

КРАТКИЕ НАУЧНЫЕ СООБЩЕНИЯ

*Вестник Сыктывкарского университета.
Серия 1: Математика. Механика. Информатика.
Выпуск 4 (25). 2017*

УДК 517.981

МЕРА НА БУЛЕВЫХ АЛГЕБРАХ

В. Н. Алексюк

Если на регулярных булевых алгебрах со счетной системой образующих имеется существенно положительная квазимера, то полные булевы алгебры с непрерывной внешней мерой нормируемы (в $ZFC+CH$).

Ключевые слова: булева алгебра, непрерывная внешняя мера, мера.

В заметке используются понятия из книги Д. А. Владимирова [1].

Пусть E — непрерывная счетно-полная булева алгебра. Непрерывная внешняя мера на булевой алгебре E — это функция $f : E \rightarrow [0, \infty)$, равная нулю лишь в нуле этой алгебры, монотонная (если $x \leq y$, то $f(x) \leq f(y)$), непрерывная сверху в нуле (если последовательность элементов $e_n \in E$ убывает к нулю, то $f(e_n) \rightarrow 0$), субаддитивная (если $x, y \in E$, то $f(x \vee y) \leq f(x) + f(y)$). Аддитивная внешняя мера называется мерой.

В статье Д. Магарам [2, с.167] предложен следующий вопрос: «Каждая ли безатомная счетно-полная булева алгебра E с непрерывной внешней мерой обладает мерой?».

В работе автором представлены следующие предложения на эту тему, имеющие место в теории множеств $ZFC+CH$.

Теорема. Если на любой регулярной булевой алгебре $E = E(C)$, порожденной счетной подалгеброй C , имеется существенно положительная квазимера, то:

1. Любая непрерывная регулярная булева алгебра $E = E(C)$ счетного веса нормируема.
2. Любая непрерывная счетно-полная булева алгебра $E(C)$ счетного веса с непрерывной внешней мерой нормируема.

3. Каждая непрерывная полная булева алгебра E с непрерывной внешней мерой нормируема.

Проблема (в ZFC+CH). Каждая полная булева алгебра со строго возрастающей непрерывной внешней мерой нормируема.

Список литературы

1. **Владимиров Д. А.** Булевы алгебры. М.: Наука, 1969. 320 с.
2. **Magaram D.** An algebraic characterisation of measure algebras // *Annals of Mathematics*. 1947. V. 48. №1. P. 154–167.
3. **Алексюк В. Н.** Теорема о миноранте. Счетность проблемы Магарам // *Математические заметки*. 1977. Т. 21. №5. С. 597–604.
4. **Владимиров Д. А.** Теория булевых алгебр. СПб.: Издательство С.-Петербургского университета, 2000. 616 с.
5. **Сикорский Р.** Булевы алгебры. М.: Мир, 1969. 376 с.

Summary

Aleksyuk V. N. Measure on Boolean algebras

If measures exist on all regular Boolean algebras with a countable system of generators, then on complete Boolean algebras with continuous external (outer) measure there are measures (in the set theory **ZFC+CH**).

Keywords: Boolean algebras, the external (outer) measure, measure.

References

1. **Vladimirov D. A.** *Bolevy algebrы* (Boolean algebras), M.: Izdatel'stvo «NAUKA», 1969, 320 p.
2. **Magaram D.** An algebraic characterisation of measure algebras, *Annals of Mathematics*, 1947, v. 48, №1, pp. 154-167.
3. **Aleksjuk V. N.** Teorema o minorante. Schetnost' problemy Magaram (The Minorant Theorem. The countability of the Magaram problem), *Matematicheskie zametki*, 1977, t. 21, №5, pp. 597–604.
4. **Vladimirov D. A.** *Teorija bulevykh algebr* (The theory of Boolean algebras), SPb.: Izdatel'stvo S.-Peterburgskogo universiteta, 2000, 616 p.

5. **Sikorskiĭ R.** *Bulevy algebry* (Boolean algebras), М.: Izdatel'stvo «MIR», 1969, 376 p.

Для цитирования: Алексюк В. Н. Мера на булевых алгебрах // *Вестник Сыктывкарского университета. Сер. 1: Математика. Механика. Информатика. 2017. Вып. 4 (25). С. 75–77.*

For citation: Aleksyuk V. N. Measure on Boolean algebras, *Bulletin of Syktyvkar University, Series 1: Mathematics. Mechanics. Informatics*, 2017, №4 (25), pp. 75–77.

СГУ им. Питирима Сорокина

Поступила 19.12.2017