Вестник Сыктывкарского университета.
Сер.1.Вып.2.1996

УДК 517.987

О ПОГРУЖЕНИИ ОБОБЩЕННОЙ БУЛЕВОЙ АЛГЕБРЫ В БУЛЕВУ АЛГЕБРУ

А. А. Порошкин

В статье дается вариант доказательства теоремы о погружении обобщенной булевой алгебры в минимальную булеву алгебру. Рассмотрены также некоторые вопросы, связанные с порядковыми топологиями и с продолжением функций.

1. В п.п. 1 и 2 напомним необходимые понятия и факты из теории решеток и теории колец. Терминология по теории решеток в основном совпадает с принятой в монографиях [1,2,3].

Булева алгебра (кратко: БА) - это дистрибутивная решетка L с наименьшим и наибольшим элементами 0 и 1, в которой для каждого $x \in L$ существует (единственное) дополнение $x' \in L$, удовлетворяющее условиям $x \wedge x' = 0, x \vee x' = 1$.

Обобщенная булева алгебра (кратко: ОБА) - это дистрибутивная решетка L с наименьшим элементом 0, в которой каждый элемент x в любом сегменте $[0, z] \ni x$ обладает (единственным) относительным дополнением x'_z, удовлетворяющим условиям $x \wedge x'_z = 0, x \vee x'_z = z$. (Это определение эквивалентно определению из [1], с.71.)

Булево кольцо (кратко: БК)- это кольцо R, в котором каждый элемент a является *идемпотентом*, т.е. удовлетворяет условию $a^2 = a$ ([1], с. 69). БК коммутативно и, кроме того, $a + a = 0 \ \forall a \in R$.

Каждая ОБА L превращается в БК, если в ней ввести операции $+$ и $\cdot$ по формулам:

$$x + y := (x \wedge y'_z) \vee (x'_z \wedge y), \tag{1}$$

$$x \cdot y := x \wedge y, \tag{2}$$

где $z \geqslant x \vee y$ - произвольный элемент из L (правая часть в (1) не зависит от выбора z). Нулем этого кольца будет нуль алгебры.

© Порошкин А. А., 1996.

L будет БК с единицей в том и только том случае, когда L есть БА, причем единицей кольца будет единица БА.

В свою очередь каждое БК R превращается в ОБА, если в нем определить решеточные операции по правилам

$$x \wedge y := xy, \ x \vee y := x + y + xy. \tag{3}$$

При этом порядок в R вводится по правилу

$$x \leqslant y := \ x = xy, \tag{4}$$

так, что кольцевой нуль будет и решеточным нулем.

БК R будет БА в том и только том случае, когда R – кольцо с единицей, причем кольцевая единица будет и решеточной единицей. В БК R, рассматриваемом как ОБА, относительным дополнением элемента $x \in [0, z]$ будет элемент $x'_z = z + x$, а в кольце с единицей дополнением $x \in R$ будет элемент $x' = 1 + x$.

В связи с двоякой природой ОБА или БК M в зависимости от того, какие операции рассматриваются в M, иногда будем пользоваться записями $(M, \vee, \wedge, ')$ или $(M, +, \cdot)$; наличие решеточной или кольцевой единицы в этой записи также можно было бы отражать.

Пусть $\aleph$ есть кардинальное число. ОБА называется $\aleph$*–полной*, если в ней любое подмножество мощности $\leqslant \aleph$ обладает супремумом (а следовательно, и инфимумом). При $\aleph = \aleph_0$ ОБА L называется *σ-полной*.

Говорят, что ОБА L удовлетворяет $\aleph$-*цепному условию*, если любая дизъюнктная система ненулевых элементов L имеет мощность не выше, чем $\aleph$ ([8]). В случае $\aleph = \aleph_0$ говорят, что L есть ОБА *счетного типа* ([2,3]).

2. *Идеал* ОБА $(L, \vee, \wedge, ')$ есть подмножество $L_0 \subset L$ со свойствами:

1) $L_0 \neq \emptyset$;
2) $L_0 \vee L_0 \subset L_0$;
3) $x \in L_0, y \leqslant x \Rightarrow y \in L_0$ ([2]).

Идеал булева кольца $(R, +, \cdot)$ есть подмножество $R_0 \subset R$ со свойствами:

1) $R_0 \neq \emptyset$;
2) $R_0 + R_0 \subset R_0$;
3) $R_0 \cdot R \subset R_0$.

Максимальный идеал — это собственный идеал, который не содержится ни в каком существенно более широком собственном идеале.

Фильтр в ОБА $(L, \vee, \wedge, {}')$ есть подмножество $F \subset L$ со свойствами:

1. $F \neq \emptyset$;
2. $F \wedge F \subset F$;
3. $x \in F, y \geqslant x \Rightarrow y \in F$.

В зависимости от того, рассматриваем ли M как ОБА или БК, идеал $M_0 \subset M$ будем называть *решеточным* или *кольцевым*. Нетрудно проверить, что каждый идеал ОБА или БК будет одновременно решеточным и кольцевым, а максимальный идеал в одной из структур будет максимальным и в другой структуре. Известно, что идеал БА L максимален в том и только том случае, когда для каждого $x \in L$ один и только один из элементов x, x' принадлежит идеалу. Следовательно, идеал БК R с единицей 1 максимален тогда и только тогда, когда для каждого $x \in R$ один и только один из элементов $x, 1 + x$ принадлежит идеалу.

Решетки L и L_1 *изоморфны*, если имеется биекция $f : L \to L_1$ такая, что $x \leqslant y \Longleftrightarrow f(x) \leqslant f(y)$.

Легко показать, что решеточный изоморфизм ОБА $(L, \vee, \wedge, {}')$ на ОБА $(L_1, \vee, \wedge, {}')$ будет и кольцевым изоморфизмом $(L, +, \cdot)$ на $(L_1, +, \cdot)$. Верно и обратное утверждение.

Последовательность (x_n) в ОБА L *$o\sigma$-сходится* к $x \in L$ (пишем: $x_n \to^{o\sigma} x$), если $\exists (y_n), (z_n)$ в L такие, что:

1. $y_n \leqslant x_n \leqslant z_n$ $\forall n$ и
2. $y_n \uparrow x, z_n \downarrow x$ (первое означает: $y_1 \leqslant y_2 \leqslant \ldots$ и $\vee_{n=1}^{\infty} y_n = x$, второе — двойственное условие).

Множество $E \subset L$ называется *$o\sigma$-замкнутым*, если $x_n \in E$, $x_n \to^{o\sigma} x \Longrightarrow x \in E$. Класс множеств, дополнительных к $o\sigma$-замкнутым множествам, образует топологию $\tau_{o\sigma}$, называемую *$o\sigma$-топологией*.

3. Справедлива следующая

Теорема 1. *Для каждой ОБА L существует БА Λ такая, что L изоморфна некоторому максимальному идеалу Λ_0 алгебры Λ. Эта алгебра единственна с точностью до изоморфизма.*

БА Λ естественно назвать *булевой алгеброй, порожденной обобщенной булевой алгеброй L*. Это минимальная БА, имеющая максимальный идеал, изоморфный L.

Доказательство. Мы приведем одно из возможных доказательств этой теоремы. Будем рассматривать L как БК. Пусть $K = \{0, 1\}$ – кольцо вычетов по модулю 2 и пусть $\Lambda = K \times L$. Введем в Λ операции сложения и умножения по следующим правилам: $(a, x) + (b, y) = (a + b, x + y)$, $(a, x) \cdot (b, y) = (ab, ay + bx + xy)$, где по определению полагаем $ax = 0$ при $a = 0$ и $ax = x$ при $a = 1$. Тогда нетрудно проверить, что Λ есть БК, в котором элемент $\varepsilon = (1, 0)$ будет единицей, а элемент $\omega = (0, 0)$ — нулем. Следовательно, Λ есть БА. Его подмножество $\Lambda_0 = \{0\} \times L$ будет идеалом кольца Λ, изоморфным кольцу L (изоморфизмом будет биективное отображение $f : x \longmapsto (0, x)$), а следовательно, идеалом БА Λ, изоморфным ОБА L.

Покажем, что Λ_0 будет максимальным идеалом БА Λ. В самом деле, каждый элемент $\alpha \in \Lambda$ либо имеет вид $(0, x)$ и тогда $\alpha \in \Lambda_0$, либо имеет вид $(1, x)$. В этом случае $\alpha' = (1, x)' = (1, 0) + (1, x) = (0, x) \in \Lambda_0$. Итак, из двух элементов $\alpha, \alpha' \in \Lambda$ один и только один обязательно принадлежит Λ_0, а это и означает, что Λ_0 – максимальный идеал .

Осталось доказать единственность. Пусть M – еще одна БА, имеющая максимальный идеал M_0, изоморфный L. Тогда M_0 изоморфен и Λ_0, пусть $g : \Lambda_0 \to M_0$ - изоморфизм. Положив $\tilde{g}(\alpha) = g(\alpha)$ при $\alpha \in \Lambda_0$ и $\tilde{g}(\alpha) = (g(\alpha'))'$ при $\alpha' \in \Lambda_0$, получим биекцию Λ на M. Нетрудно проверить, что $\tilde{g}$ - изоморфизм.

Следствие 1. *Если ОБА L удовлетворяет $\aleph$-цепному условию, то и БА Λ также удовлетворяет этому условию.*

Доказательство. Заметим прежде всего, что если $\alpha, \beta \in \Lambda$ и $\alpha \wedge \beta = 0$, то хотя бы один из этих элементов будет лежать в Λ_0. В самом деле, если бы было $\alpha = (1, x)$, $\beta = (1, y)$, то $\alpha\beta = (1, x + y + xy) \neq 0$, что противоречит дизъюнктности α и β.

Допустим теперь, что ОБА L удовлетворяет $\aleph$-цепному условию, и пусть E – произвольное дизъюнктное множество в Λ. Тогда все его элементы, за исключением, быть может, одного, принадлежат Λ_0, а поэтому мощность множества E не превосходит $\aleph$.

Следствие 2. *Если ОБА L $\aleph$–полна, то такова же и БА Λ.*

Доказательство. Пусть $E \subset \Lambda$ – подмножество мощности $\leqslant \aleph$ и пусть $E_1 \subset E$ – подмножество тех элементов, которые лежат в Λ_0, а $E_2 \subset E$ – подмножество тех элементов, чьи дополнения лежат в Λ_0. Тогда по ассоциативному свойству для верхних граней ([3]) $\sup E = \sup E_1 \vee \sup E_2$, причем оба супремума существуют, так как мощности E_1 и E_2 не превосходят $\aleph$, а $\sup E_2$ можно вычислить, используя закон Де-Моргана: $\sup E_2 = \left(\inf \alpha' : \alpha \in E_2\right)'$.

Сопоставляя теорему 1 с теоремой Стоуна о реализации булевой алгебры ([2], с. 40), получаем

Следствие 3. *Каждая ОБА изоморфна кольцу открыто-замкнутых подмножеств некоторого компактного вполне несвязного хаусдорфова топологического пространства T. Это кольцо будет максимальным идеалом алгебры всех открыто-замкнутых подмножеств пространства T.*

Реализацию булевых колец удобно осуществлять также с помощью колец непрерывеных функций, используя, например, следующее понятие.

Булевым кольцом индикаторов назовем кольцо $C_{0,1}(T)$ всех непрерывных на топологическом пространстве T функций, являющихся индикаторами (характеристическими функциями) подмножеств пространства T с обычной операцией умножения и операцией сложения по модулю 2.

Следствие 4. *Для каждого БК $(R, +, \cdot)$ существует единственное (с точностью до гомеоморфизма) вполне несвязное компактное хаусдорфово пространство T такое, что либо R изоморфно БК индикаторов $C_{0,1}(T)$ (если R содержит единицу), либо R изоморфно некоторому максимальному идеалу кольца $C_{0,1}(T)$.*

4. В следующей теореме даются условия эквивалентные $o\sigma$–замкнутости максимального идеала БА.

Теорема 2. *Пусть Λ – БА, L – ее максимальный идеал. Тогда следующие условия эквивалентны:*

(а) L $o\sigma$-замкнут в Λ;

(б) не существует последовательности $x_n \uparrow 1, x_n \in L$;

(в) не существует последовательности $y_n \downarrow 0, y_n \in L^c$;

(г) фильтр L^c $o\sigma$-замкнут в Λ;

(д) L – открыто-замкнут в $o\sigma$-топологии $\tau_{o\sigma}$.

Доказательство. 1) (а) $\Rightarrow$ (б). Если имеется $x_n \in L, x_n \uparrow 1$, то L не является $o\sigma$-замкнутым в Λ, так что не выполняется условие (а).

2) (б) $\Rightarrow$ (в). Если существует $y_n \in L^c, y_n \downarrow 0$, то тогда $y_n' \in L$ и $y_n' \uparrow 1$ – не выполнено условие (б)

3) (в) $\Rightarrow$ (г). Если L^c не $o\sigma$–замкнут, то найдутся последовательность (u_n) в L^c и $u \in L$ такие, что $u_n \to^{o\sigma} u$. Пусть z_n сжимает u_n к u сверху: $z_n \geqslant u_n, z_n \downarrow u$. Тогда $z_n \in L^c, z_n \wedge u' \in L^c$ (ибо L^c – фильтр в Λ) и, в силу выполнимости бесконечных дистрибутивных законов в БА ([3], с. 37)

$$y_n = z_n \wedge u' \downarrow u \wedge u' = 0.$$

Но это значит, что нарушено условие (в).

4) (г) $\Rightarrow$ (а). Если L не $o\sigma$-замкнут, то найдутся $x_n \in L, y \in L^c$ такие, что $x_n \to^{o\sigma} y$. Тогда $x'_n \in L^c$, $y' \in L$ и $x'_n \to^{o\sigma} y'$, так что и L^c также не будет $o\sigma$-замкнутым.

5) Теперь ясно, что условие (д) выполнено тогда и только тогда, когда одновременно выполнены (а) и (г).

Теорему 2 можно обобщить на случай так называемых $o\aleph$-топологий $\tau_{o\aleph}$ ($\aleph$ — кардинальное число), определяемых по аналогии с $o\sigma$-топологией с помощью $\aleph$-направлений, т.е. направлений $(x_\alpha)_{\alpha \in A}$, где $card\ A \leqslant \aleph$ (см.[5]).

Теорема 3. *Пусть Λ – БА, L – максимальный идеал. Тогда следующие утверждения эквивалентны: а) L $o\aleph$-замкнут;*
б) не существует $\aleph$-направления $x_\alpha \uparrow 1, x_\alpha \in L$; в) не существует $\aleph$-направления $y_\alpha \downarrow 0, y_\alpha \in L^c$; г) L^c $o\aleph$-замкнуто; д) L открыто-замкнут в топологии $\tau_{o\aleph}$.

5. Приведенные результаты позволяют в некоторых случаях просто решить вопрос о продолжении функций с ОБА на порожденную БА с сохранением некоторых свойств.

Пусть L – ОБА, Λ– порожденная БА, (T, τ)– топологическое пространство, $0 \in T$– отмеченный элемент. В случае, когда T есть топологическое векторное пространство (ТВП), топологическая группа (ТГ) или расширенное множество $\bar{\mathbb{R}}$ вещественных чисел, то отмеченным элементом пространства T будет считаться нуль этого пространства или множества.

Пусть $f : L \longrightarrow T$– функция на L. Мы всегда будем предполагать, что $f(0) = 0$.

А. Если на f не наложено никаких ограничений, то простейшим ее продолжением на Λ будет функция

$$f'(x) = \begin{cases} f(x), & \text{если } x \in L; \\ t_0, & \text{если } x \in L^c, \end{cases} \tag{5}$$

где $t_0 \in T$– произвольный элемент.

В ряде вопросов теории функций на булевых алгебрах важную роль играют следующие свойства функций (см. [6]):

(D_x) для любой последовательности (x_n), такой что $x_n \wedge x_m = x$ при $n \neq m$, выполняется равенство $\lim f(x_n) = f(x)$;

$(\tilde{D}_x)$ для любой последовательности (x_n), такой что $x_n \vee x_m = x$ при $n \neq m$, выполняется равенство $\lim f(x_n) = f(x)$;

(U_x) $x_n \uparrow x \Longrightarrow \lim f(x_n) = f(x)$;

Б. **Предложение.** *Если функция f при любом $x \in L$ удо-летворяет условию (D_x) $\left((\tilde{D}_x)\right)$, то ее продолжение (5) также* *довлетворяет аналогичному условию при любом $x \in \Lambda$.*

Доказательство. Пусть $x_n \in \Lambda$ и $x_n \wedge x_m = x$ при $m \neq n$. огда, если $x \in L$, то все x_n, кроме быть может одного, лежат в L случае $x_n, x_m \in L^c$ имели бы $x = x_n \wedge x_m \in L^c$, ибо L^c– фильтр) и $f(x_n) = f(x)$. Если же $x \in L^c$, то и все $x_n \in L^c$, а тогда $f(x_n) = \longrightarrow t_0 = f(x)$. Значит, (D_x) выполнено $\forall x \in \Lambda$.

Случай с $(\tilde{D}_x)$ разбирается аналогично.

В. Пусть f удовлетворяет условию (U_x) при любом $x \in L$. Тогда, ли L $o\sigma$–замкнута в Λ, то и ее продолжение (5) также удовлетво-ет этому условию при любом $x \in \Lambda$. Если L не $o\sigma$–замкнута, то обходимым условием продолжимости f на Λ является следующее:

(A) *Если $z \in L^c, x_n, y_n \in L, x_n, y_n \uparrow z$, то $\lim x_n = \lim y_n$.*

Понятно, что не каждая функция f, удовлетворяющая (U_x) при бом $x \in L$, удовлетворяет условию (A).

Пример 1. Пусть L – ОБА конечных подмножеств множества натуральных чисел,

$$f(x) = \frac{|x_1|}{1 + |x_2|},$$

$|x_1|$– количество нечетных чисел, а $|x_2|$ – количество четных чи- в множестве $x \in L$. Тогда f удовлетворяет условию (U_x) в L, ако не удовлетворяет условию (A) ни для какого $z \in L^c$. (До-очно выбрать последовательности $(x_n), (y_n)$, в одной из которых ных чисел в 2 раза больше, чем нечетных, а в другой наоборот тных в 2 раза больше, чем четных.)

Если f изотонная числовая функция $(x \leqslant y \Rightarrow f(x) \leqslant f(y))$, то мула (5) дает изотонное продолжение f при $t_0 \geqslant \sup f(L)$. Если, у же, f удовлетворяет условию (U_x) при любом $x \in L$, то она т удовлетворять также и условию (A).

Действительно, пусть $z \in L^c$ и пусть $a = \sup\{f(x) : x \in L, x \leqslant z\}$. $b < a$, то найдется $x_0 \leqslant z, x_0 \in L$, такое, что $f(x_0) > b$. Поэтому $x_n \uparrow z$, то $x_n \wedge x_0 \uparrow x_0$ и $f(x_n) \geqslant f(x_n \wedge x_0) \to f(x_0) > b$. Значит, $f(x_n) \geqslant b$ и, в силу произвольности $b < a, \lim f(x_n) = a$.

Если положим теперь

$$f'(x) = \begin{cases} f(x), & \text{при } x \in L, \\ \sup\{f(y) : y \in L, y \leqslant x\}, & \text{при } x \in L^c, \end{cases} \tag{6}$$

то получим изотонное продолжение f на Λ. Нетрудно проверить, что f' удовлетворяет условию (U_x) $\forall x \in \Lambda$ (независимо от того, будет ли L $o\sigma$-замкнуто или нет).

Г. Если f абстрактная внешняя мера (см. [7]), а топология в T отделима, то f' в (5) также будет абстрактной внешней мерой при любом выборе $t_0 \in T$. В частности, если f– субаддитивная ($f(x \vee y) \leqslant f(x) + f(y)$), или N–субаддитивная ($\exists N \geqslant 1 : f(x \vee y) \leqslant f(x) + Nf(y)$) положительная числовая функция, то такова же и f' при любом выборе t_0.

Д. Пусть T – абелева хаусдорфова ТГ, $f : L \to T$ – аддитивная функция. Тогда взяв любое $t_0 \in T$ и полагая

$$f''(x) = \begin{cases} f(x), & \text{если } x \in L; \\ t_0 - f(x'), & \text{если } x \in L^c, \end{cases} \tag{7}$$

(здесь x' – дополнение элемента $x \in \Lambda$) получим аддитивное продолжение f на Λ.

Оно будет и счетно-аддитивным продолжением, если счетно-аддитивна функция f, а L – $o\sigma$–замкнута. В частности, если L будет σ–полной ОБА, то f'' – счетно-аддитивное продолжение f.

Если же L не будет $o\sigma$–замкнутой, то продолжение f может не существовать, а если и существует, то его можно получить по формуле (7) лишь при специальном выборе элемента t_0. Оно существует в том и только том случае, когда выполняется следующее дополнительное условие:

(A') $\forall x_n, y_n \in L$, *таких что* $x_n \uparrow 1, y_n \uparrow 1$, *существуют и равны пределы* $\lim f(x_n)$, $\lim f(y_n)$.

В этом случае для получения счетно-аддитивного продолжения функции f в формуле (7) следует взять $t_0 = \lim f(x_n)$, где $x_n \uparrow 1$.

В общем случае условие (A') может не выполняться.

Пример 2. Пусть $L, |x_1|, |x_2|$ те же, что в примере 1, $f(x) = |x_1| - |x_2|$. Тогда f – счетно-аддитивна на L, однако не удовлетворяет условию (A').

Следующие примеры являются иллюстрациями к тем трем возможностям в вопросе о продолжении счетно-аддитивной функции, о которых было сказано выше.

Пример 3. Если L – ОБА конечных подмножеств множества $\mathbb{N}, T = l^2, f(x) = K_x$ (индикатор множества $x \in L$), то f – счетно-аддитивна, но не имеет счетно-аддитивных продолжений на порожденную БА, ибо, например, последовательность $(f(x_n))$ при $x_n = \{1, 2, \ldots, n\} \uparrow 1$ не будет фундаментальной в l^2.

Пример 4. Если L – ОБА конечных подмножеств множества $\mathbb{R}$, то та же функция f имеет бесконечное множество счетно-аддитивных продолжений на порожденную БА: при любом выборе $a \in l^2$ функция f'', построенная по формуле (7), будет счетно-аддитивной.

Пример 5. Пусть L – ОБА ограниченных подмножеств множества $\mathbb{Q}$, $a \in l^2$. Занумеруем элементы $\mathbb{Q}$: $r_1, r_2, \ldots$, и пусть $f(x) = a \cdot K_{\{n: r_n \in x\}}$. Тогда для любой последовательности $x_n \uparrow 1$ будет $f(x_n) \to a$, а поэтому f имеет единственное счетно-аддитивное продолжение, получающееся из (7) при $t_0 = a$. Заметим, что в этом случае f допускает счетно-аддитивное продолжение на БА $2^{\mathbb{Q}}$, более широкую, чем БА, порожденная L.

6. Рассмотренный нами способ погружения ОБА в БА, разумеется, не единственный. Можно было бы, например, поступить и следующим образом. Выделим в L полную дизъюнктную систему элементов $(a_\xi)_{\xi \in \Xi}$ и возьмем полное соединение $A = \mathrm{S}_{\xi \in \Xi}[0, a_\xi]$ булевых алгебр $[0, a_\xi], \xi \in \Xi$ ([4], с.77-78), являющееся также БА. Исходная ОБА L будет изоморфна некоторому идеалу A_0 алгебры A. A_0 получается следующим образом: $\forall y \in L$ найдем $y_\xi = y \wedge a_\xi, \xi \in \Xi$, построим элемент $a(y) = \mathrm{S}_\xi y_\xi$. Множество всех таких элементов и есть A_0. Однако, вообще говоря, он не будет максимальным идеалом в A, так что A не будет БА, порожденной L. Например, если L – ОБА конечных подмножеств $\mathbb{R}$, то $A = 2^{\mathbb{R}}$, а $\Lambda(L) = \{z : z \in L$ или $z \in L^c\} \neq A$.

Конструкция, предложенная в п.3, нам кажется более интересной, приводящей к наименьшей булевой алгебре.

Литература

1. **Биркгоф Г.** Теория решеток. М.: Наука, 1984. 566 с.

2. **Владимиров Д. А.** Булевы алгебры. М.: Наука, 1966. 318 с.

3. **Вулих Б. З.** Введение в теорию полуупорядоченных пространств. М.: Физматгиз, 1962. 407 с.

4. **Канторович Л. В., Вулих Б. З., Пинскер А. Г.** Функциональный анализ в полуупорядоченных пространствах. М.;Л.: Гостехиздат, 1950. 548 с.

5. **Порошкин А. Г.** Некоторые вопросы порядковых топологий в упорядоченных множествах / Сыктывкарский ун-т. Сыктывкар, 1980. 31 с. Деп. в ВИНИТИ 31.03.80,№1223 - 80 ДЕП.

6. **Порошкин А. Г., Порошкин А. А.** О функциях на решетках. II // *Упорядоченные пространства и операторные уравнения: Межвуз. сб. научн. тр.* Сыктывкар: Пермский ун-т, 1982. С. 127–135.

7. **Савельев Л. Я.** Абстрактные внешние меры. Новосибирск, 1983. 49 с. (Препринт/ Институт математики СО АН СССР).

8. **Сикорский Р.** Булевы алгебры. М.: Мир, 1969. 375 с.

Summary

Poroshkin A. A. On the inclusion of generalised Boolean algebra to Boolean algebra

The variant of proof of the theorem about inclusion of generalized Boolean algebra to the minimal Boolean algebra is considered. Some problems dealing with the order topologies and function's continuation are also developed.

Коми педагогический институт *Поступила 25.03.96*