помощью доступных процедур и средств измерения.

Операциональная модель ОА

$OM = \{AC = \{ac_i, O_i = \{o_{ij}\}\}\}$, $i = 1, \ldots, N$, N — число существенных свойств ОА, которое вошло в сценарий АИБ, $j = 1, \ldots, m_i$, — индекс канала наблюдения i-го свойства, m_i — число каналов наблюдения i-го свойства ОА. С помощью операциональной модели формируется множество свойств ОА, которое потенциально может быть исследовано при реализации разработанного сценария АИБ.

Модель применения сил и средств АИБ

ПМ $(\pi) = \{AC(\pi) = ac_i, O_i = \{o_{ij}\}\}\}$, $i = 1, \ldots, N$, N — число существенных свойств, которое вошло в π–й план АИБ, $j = 1, \ldots, m_i$,— индекс канала наблюдения i-го свойства, m_i — число каналов наблюдения i-го свойства ОА. С помощью операциональной модели формируется множество свойств ОА, которое будет исследовано при реализации π–го плана АИБ. Плановая модель должна обеспечивать оценку эффективности выбранного плана АИБ. Каждый канал наблюдения характеризуется ресурсом, требуемым для его осуществления, — требуемые силы и средства АИБ. Требуемые силы рассчитываются по методикам нормирования труда, средства на основании технологических и технических норм. Нормы труда оцениваются затратами на оплату труда с учетом всех действующих налогов; нормы владения средствами измерений и программными средствами — стоимостью их амортизации и действующими налогами на имущество.

В настоящее время усилия по исследованию сосредоточены на моделировании нечёткого канала наблюдения.

Разработанная модель была апробирована в ходе деловой игры по учебной дисциплине «Аудит информационной безопасности», разрабатываются соответствующие ситуационные задачи. Идеи моделирования ОА были апробированы на профильных конференциях.

Список литературы

1. **Анфилатов В. С., Емельянов А. А., Кукушкин А. А.** Системный анализ в управлении. М.: Финансы и статистика, 2002. 368 с.

2. ГОСТ Р ИСО/МЭК 27004-2012. Информационная технология. Методы и средства обеспечения безопасности. Менеджмент информационной безопасности. Измерения. Введ. 2011-01-12 №681-ст. М.: Стандартинформ, 2012. 55 с.

3. **Клир Дж.** Системология. Автоматизация решения системных задач. М.: Радио и связь, 1990. 544 с.

4. Математический энциклопедический словарь / Ю. В. Прохоров. М.: Большая Российская энциклопедия, 1995. 847 с.

5. Материалы VI конференции «Информационная безопасность АСУ ТП КВО» [Электронный ресурс]: публикации в СМИ. URL: http://www.ибкво.рф/publikatsii (дата обращения: 10.01.2019).

6. Надежность и эффективность в технике : справочник: в 10 т. Т. 3. Эффективность технических систем / под общ. ред. В. Ф. Уткина, Ю. В. Крючкова. М.: Машиностроение, 1988. 328 с.

7. Основные направления государственной политики в области обеспечения безопасности автоматизированных систем управления производственными и технологическими процессами критически важных объектов инфраструктуры Российской Федерации [утв. Президентом Российской Федерации Д. Медведевым 3 февраля 2012 г. № 803]. URL: http://www.scrf.gov.ru/security/information/document113/ (дата обращения: 10.01.2019).

8. **Пегат А.** Нечеткое моделирование и управление : пер. с англ. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2009. 798 с.

9. **Советов Б. Я., Яковлев С. А.** Моделирование систем. М.: Высшая школа, 1985. 271 с.

10. **Уемов А. И.** Логические основы метода моделирования. М.: Мысль, 1971. 311 с.

Summary

Voevodin V. A., Zabolotni A. S., Nastinovn E. O. The object model for audit information security

It is reported about the relevance of information security audit in solving the problem of information security. Models of a problem situation are given, its philosophical description, formal model of object of audit is given. A General statement of the task of evaluating the effectiveness of the allocated forces and funds is carried out, the concept of a monitoring channel is introduced, the results of research and the promising direction of research will be reported.
Keywords: audit, information security, the model of the object of the audit, audit evidence, channel monitoring.

References

1. **Anfilatov V. S., Emelyanov A., Kukushkin A. A.** *Sistemnyy analiz v upravlenii* (System analysis in management), Moscow, Finance and statistics Publl., 2002, 368 p.

2. *GOST R ISO/MEK 27004-2012. Informatsionnaya tekhnologiya. Metody i sredstva obespecheniya bezopasnosti. Menedzhment informatsionnoy bezopasnosti. Izmereniya* (GOST R ISO/IEC 27004-2012. Information technology. Methods and means of security. Information security management), Measurements-Enter. 2011-01-12 №681-St. Moscow: Standrtinform Publ., 2012, 55 p.

3. **Clear J.** *Sistemologiya. Avtomatizatsiya resheniya sistemnykh zadach* (Systemology. Automation of solving system problems), Moscow: Radio and communication Publ., 1990, 544 p.

4. *Matematicheskiy entsiklopedicheskiy slovar'* (Mathematical encyclopedic dictionary / Prokhorov), Moscow, Big Russian encyclopedia Publ., 1995, 847 p.

5. Materialy VI Konferentsii «Informatsionnaya bezopasnost' ASU TP KVO» (Proceedings of the VI Conference «information security of APCS»), [Electronic resource]: publications in the media, access Mode: http://www.ибкво.рф/publikatsii, free (date of the application: 10.01.2019).

6. Nadezhnost' i effektivnost' v tekhnike: Spravochnik (Reliability and efficiency in engineering: a Handbook), vol. 3 the Effectiveness of

technical systems, Under. Edition of V. F. Utkin, Y. V. Kryuchkova, Moscow, Mashinostroenie Publ., 1988, 328 p.

7. Osnovnyye napravleniya gosudarstvennoy politiki v oblasti obespecheniya bezopasnosti avtomatizirovannykh sistem upravleniya proizvodstvennymi i tekhnologicheskimi protsessami kriticheski vazhnykh obyektov infrastruktury Rossiyskoy Federatsii: [utv. Prezidentom Rossiyskoy Federatsii D. Medvedevym 3 fevralya 2012 g (The Main directions of the state policy in the field of safety of the automated control systems of production and technological processes of critically important objects of infrastructure of the Russian Federation: [UTV. President of the Russian Federation Dmitry Medvedev February 3, 2012), № 803 mode of access: http://www.scrf.gov.ru/security/information/document113/ (date of the application: 10.01.2019).

8. **Pegat A.** *Nechetkoye modelirovaniye i upravleniye* (Fuzzy modeling and control), translated from English, Moscow, BINOM. Laboratory of knowledge, 2009, 798 p.

9. **Sovetov B. Y., Yakovlev S. A.** *Modelirovaniye sistem* (Modeling of systems), Moscow, Higher school Publ., 1985, 271 p.

10. **Uemov A. I.** *Logicheskiye osnovy metoda modelirovaniya* (Logical foundations of the modeling method), Moscow, Thought Publ., 1971, 311 p.

Для цитирования: Воеводин В. А., Заболотный А. С., Настинов Э. О. Модель объекта аудита информационной безопасности // *Вестник Сыктывкарского университета. Сер. 1: Математика. Механика. Информатика. 2018. Вып. 4 (29). С. 72–82.*

For citation: Voevodin V. A., Zabolotni A. S., Nastinovn E. O. The object model for audit information security, *Bulletin of Syktyvkar University. Series 1: Mathematics. Mechanics. Informatics*, 2018, 4 (29), pp. 72–82.

Национальный исследовательский университет «МИЭТ» *Поступила 10.01.2019*

ПАМЯТНЫЕ ДАТЫ

Вестник Сыктывкарского университета.
Серия 1: Математика. Механика. Информатика.
Выпуск 4 (29). 2018

УДК 51

ПОПОВ ВЯЧЕСЛАВ АЛЕКСАНДРОВИЧ (К СЕМИДЕСЯТИЛЕТИЮ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ)

В. Н. Исаков, В. П. Одинец

Наполни смыслом каждое мгновенье,
часов и дней неумолимый бег...
Р. Киплинг

23 июля 2018 года исполнилось 70 лет Попову Вячеславу Александровичу, кандидату физико-математических наук, профессору кафедры физико-математического и информационного образования СГУ им.

Питирима Сорокина, заслуженному работнику Республики Коми (2000) и заслуженному работнику высшей школы России (2007). Его жизненное кредо, выраженное в эпиграфе данной заметки, и разносторонний талант позволили ему добиться значительных успехов в различных сферах научно-педагогической деятельности.

В. А. Попов родился в деревне Лёхта села Лойма Прилузского района Коми АССР в семье учителя Александра Ивановича и акушерки Елизаветы Ильиничны. Учился в Объячевской средней школе, был победителем районной и республиканской математических олимпиад. Школу окончил в 1965 году с серебряной медалью и на год раньше положенного срока.

В этом же году В. А. Попов поступил на физико-математический факультет Коми пединститута по отделению «Математика», где курс математического анализа вел молодой ученый В. Н. Алексюк. Общение с ним определило путь дальнейших его научных исследований в области полуаддитивных функций множеств и неаддитивного интегрирования. Окончив с отличием КГПИ в 1969 году, он поступил в аспирантуру Ленинградского пединститута им. А. И. Герцена. В 1969–1970 годах прошел службу в рядах Советской армии и затем продолжил учебу в аспирантуре. Кандидатскую диссертацию успешно защитил в ноябре 1973 года [5].

Попутно отметим, что в 1966–1967 годах, как студент-лаборант кабинета астрономии, он выполнял задания Астросовета АН СССР по оптическому наблюдению искусственных спутников Земли [1]. Астрономическая площадка КГПИ была единственной базой наблюдения на значительной части Северо-Запада России.

С 1973 по 2014 год В. А. Попов работал в Коми пединституте на кафедре математического анализа, с 2014 года по настоящее время работает в Сыктывкарском госуниверситете (после присоединения КГПИ к университету) [5; 7]. Занимал должности старшего преподавателя (1973–1977 годы), заведующего кафедрой (1977–1984 годы), доцента (1984–2003 годы) и (2007–2012 годы), проректора по учебной работе Коми пединститута (2003–2007 годы), профессора (с 2012 года). С 2014 года он занимает должность профессора кафедры физико-математического и информационного образования СГУ.

Вячеслав Александрович является ведущим преподавателем по математическому анализу, математической логике, дискретной математике, практикуму решения математических задач. Занятия проводит на высоком научно-методическом уровне, обеспечивая студентов разработанными им самим учебно-методическими пособиями и рекомендациями. Полезными были также его пособия по математическим олимпиадам и по подготовке студентов выпускного курса к государственным экзаменам. Он в числе первых осваивал компьютеры, редакторы формул, TeX, а также информационно-коммуникационные технологии, применяя их в учебно-научном процессе и при руководстве курсовыми и дипломными работами. Анкетирования в КГПИ показывали, что его преподавательский рейтинг всегда был одним из самых высоких на факультете.

На посту заведующего кафедрой математического анализа В. А. Попов проводил целенаправленную работу по совершенствованию учебно-методической, воспитательной и научной работы кафедры. В эти годы при кафедре успешно работал межвузовский научный семинар по теории меры и интеграла, высокой была публикационная активность преподавателей. По итогам соцсоревнования кафедра ежегодно занимала ведущие места по институту [5].

Вячеслав Александрович стал проректором по учебной работе в апреле 2003 года по просьбе В. Н. Исакова, который в это время вступил в должность ректора КГПИ и ставил задачу обновления института во всех направлениях его деятельности. Во многом благодаря усилиям В. А. Попова вуз за четыре года сумел добиться значительных успехов в расширении спектра специальностей и специализаций, во внедрении информационно-коммуникационных технологий, в развитии инновационной инфраструктуры. Практически на нем лежала тогда ответственность за подготовку к комплексной проверке института Рособрнадзором в 2007 году. После благополучных результатов проверки он по своей просьбе оставил административную должность.

Научно-исследовательскую и учебно-методическую работу Вячеслав Александрович ведет по пяти основным направлениям: фундаментальная математика (теория меры и интеграла), вузовская математика, школьная математика, поиск и воспитание талантливой молодежи, вопросы истории Коми пединститута [4; 7]. Им опубликовано более 200 работ, в т. ч. 4 монографии и 21 учебное пособие, из которых девять имеют гриф УМО педвузов Волго-Вятского региона, а одно одобрено Научно-методическим советом по математике при Минобразования Российской Федерации.

1. По своей научной специальности 01.01.01 (теория функций и функциональный анализ) В. А. Попов получил несколько глубоких результатов о полуаддитивных функциях и интегралах на кольцах множеств и их применениях, о булевых алгебрах и непрерывных функциях на них [4–6]. В частности, построил нетривиальный пример субмеры

без аддитивных минорант, названной «паталогической субмерой», аналоги которой позже были построены и зарубежными математиками. С помощью этой субмеры он решил проблему известного советского и израильского математика А. А. Гольдберга от 1962 года относительно интегралов по субмерам, а также по-новому и на три года раньше, чем в работах других математиков, включая и зарубежных, осветил известную в математическом мире проблему Д. Магарам (D. Maharam, USA) от 1947 года о нормируемости булевых алгебр. В 1999 году он написал монографию «Полумеры на кольцах множеств», которую можно считать и учебным пособием для математиков, интересующихся полуаддитивными функциями множеств и их применениями.

2. Кроме многочисленных пособий и разработок по преподаваемым дисциплинам в области вузовской математики В. А. Попов имеет еще два важных достижения.

2.1. В начале 2000-х годов он заметил, что рассматриваемые при введении понятия производной функции одной переменной базовые геометрические и физические задачи (о касательной, мгновенной скорости и т. п.) на самом деле требуют для своего решения иное определение производной, чем то, которое сейчас лежит в основе математического анализа [2]. В 2002 году он опубликовал новое определение, названное им *полной производной* (*П-производной*), и показал, что оно существенно обогащает «старое» определение, а теоремы классического дифференциального исчисления при его использовании становятся более естественными и легче доказываемыми. Он выявил, что эти преимущества справедливы также в теории действительных функций многих переменных, в теории рядов, в теории функций комплексной переменной [4; 5].

Обо всем этом говорится в большой серии публикаций, а также в учебном пособии «Новые основы дифференциального исчисления» (2002), которое на Всероссийском конкурсе «Педагогические инновации» отмечено дипломом Министерства образования РФ и медалью Януша Корчака, а затем в монографии «Преднепрерывность. Производные. П-аналитичность» (2011), которая имеется в библиотеках России и Библиотеке Конгресса США.

Тем самым Вячеслав Александрович предложил новый вариант основ математического анализа, который, по нашему мнению, найдет широкое применение в вопросах преподавания математики в школе и вузе. Заметим попутно, что П-производная отличается от известных в математике других обобщений и аналогов понятия производной в точке: Каратеодори, Пеано, Шварца, Римана, Галуа, А. Безиковича и др.

2.2. Кроме своих основных учебных курсов с середины 2000-х годов В. А. Попов начал в институте вести и другие предметы, в том числе математику студентам гуманитарных специальностей и направлений. Разработанные им учебные материалы вошли в изданное в 2007 и 2008 годах учебное пособие «Математика для гуманитариев» в двух частях под общей редакцией В. А. Попова в соавторстве с О. А. Сотниковой, М. В. Поспеловым и Г. В. Каневой.

Позднее он написал учебное пособие «Математика в социогуманитарной сфере», второе издание которого было выпущено в 2016 году известным издательством «Лань» (Санкт-Петербург—Москва—Краснодар), специализирующемся на выпуске учебной литературы для вузов. Качество и актуальность пособия оказались столь высоки, что его включили в серию книг «Классическая учебная литература по математике», которую совместно с издательством «Лань» определила к изданию (или переизданию) специальная комиссия из ведущих преподавателей вузов. Серия состоит из 36 учебников, причем ее основу составили известные книги выдающихся математиков П. С. Александрова, С. В. Бахвалова, А. А. Боровкова, Б. П. Демидовича, А. Г. Куроша, А. И. Маркушевича, И. П. Натансона, Д. К. Фаддеева, Г. М. Фихтенгольца и других.

Мы поздравляем Вячеслава Александровича с попаданием в круг столь знаменитых авторов.

3. Кроме работы в вузе В. А. Попов постоянно занимается с учащимися и учителями средних школ, при этом с 1974 по 2003 год он оказывал существенное влияние на развитие математического образования в средних учебных заведениях Республики Коми [2; 3].

В связи с начавшейся в 1970 году реформой школьного курса математики потребовалась интенсивная переподготовка и повышение квалификации учителей по началам математического анализа. С 1974 года В. А. Попов регулярно вел занятия с учителями по этой тематике, а также и по разделам школьной алгебры в Сыктывкаре в Коми ИУУ (институт усовершенствования учителей, ныне РИРО — республиканский институт развития образования) и на выездных курсах в других городах и райцентрах республики. В его характеристике от Коми РИРО говорится, что для учителей он являлся наиболее компетентным и интересным лектором.

Обладая глубокими знаниями в области математических олимпиад, в это же время он составил сборники олимпиадных и различных нестандартных задач с руководствами по их решению, вел соответствующие курсы с учителями, участвовал в подготовке заданий и проведении районных (городских) и республиканских математических олимпиад, неоднократно возглавлял республиканское жюри.

В 1990-е годы повсеместно начали открываться инновационные средние учебные заведения — лицеи и гимназии. Вячеслав Александрович принял активнейшее участие в разработке математической составляющей их учебных программ. До 2003 года, т. е. до начала работы проректором КГПИ, он читал авторские спецкурсы, проводил факультативные и индивидуальные занятия с учащимися 8–11 классов в Лицее народной дипломатии города Сыктывкара, в Технологическом лицее Сыктывкарского лесного института, в Эжвинской академической гимназии, в Коми республиканском физико-математическом лицее-интернате, в Прилузском филиале очно-заочного лицея при КГПИ для одаренных сельских школьников (с. Объячево).

В. А. Попов написал большое количество пособий и рекомендаций для школьников и учителей, которые были изданы тиражами от 500 до 1000 экземпляров, разошлись по всем средним учебным заведениям республики и до сих пор приносят реальную пользу. Кроме этого, регулярно публиковал свои задачи и методические находки в журналах «Математика в школе» и «Квант», в общероссийском еженедельнике «Математика», в «Математическом вестнике педвузов Волго-Вятского региона», в различных научно-методических сборниках [3; 4].

В 2002 году на основе отмеченных выше публикаций он издал книгу «Элементарная математика и начала анализа», которая явилась отражением почти 30-летнего опыта работы автора со школьниками. Книга направлена на углубленное изучение математики, целенаправленную подготовку к математическим олимпиадам и конференциям, получение навыков самостоятельной работы в математике. Она экспонировалась на Международной книжной ярмарке во Франкфурте на Майне в октябре 2003 года в составе коллективной экспозиции наиболее значительных изданий вузов России за 2001–2003 годы (после была передана в библиотеку г. Ганновер). За участие с этой работой во Всероссийском конкурсе «Педагогические инновации — 2004» Вячеслав Александрович стал лауреатом этого конкурса.

Отметим еще, что В. А. Попова неоднократно приглашали к работе Коми республиканской комиссии по отбору выпускных работ школьников для награждения золотыми медалями. В 2005 году он был первым председателем республиканской комиссии ЕГЭ по математике, подготовил более 70 экспертов ЕГЭ и обеспечил успешную экспертизу работ по математике у более чем 10 тысяч выпускников.

4. Высокое качество издаваемой В. А. Поповым научно-методической

и учебной литературы во многом объясняется тем, что практически вся она им апробирована, и не только на аудиторных занятиях различного вида, но и в индивидуальной работе со студентами и школьниками. По своей личной инициативе он постоянно ищет и находит талантливых детей с математическими задатками и воспитывает у них навыки самостоятельного труда в актуальных областях математики. Только учащихся школ под его руководством занималось несколько десятков человек, при этом благодаря его педагогическому мастерству большинство из них добились значительных успехов.

Следующий список достижений его учеников впечатляет:

- победители и призеры Сыктывкарской городской, Коми республиканской и Соросовской всероссийской олимпиад по математике в течение многих лет;

- победители и призеры Коми республиканской и Всероссийской научных конференций в рамках программы «Шаг в будущее» (2001–2008 годы);

- высокие места в цикле международных математических конкурсов «Кенгуру»;

- достойные места на Всероссийском и Евразийском молодежных научных фестивалях;

- лауреаты и победители всероссийских конкурсов и выставок научно-исследовательских работ с включением в состав Национальной делегации России для участия на международных форумах (Тайвань-2006, учащийся Осипов М.; Лондон-2010, студент Панкратов Н.);

- участие в различных всероссийских и международных конференциях с публикацией докладов в сборниках статей этих конференций (последнее: студентка ИТНИТ СГУ Канева А. (2018), доклад с публикацией и статья в журнале «Вестник СГУ»).

Многие ученики В. А. Попова впоследствии стали заниматься математикой профессионально, учились в аспирантуре и даже защитили диссертации, как, в частности, доцент кафедры статистического моделирования СПбГУ Коробейников А. И. и доцент кафедры прикладной математики и информационных технологий в образовании СыктГУ Котелина Н. О.

5. Кроме математики, Вячеслав Александрович с большим удовольствием занимается историческими исследованиями. Он является активистом Музея им. Л. А. Жданова «История Коми пединститута», при этом большинство проводимых там мероприятий подкрепляются его фото- и видеоматериалами.

Коми пединститут благодарен ему за красочную авторскую книгу «Коми пединститут в делах и лицах (летопись кануна 75-летнего юбилея)» от 2006 года, за изданное в 2012 году фундаментальное исследование по истории математических кафедр пединститута, за его находки лиц, так или иначе связанных с математикой, Коми пединститутом и Республикой Коми, которые были забыты или до сих пор были нам неизвестны.

В. А. Попов много делает для активизации научной деятельности и для подготовки научно-педагогических кадров высшей квалификации в КГПИ и СыктГУ.

В 1995 году он был включен в состав Совета зонального УМО по математике педвузов Волго-Вятского региона. Возглавлял работы по подготовке и проведению всероссийских научно-методических конференций «Проблемы математического образования в вузах и школах России в условиях его модернизации» на базе КГПИ (2005, 2008, 2011), а также активно участвовал в аналогичной работе в 2014 году в СыктГУ. Был членом редколлегии нескольких выпусков журнала «Математический вестник педвузов и университетов Волго-Вятского региона».

С 2004 года В. А. Попов был заместителем главного редактора научно-методического журнала «Вестник Коми государственного педагогического института» и председателем секции физико-математических, естественных и технических наук. Являлся главным или научным редактором нескольких сборников с материалами различных конференций, а также ответственным за выпуск и главным редактором учебных пособий В. П. Одинца, М. В. Поспелова, М. Я. Якубсона, Н. А. Поповой.

Совместно с профессором В. П. Одинцом добился открытия в 2010 году аспирантуры в КГПИ по специальности «Теория и методика обучения и воспитания (математика)». В 2014–2017 годах (в СыктГУ) был научным руководителем этого направления аспирантуры и обеспечил успешную ее аккредитацию. Руководил работой трех аспирантов, один из которых успешно защитился.

Плодотворный труд В. А. Попова отмечен большим количеством наград [5–7]. Имеет Почетные грамоты от благодарных ему лицеев и гимназий, Коми РИРО, Минобразования Республики Коми, Коми пединститута, ЦК ВЛКСМ, Министерства просвещения СССР и ЦК профсоюза работников народного образования. Награжден общесоюзным (в СССР) нагрудным знаком «Победитель социалистического соревнования 1977 года», почетным знаком «Отличник народного просвещения РСФСР», является заслуженным работником Республики Коми, заслуженным работником Высшей школы Российской Федерации, почетным работником Коми пединститута. Он дважды лауреат премии Правительства Республики Коми в области научных исследований (2008, 2013), дважды лауреат диплома Минобразования России и медали «Януша Корчака» на Всероссийских конкурсах (2003, 2004), лауреат Золотого диплома Международного форума «Высшее образование — XXI век» (2006).

Вячеслав Александрович женат с 1969 года, вместе с супругой Ниной Николаевной (выпускницей физмата КГПИ 1970 года) вырастил двух замечательных сыновей, а теперь в его дружной семье есть еще пятеро внучек. Он по-прежнему бодр и нацелен на работу, полон идей и планов. Любит бывать на даче, где он своими руками соорудил все постройки. Для поддержания своего тонуса предпочитает нетрадиционную медицину и лыжный спорт.

Кроме исключительной работоспособности, мы ценим такие качества юбиляра, как доброжелательность, открытость и готовность оказать реальную помощь. Желаем ему крепкого здоровья и дальнейших творческих удач в педагогической и научной работе.

Основные публикации юбиляра

1. **Арешкин Г. Я., Попов В. А.** Δ-функционалы и интеграл по непрерывной внешней мере // *Изв. вузов. Математика. 1976. № 8. С. 3–8.*

2. **Попов В. А.** Аддитивные и полуаддитивные функции на булевых алгебрах // *Сибирский математический журнал. 27:2. 1976. С. 331–339.*

3. **Попов В. А.** Задачи с параметрами в курсе алгебры 9-летней школы : учебное пособие. Сыктывкар: РИПКРО МО РК, 1997. 109 с.

4. **Попов В. А.** Полумеры на кольцах множеств. Сыктывкар: Коми пединститут, 1999. 139 с.

5. **Попов В. А.** Элементарная математика и начала анализа : методические статьи и задачи. Сыктывкар: Коми пединститут, 2002. 300 с.

6. **Попов В. А.** Новые основы дифференциального исчисления : учебное пособие для спецкурсов. Сыктывкар: Коми пединститут, 2002. 64 с.

7. **Popov V. A.** П-derivative and analytical functions // *Mathem. and Science Education in the North-East of Europe. Finland, University of Joensuu, 2003, с. 59–62.*

8. **Попов В. А.** Новые подходы в преподавании разделов о производной функции и ее применениях. Уроки математики в 10 классе // *Образование в современной школе. М. 2004. № 5. С. 25–33.*

9. **Popov V. A.** Scientific foundations for implementing a new conception of teaching analysis at school // *J. Didactics of Mathematics, №6. Wroclaw (Польша): 2005. P. 55–62.*

10. **Попов В. А.** Коми пединститут в делах и лицах (летопись кануна 75-летнего юбилея). Сыктывкар: Коми пединститут, 2006. 96 с.

11. **Попов В. А.** Научные основы новых подходов преподавания математического анализа в профильной школе и вузе // *Тр. Международного форума по проблемам науки, техники и образования. М.: Академия наук о земле, 2006. Т. 1. С. 113–116.*

12. Математика для гуманитариев : учебное пособие : в 2 ч. / под общ. ред. В. А. Попова (соавторы — О. А. Сотникова, М. В. Поспелов, Г. В. Канева). Сыктывкар: ГАОУ ВПО «Коми республ. академия гос. службы и управления». 2007. Ч. 1. 229 с.; 2008 (2-е изд. – 2013). Ч. 2. 168 с.

13. **Попов В. А.** Преднепрерывность. Производные. П-аналитичность : монография. Сыктывкар: Коми пединститут, 2011. 228 с.

14. **Попов В. А.** Кафедра математики Коми пединститута: история становления и развития. Сыктывкар: Коми пединститут, 2012. 216 с.

15. **Попов В. А.** Математика в социогуманитарной сфере : учебное пособие. – 2-е изд., испр. СПб.: Лань, 2016. 164 с., ил. (Учебники для вузов, Специальная литература).

Список литературы

1. **Щедрина С.** Эта ускользающая граница непознанного // *Право быть впереди. Сыктывкар: Коми кн. изд-во, 1982. С. 94–100.*

2. **Артеев А.** Мост через пропасть Лагранжа // *Молодежъ севера. 2003. № 38. 18 сентября. С. 12.*

3. **Журавлев С.** Гость номера Вячеслав Попов: «Не быть сухарем-занудой» // *Красное знамя. 2004. № 170. 24 сентября. С. 5.*

4. **Исаков В. Н.** Попов Вячеслав Александрович // Город Сыктывкар : энциклопедия. Сыктывкар: Коми научный центр Уральского отделения РАН, 2010.

5. Попов Вячеслав Александрович. Кафедра математики Коми пединститута: история становления и развития / В. А. Попов. Сыктывкар: Коми пединститут, 2012. С. 175–177.

6. Вячеслав Александрович Попов. Высшая школа Республики Коми в лицах / сост. и отв. ред. М. И. Бурлыкина. Сыктывкар: Изд-во СГУ им. Питирима Сорокина, 2017. Ч. 1. С. 258–259.

7. **Бурлыкина М. И.** Сыктывкарский государственный университет имени Питирима Сорокина : энциклопедия. Сыктывкар: Изд-во СГУ им. Питирима Сорокина, 2018. С. 156.

Summary
Isakov V. N., Odyniec W. P. Popov Vyacheslav Aleksandrovich (on his seventieth birthday)

References

1. **Shchedrin S.** Eta uskol'zayushchaya granitsa nepoznannogo (This elusive border of the unknown), *The right to be ahead*, Syktyvkar: Komi Prince. publishing house, 1982, pp. 94–100.

2. **Arteev A.** Most cherez propast' Lagranzha (Bridge across the Lagrange chasm), *Youth of the North*, 2003, No. 38, September 18, p. 12.

3. **Zhuravlev S.** Gost' nomera Vyacheslav Popov: «Ne byt' sukharem-zanudoy» (Guest of the room Vyacheslav Popov: «Do not be a cracker»), *Red flag*, 2004, No. 170, September 24, p. 5.

4. **Isakov V. N.** *Popov Vyacheslav Aleksandrovich. Gorod Syktyvkar: entsiklopediya.* (Popov Vyacheslav Aleksandrovich. Syktyvkar City: Encyclopedia), Syktyvkar: Komi Scientific Center, Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, 2010.

5. *Popov Vyacheslav Aleksandrovich. Kafedra matematiki Komi pedinstituta: istoriya stanovleniya i razvitiya* (Vyacheslav Aleksandrovich Popov. Department of Mathematics, Komi Pedagogical Institute: History of Formation and Development), Syktyvkar: Komi Pedagogical Institute, 2012, pp. 175–177.

6. *Vyacheslav Aleksandrovich Popov. Vysshaya shkola Respubliki Komi v litsakh* (Vyacheslav Aleksandrovich Popov. High School of the Republic of Komi in persons), Syktyvkar: SSU them. Pitirim Sorokin, 2017, part 1, pp. 258–259.

7. **Burlykina M. I.** *Syktyvkarskiy gosudarstvennyy universitet imeni Pitirima Sorokina : entsiklopediya* (Syktyvkar Pitirim Sorokin State University: Encyclopedia), Syktyvkar: SSU them. Pitirima Sorokina, 2018, 156 p.

Для цитирования: Исаков В. Н., Одинец В. П. Попов Вячеслав Александрович (к семидесятилетию со дня рождения) // *Вестник Сыктывкарского университета. Сер. 1: Математика. Механика. Информатика. 2018. Вып. 4 (29). С. 83–94.*

For citation: Isakov V. N., Odyniec W. P. Popov Vyacheslav Aleksandrovich (on his seventieth birthday), *Bulletin of Syktyvkar University. Series 1: Mathematics. Mechanics. Informatics*, 2018, 4 (29), pp. 83–94.

СГУ им. Питирима Сорокина *Поступила 22.01.2019*

ПЕРСОНАЛИИ

Андрюкова Вероника Юрьевна – м.н.с., ФМИ ФИЦ «Коми НЦ УрО РАН», e-mail: veran@list.ru

Воеводин Владислав Александрович – к.т.н., доцент кафедры «Информационная безопасность», Национальный исследовательский университет МИЭТ, e-mail: vva541@mail.ru

Головатая Оксана Сергеевна – к.т.н., доцент кафедры ИФиТБ, Сыктывкарский государственный университет имени Питирима Сорокина, e-mail: oxana_1958@mail.ru

Заболотный Антон Сергеевич – студент второго курса магистратуры, Национальный исследовательский университет МИЭТ, e-mail: vva541@mail.ru

Исаева Севда Эльхан-кызы – к.ф.-м.н., доцент кафедры «Высшая математика» механико-математического факультета, Бакинский государственный гниверситет, e-mail: isayevasevda@rambler.ru

Исаков Валерьян Николаевич – к.ф.-м.н., профессор, Сыктывкарский государственный университет имени Питирима Сорокина, e-mail: isakovvn@mail.ru

Настинов Эрдни Олегович – студент второго курса магистратуры, Национальный исследовательский университет МИЭТ, e-mail: vva541@mail.ru

Одинец Владимир Петрович – д.ф.-м.н., профессор, Сыктывкарский государственный университет имени Питирима Сорокина, e-mail: W.P.Odyniec@mail.ru

Петраков Анатолий Павлович – д.ф.-м.н., зав. кафедрой ИФиТБ, Сыктывкарский государственный университет имени Питирима Сорокина, e-mail: petrakov@syktsu.ru

Тарасов Владимир Николаевич – к.ф.-м.н., доцент, с.н.с. ФМИ ФИЦ «Коми НЦ УрО РАН», e-mail: vntarasov@dm.komisc.ru

Холопов Александр Алексеевич – к.ф.-м.н., доцент кафедры прикладной математики и информационных технологий в образовании, Сыктывкарский государственный университет имени Питирима Сорокина, e-mail: kholopovaa@gmail.com

Чернов Владимир Георгиевич – д.э.н., профессор кафедры «Вычислительная техника и системы управления», Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых, e-mail: vladimir.chernov44@mail.ru

Шилов Сергей Владимирович – к.ф-м.н., доцент кафедры ИФиТБ, Сыктывкарский государственный университет имени Питирима Сорокина, e-mail: shilovsykt@rambler.ru

Шучалина Анастасия Васильевна – студентка кафедры информационных систем, Сыктывкарский государственный университет имени Питирима Сорокина, e-mail: elfen2009@yandex.ru

AUTHORS

Andryukova Veronica – researcher, Institute of Physics and Mathematics Komi Science Centre, UrB RAS, e-mail: veran@list.ru

Voevodin Vladislav – Aspt. Technical Sciences, Docent of the National Research University MIET, e-mail: vva541@mail.ru

Golovataya Oksana – Candidate of Technical Sciences, associate Professor of the Department of Engineering Physics and Technosphere Safety, Syktyvkar State University named after Pitirim Sorokin, e-mail: oxana_1958@mail.ru

Zabolotni Anton – Second-year master's student, National Research University MIET, e-mail: vva541@mail.ru

Isayeva Sevda – Ph.D., associate professor of the Department Higher Mathematics, Faculty of Mechanics and Mathematics, Baku State University, e-mail: isayevasevda@rambler.ru

Isakov Valeryan – Ph.D., Professor, Syktyvkar State University named after Pitirim Sorokin, e-mail: isakovvn@mail.ru

Nastinovn Erdni – Second-year master's student, National Research University MIET, e-mail: vva541@mail.ru

Odyniec Vladimir – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Syktyvkar State University named after Pitirim Sorokin, e-mail: W.P.Odyniec@mail.ru

Petrakov Anatoly – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Head of the Department of Engineering Physics and Technosphere Safety, Syktyvkar State University named after Pitirim Sorokin, e-mail: petrakov@syktsu.ru

Tarasov Vladimir – Ph.D., docent, researcher, Institute of Physics and Mathematics Komi Science Centre, UrB RAS, e-mail: vntarasov@dm.komisc.ru

Kholopov Aleksandr – Ph.D., associate professor of the Department of Applied Mathematics and Information Technologies in Education, Syktyvkar State University named after Pitirim Sorokin, e-mail: kholopovaa@gmail.com

Chernov Vladimir – Doctor of Economics, Professor of Computer Engineering and Management Systems, Vladimir Grigorievich State University and Nikolai Grigorievich Stoletov Vladimir State University, e-mail: vladimir.chernov44@mail.ru

Shilov Sergey – candidate of physico-mathematical Sciences, associate Professor of the Department of Engineering Physics and Technosphere Safety, Syktyvkar State University named after Pitirim Sorokin, e-mail: shilovsykt@rambler.ru

Shuchalina Anastasiya – Student of the Information Systems Department, Syktyvkar State University named after Pitirim Sorokin, e-mail: elfen2009@yandex.ru

Contents

Научное периодическое издание

Вестник Сыктывкарского университета
Серия 1: Математика. Механика. Информатика
Выпуск 4 (29) 2018

Гл. редактор О.А. Сотникова
Отв. редактор А.В. Ермоленко

Редактор Е.М. Насирова
Компьютерный макет М.Н. Юркина
Корректор Л.Н. Руденко

Подписано в печать 29.03.2019. Дата выхода в свет 06.04.2019.
Формат $70 \times 108\frac{1}{8}$. Бумага офсетная.
Гарнитура Computer Modern. Печать ризографическая. Усл. печ. л. 10,9.
Тираж 500 экз. Заказ № 39.

Адрес типографии:
167023. Республика Коми. Сыктывкар, ул. Морозова, 25,
тел. (8212)390-473, 390-472
Издательский центр СГУ им. Питирима Сорокина