*Вестник Сыктывкарского университета.
Сер.1.Вып.2.1996*

УДК 517.929.4; 517.977.5

Робастное качество линейного регулятора для линейного дискретного объекта в l_1-постановке [1]

Соколов В.Ф.

В настоящей статье рассматривается задача вычисления наихудшего значения верхнего предела модуля выхода линейного скалярного дикретного объекта, замкнутого линейным стабилизирующим регулятором, в условиях постоянно действующих возмущений. Внешнее возмущение предполагается ограниченным. Параметрические возмущения по выходу и управлению описываются линейными причинными ограниченными нестационарными операторами. Обсуждаются также вопросы проверки соответствия выбранных номинальных параметров априорным предположениям о возмущениях.

1. Введение

В 80-е годы произошло становление нового раздела современной теории управления, получившего название робастное управление. Под робастностью понимается способность системы сохранять приемлемое качество, прежде всего устойчивость, в условиях тех или иных возмущений. Возмущения могут иметь различную природу и описывать аддитивные, параметрические, структурные и прочие возмущения. Отличительной особенностью описания возмущений в рамках теории робастного управления является предположение об ограниченности той или иной нормы возмущений и отсутствие каких-либо предположений об их статистических свойствах. Так, предположения о принадлежности возмущений к пространству l_2 привели к построению теории H_∞-оптимизации. Рассмотрение возмущений из пространства l_∞ привело к развитию теории l_1-оптимизации. Такое название проистекает из того обстоятельства, что при наличии только ограниченного аддитивного воз-

[1]Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 96-01-00459.

мущения супремум l_∞-нормы выхода системы по множеству возмущений из единичного шара в l_∞ равен l_1-норме импульсной характеристики от входа (возмущения) к выходу. Задача построения регуляторов, обеспечивающих минимизацию этой нормы, определила название данного раздела теории управления [1, 2].

В опубликованной за последние годы серии работ [3, 4, 5, 6] изложены результаты, позволяющие не только получать условия устойчивости, но также и оценивать качество линейных систем в условиях структурированных параметрических возмущений. В настоящей работе эти результаты применяются для вычисления качества линейного регулятора для линейного дискретного объекта со скалярными входом и выходом в условиях аддитивных и параметрических возмущений. Полученные результаты необходимы для синтеза адаптивного робастного управления улучшенного качества [7].

В разделе 2 приводятся в сжатом виде необходимые результаты из вышеназванных работ. В разделе 3 получены выражения для робастного качества линейного регулятора в различных классах возмущений. В разделе 4 обсуждаются некоторые вопросы, связанные с задачей выбора неизвестных номинальных параметров системы.

2. Робастное качество линейной системы в l_1-постановке

В данном разделе приводятся результаты работ [5, 6], используемые впоследствии для оценки робастного качества линейного регулятора.

2.1. Обозначения.

l_∞ – пространство ограниченных вещественных последовательностей.

$\|x\|_\infty := \sup_k |x(k)|$ и $\|x\|_{ss} := \limsup_{k\to\infty} |x(k)|$ для $x \in l_\infty$.

l_1 – пространство суммируемых последовательностей.

$\|x\|_1 := \sum_{k=0}^{\infty} |x(k)|$ для $x \in l_1$.

$l_\infty^p = \{x|\ x = (x_1, \dots, x_p),\ x_i \in l_\infty\}$, $\|x\|_\infty := \sup_i \|x_i\|_\infty$.

P_k — оператор усечения, определенный формулой

$$P_k x = y, \quad y(t) = \begin{cases} x(t), & t \le k, \\ 0, & t > k. \end{cases}$$

Отображение $G : l_\infty^p \to l_\infty^q$ называется *причинным*, если $P_k G = P_k G P_k$ для всех $k \ge 0$. Отображение G называется *строго причинным*, если $P_k G = P_k G P_{k-1}$ для всех $k \ge 0$.

$L^{q\times p}$ – пространство линейных стационарных причинных операторов из l_∞^p в l_∞^q . Оператор $M \in L^{q\times p}$ можно задавать $q\times p$–матрицей с элементами $M_{ij} \in l^1$ (M_{ij} – импульсная характеристика от j-го входа к i-му выходу). В этом случае значение оператора на векторе $x \in l_\infty^p$ определяется формулой

$$(Mx)_i(k) = \sum_{j=1}^{p} M_{ij} * x_j := \sum_{j=1}^{p}\sum_{l=0}^{k} M_{ij}(l)x_j(k-l) \ , \quad i = 1,\ldots,q \, .$$

Норма оператора $M \in L^{q\times p}$, индуцированная нормой пространства l_∞, равна

$$\|M\| := \max_{1\le i\le q} \sum_{j=1}^{p} \|M_{ij}\|_1 \, .$$

Для $q\times p$-матрицы M с элементами из l_∞ определим матрицу с неотрицательными элементами

$$||M||_{norm} := \begin{pmatrix} ||M_{11}||_{norm} & \cdots & ||M_{1p}||_{norm} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ ||M_{q1}||_{norm} & \cdots & ||M_{qp}||_{norm} \end{pmatrix} ,$$

где $||\ ||_{norm}$ обозначает $||\ ||_1$ или $||\ ||_{ss}$.

2.2. Задача робастного качества в l_1-постановке. Рассмотрим систему, изображенную на рисунке 1.

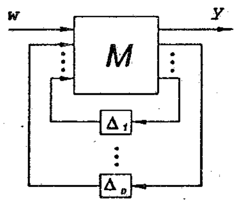

Рис. 1

Здесь $M \in L^{(n+1)\times(n+1)}$ — линейный ограниченный причинный оператор, соответствующий линейному стационарному объекту управления, замкнутому стабилизирующим линейным стационарным регулятором. Операторы $\Delta_i : l_\infty \to l_\infty$ описывают параметрические возмущения и принадлежат множеству

$$D(n) := \{\Delta = \mathrm{diag}(\Delta_1,\ldots,\Delta_n)|\ \Delta_i - \text{ линейный, причинный,}$$

$$\text{и } ||\Delta_i|| := \sup_{x\in l_\infty} \frac{||\Delta_i x||_\infty}{||x||_\infty} \le 1\}.$$

Предположение об ограниченности норм параметрических возмущений единицей не приводит к потере общности, поскольку любые другие ограничения на нормы Δ_i можно учесть посредством соответствующего изменения оператора M. Последовательность $w \in l_\infty$ описывает внешнее аддитивное возмущение, а последовательность y — интересующий нас выход системы. Таким образом система, изображенная на рис.1, может быть записана в виде

$$\begin{pmatrix} y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{M}_{11} & \tilde{M}_{12} \\ \tilde{M}_{21} & \tilde{M}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w \\ \xi \end{pmatrix}, \quad \xi = \Delta z, \quad \Delta \in D(n), \quad w \in l_\infty. \tag{1}$$

Систему (1) будем называть *робастно устойчивой в классе возмущений* $D(n)$, если оператор $(I - \tilde{M}_{22}\Delta)^{-1}$ ограничен для всех $\Delta \in D(n)$. Если система (1) робастно устойчива в классе возмущений $D(n)$, то определено отображение T_Δ, сопоставляющее внешнему возмущению $w \in l_\infty$ выход $y \in l_\infty$ системы (1): $y = T_\Delta w$. Под задачей робастного качества в l_1-постановке понимается задача нахождения следующего показателя качества

$$I(M) := \sup_{D(n)} \sup_{||w||_\infty \leq 1} ||y||_\infty. \tag{2}$$

В работе [5] получен, в частности, следующий результат.

Утверждение 1. *Если система (1) робастно устойчива в классе возмущений $D(n)$, то*

$$I(M) = ||\tilde{M}_{11}||_1 + ||\tilde{M}_{12}||_1(I - ||\tilde{M}_{22}||_1)^{-1}||\tilde{M}_{21}||_1. \tag{3}$$

Для робастной устойчивости системы (1) необходимо и достаточно, чтобы $\rho(||\tilde{M}_{22}||_1) < 1$, где $\rho(A)$ обозначает спектральный радиус матрицы A.

2.3. Асимптотическое робастное качество в l_1-постановке. В ряде задач управления интерес представляет не l_∞-норма выхода, учитывающая поведение системы во время переходного процесса, а установившееся поведение системы. В этом случае показателем качества служит полунорма в пространстве l_∞

$$||y||_{ss} = \lim_{k \to \infty} \sup |y(k)|.$$

Очевидно, что правая часть равенства (3) является верхней оценкой и для этого асимптотического показателя качества. Однако более естественным представляется оценивание асимптотического поведения системы в зависимости от асимптотического поведения возмущений. Приведем результаты работ [5, 6], относящиеся к этому случаю.

Линейный оператор из l_∞ в l_∞ называется оператором *с конечной памятью*, если он отображает конечные последовательности в конечные (под конечными подразумеваются последовательности вида $(x_1, x_2, \ldots, x_t, 0, 0, \ldots)$). Обозначим через $D_F(n)$ подмножество множества возмущений $D(n)$, для операторов которого все соответствующие операторы Δ_i являются операторами с конечной памятью. Из результатов работ [5, 6] вытекает следующее утверждение.

Утверждение 2. *Если система (1) робастно устойчива в классе возмущений $D_F(n)$, то*

$$\sup_{D_F(n)} \sup_{||w||_\infty \le 1} ||y||_{ss} = \sup_{D_F(n)} \sup_{||w||_{ss} \le 1} ||y||_{ss} = I(M), \tag{4}$$

и робастная устойчивость в классе $D_F(n)$ эквивалентна робастной устойчивости в классе $D(n)$.

Доказательство. Равенство (4) следует, с учетом стационарности и устойчивости оператора M, из равенства

$$\sup_{D_F(n)} ||y||_{ss} = ||\tilde{M}_{11} w||_{ss} + ||\tilde{M}_{12}||_1 (I - ||\tilde{M}_{22}||_1)^{-1} ||\tilde{M}_{21} w||_{ss},$$

полученного в [5], а эквивалентность условий робастной устойчивости суть утверждение теоремы 1 из [6].

3. Робастное качество линейного регулятора

В данном разделе изложенные выше результаты применяются для вычисления робастного качества линейного регулятора линейной дискретной системы с одним входом и одним выходом.

Рассмотрим линейный дискретный объект управления

$$a(q^{-1})y(t) = q^{-d} b(q^{-1})u(t) + v(t), \ t \in \mathrm{N}, \tag{5}$$

где $y(t), u(t)$ и $v(t)$ обозначают, соответственно, скалярные выход объекта, управление и возмущение , $a(q^{-1})$ и $b(q^{-1})$ – полиномы от оператора сдвига назад q^{-1} $(q^{-1}z(t) = z(t-1))$, d – запаздывание в управлении.

Возмущение $v(t)$ представляет собой сумму возмущений различной природы,

$$v(t) = w_a(t) + w_y(t) + w_u(t), \tag{6}$$

где

$$w_a = \delta_w w, \quad ||w||_\infty \le 1$$
$$w_y = \delta_y \Delta_1 y, \quad w_u = \delta_u q^{-d} \Delta_2 u. \tag{7}$$

Оператор параметрических возмущений $\Delta = \mathrm{diag}\{\Delta_1, \Delta_2\}$ принадлежит либо классу $D(2)$, либо классу $D_F(2)$.

Пусть управление объектом (5) осуществляется линейным регулятором

$$\alpha(q^{-1})u(t) = \beta(q^{-1})y(t), \tag{8}$$

где $\alpha(q^{-1})$ и $\beta(q^{-1})$ — полиномы от оператора q^{-1}. Регулятор (8) предполагается стабилизирующим для номинального объекта (т.е. при $\Delta_1 = \Delta_2 = 0$), так что характеристический полином $\chi(\lambda) = a(\lambda)\alpha(\lambda) - \lambda^d b(\lambda)\beta(\lambda)$ замкнутой системы (5), (8) не имеет корней в замкнутом единичном круге $\bar{D}_1 \subset \mathrm{C}$. Структурная схема системы (5)–(8) представлена на рис. 2.

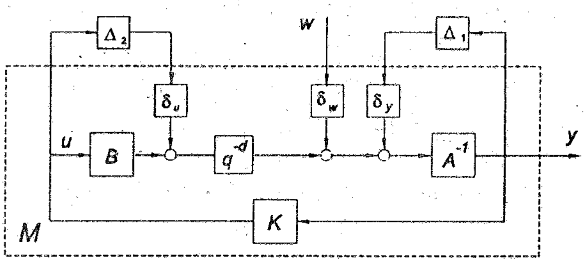

Рис. 2

Здесь $A^{-1} = (a(q^{-1}))^{-1}$, $B = b(q^{-1})$, $K = (\alpha(q^{-1}))^{-1}\beta(q^{-1})$. Для приведения рассматриваемой системы к системе, изображенной на рис. 1, разложим передаточные функции $\alpha(z)/\chi(z)$ от возмущения v к выходу y и $\beta(z)/\chi(z)$ от возмущения v к управлению u в ряды

$$\frac{\alpha(z)}{\chi(z)} = \sum_{k=0}^{\infty} r_y(k) z^k \ , \ \frac{\beta(z)}{\chi(z)} = \sum_{k=0}^{\infty} r_u(k) z^k \ ,$$

сходящиеся в $\bar{D}_1$, так что $r_y \in l_1$ и $r_u \in l_1$. Передаточные функции от возмущения w_u к выходу y и управлению u отличаются множителем z^d и их коэффициенты разложений в ряды образуют, соответственно, последовательности r_y^d и r_u^d, отличающиеся от r_y и r_u сдвигом: $r_y^d(k) = r_y(k-d)$, $r_u^d(k) = r_u(k-d)$. Тогда система (5)–(8) сводится к системе, изображенной на рис.1, с вектором входов

$(w, \Delta_1 y, \Delta_2 u)^T$, вектором выходов $(y, y, u)^T$ и оператором M

$$M = \begin{pmatrix} \delta_w r_y & \delta_y r_y & \delta_u r_y^d \\ \delta_w r_y & \delta_y r_y & \delta_u r_y^d \\ \delta_w r_u & \delta_y r_u & \delta_u r_u^d \end{pmatrix}$$

Утверждение 3.

1) Для робастной устойчивости системы (5)–(8) в классах $D(2)$ *и* $D_F(2)$ *необходимо и достаточно, чтобы*

$$\delta_y ||r_y||_1 + \delta_u ||r_u||_1 < 1. \tag{9}$$

2) При выполнении условия робастной устойчивости (9)

$$\sup_{D(2)} \sup_{||w||_\infty \le 1} ||y||_\infty = \sup_{D_F(2)} \sup_{||w||_\infty \le 1} ||y||_{ss} = \frac{||r_y||_1}{1 - \delta_y ||r_y||_1 - \delta_u ||r_u||_1} \delta_w \tag{10}$$

Доказательство. Первая часть утверждения 3 следует из леммы 2 работы [5], вторая часть утверждения 3 является следствием применения утверждений 1 и 2 к рассматриваемой системе.

Замечание. Утверждение 3 остается справедливым при любом запаздываниии возмущений в управлении, в том числе и при нулевом. Это следует из того, что элементы последнего столбца матрицы $\|M\|_1$, по которой вычисляется показатель качества (3), не зависят от величины запаздывания, поскольку первые d элементов последовательностей r_y^d и r_u^d равны нулю и, следовательно, $\|r_y^d\|_1 = \|r_y\|_1$ и $\|r_u^d\|_1 = \|r_u\|_1$.

Под задачей синтеза *оптимального робастного линейного регулятора в* l_1*-постановке* будем подразумевать задачу построения линейного регулятора (8), обеспечивающего минимизацию нормы значения показателя качества (10). В работе [8] приведена общая постановка этой задачи как задачи минимизации $\sup \|T_\Delta\|$, где супремум вычисляется по множеству структурированных возмущений $\Delta \in D(n)$ и обсуждаются методы ее приближенного решения. В случае отсутствия параметрических возмущений ($\Delta = 0$) соответствующий регулятор называется l_1*-оптимальным.* Имеется обширная литература, посвященная синтезу l_1-оптимальных регуляторов и составляющая новое направление современной теории управления, называемое l_1-оптимизацией ([1, 2]). Простым следствием формулы (10) является следующий результат.

Утверждение 4. *Если отсутствуют параметрические возмущения по управлению, т.е. $\delta_u = 0$, то l_1-оптимальный регулятор для объекта (5) является и оптимальным робастным регулятором в l_1-постановке. При этом максимальный промежуток $[0, \delta_y^{max})$ допустимых значений параметра δ_y, для которых система (5)–(7) может быть сделана робастно устойчивой за счет выбора линейного регулятора (8), достигается при выборе l_1-оптимального регулятора.*

4. Проблема выбора номинальных параметров

Выбор того или иного линейного регулятора (8), обеспечивающего приемлемое робастное качество (10) замкнутой системы управления, предполагает наличие информации о параметрах номинального объекта (коэффициентах полиномов $a(q^{-1})$ и $b(q^{-1})$ в случае объекта (5)) и амплитудах параметрических возмущений (параметрах δ_y и δ_u в случае возмущений (6), (7)). Если такая информация отсутствует, то встает задача выбора указанных номинальных параметров. Выбор этих параметров может основываться на наблюдениях за поведением системы управления и составляет предмет теории идентификации систем. Заметим прежде всего, что в случае неизвестных номинальных параметров больший интерес представляют асимптотические показатели качества (4), а не равномерный по времени показатель качества (2). Это связано с тем, что на начальном отрезке времени, требуемом для оценивания неизвестных параметров, показатель качества (2) может приобретать достаточно большие значения при неудачном выборе управляющих воздействий. С другой стороны, оценка асимптотического робастного качества системы получена при дополнительном предположении, что оператор параметрических возмущений Δ состоит из операторов с конечной памятью. Однако определение операторов с конечной памятью не позволяет на основе конечного набора измерений входов и выходов объекта решать не только задачу оценивания неизвестных номинальных параметров, но и более простую задачу верификации модели с некоторыми заранее выбранными параметрами. Поэтому далее рассмотрим более узкие классы допустимых параметрических возмущений, позволяющие решать задачу оценивания параметров.

Рассмотрим следующий класс параметрических возмущений

$$\Delta_T(n) = \{\Delta = \operatorname{diag}\{\Delta_1, \ldots, \Delta_n\} |\ \Delta \in D(n),$$
$$\text{и } \Delta_i(k, l) = 0 \text{ при } k - l > T\}.$$

Нетрудно увидеть, что $D_T(n) \subset D_F(n)$ и

$$\Delta \in D_T(n) \Leftrightarrow \forall i \;\; \forall t \geq 0 \; |(\Delta_i x)(t)| \leq \sup_{0 \leq k \leq T} |x(t-k)|.$$

Из включения $D_T(n) \subset D_F(n)$ следует, что для выхода y системы (1)

$$I_T(M) := \sup_{D_T(n)} \sup_{||w||_\infty \leq 1} ||y||_{ss} = \sup_{D_T(n)} \sup_{||w||_{ss} \leq 1} ||y||_{ss} \leq I(M).$$

Полученная оценка показателя $I_T(M)$ не является слишком грубой, о чем свидетельствует следующее утверждение.

Утверждение 5. *Если система (1) робастна устойчива в классе $D(n)$, то $I_T(M) \to I(M)$ при $T \to \infty$.*

Доказательство. Положим

$$M_{ss} := \begin{pmatrix} ||M_{11}w||_{ss} & ||M_{12}||_1 & \cdots & ||M_{1,n+1}||_1 \\ ||M_{21}w||_{ss} & ||M_{22}||_1 & \cdots & ||M_{2,n+1}||_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \\ ||M_{n+1,1}w||_{ss} & ||M_{n+1,2}||_1 & \cdots & ||M_{n+1,n+1}||_1 \end{pmatrix}.$$

Для доказательства утверждения достаточно показать, что из неравенства $\rho(M_{ss}) \geq 1$ следует, что для любого $\varepsilon > 0$ существует T такое, что $||y||_{ss} \geq 1 - \varepsilon$ при некотором возмущении $\Delta \in D_T(n)$. Доказательство этого утверждения проводится аналогично доказательству теоремы 3 работы [6], согласно которой неравенство $\rho(M_{ss}) \geq 1$ влечет неравенство $||y||_{ss} \geq 1$ для некоторого возмущения $\Delta_F \in D(n)$. Ограничимся кратким описанием отличий искомого доказательства. Во вспомогательной системе, изображенной на рис. 3, дополнительное возмущение f будет теперь не сходящимся к нулю, а с достаточно малой $\|\;\|_{ss}$–нормой.

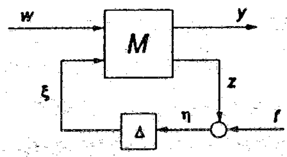

Рис. 3

Построение требуемого возмущения f основано на том, что для $M \in L^{(n+1)\times(n+1)}$, неотрицательных $x_2, \ldots, x_{n+1}$ и некоторого возмущения w

$$\max_i [\ \|M_{i1}w\|_{ss} - \sum_{k=1}^{N} |M_{ij}(N-k)w(k)| +$$

$$\sum_{j=2}^{n+1} x_j(\|M_{ij}\|_1 - \sum_{k=0}^{N} |M_{ij}(k)|)\ ] \ =: \varepsilon_N \to 0 \ \text{ при } N \to \infty.$$

Теперь искомые возмущения f и ξ строятся аналогично конструкции теоремы 3 из [6] со следующими изменениями. По заданному $\varepsilon > 0$ выбирается N такое,что $\varepsilon_N < \varepsilon$ и при построении возмущения ξ в качестве последовательности ε_k из [6] берется постоянная последовательность с элементами ε_N. Тогда при достаточно большом T имеем $\Delta \in D_T(n)$. Остается заметить, что выходы систем, изображенных на рис. 1 и 3, отличаются слагаемым $\tilde{M}_{12}\Delta(I - \tilde{M}_{22}\Delta)^{-1}f$, $\| \ \|_{ss}$-норма которого мала, если $\|f\|_{ss}$ мала.

Рассмотренное сужение класса параметрических возмущений позволяет накапливать информацию о неизвестных параметрах в форме линейных неравенств. Так, для объекта управления (5) с возмущениями (6), (7), где $\Delta = \text{diag}\{\Delta_1, \Delta_2\} \in D_T(2)$, информация о параметрах, получаемая после измерения выхода $y(t)$, заключается в неравенстве

$$|a(q^{-1})y(t) - q^{-d}b(q^{-1})u(t)| \le \delta_w +$$

$$\delta_y \sup_{0 \le k \le T} |y(t-k)| + \delta_u \sup_{0 \le k \le T} |u(t-d-k)|, \qquad (11)$$

эквивалентном двум линейным неравенствам.

Другой способ моделирования параметрических возмущений, достаточно часто используемый в теории адаптивного управления, заключается в предположении, что параметрические возмущения имеют “затухающую” память. Рассмотрим этот способ моделирования в несколько более общей по сравнению со стандартной постановке.

Оператор $\Delta : l_\infty \to l_\infty$ называется *оператором с затухающей памятью*, если он отображает сходящиеся к нулю последовательности в сходящиеся к нулю. Пусть $D_{FD}(n)$ обозначает подмножество операторов из $D(n)$ с затухающей памятью.

В работе [6] отмечено, что все результаты этой работы, относящиеся к классу $D_F(n)$, остаются справедливыми и в классе возмущений $D_{FD}(n)$. Поэтому и все результаты, изложенные выше, остаются справедливыми после замены класса $D_F(n)$ на класс $D_{FD}(n)$. Пусть теперь операторы параметрических возмущений Δ_1 и Δ_2 в объекте (5) удовлетворяют ограничениям

$$|\Delta_i(k,l)| \le \lambda_i^{k-l} \text{ при } k \ge l,\ 0 \le \lambda_i < 1,\ i = 1,2. \tag{12}$$

Тогда операторы Δ_1 и Δ_2 являются операторами с затухающей памятью и $||\Delta_i|| = \frac{1}{1-\lambda_i}$. Отсюда вытекает следующий результат.

Утверждение 6. *Пусть оператор* $\Delta = \operatorname{diag}\{\Delta_1, \Delta_2\}$ *параметрических возмущений в объекте (5) удовлетворяет условиям (12). Тогда :*

1) система управления (5)–(8) робастно устойчива, если

$$\frac{\delta_y}{1-\lambda_1}||r_y||_1 + \frac{\delta_u}{1-\lambda_2}||r_u||_1 < 1, \tag{13}$$

2) при выполнении условия (13)

$$\sup_{||w||_{ss}\le 1} ||y||_{ss} \le \frac{||r_y||_1}{1 - \frac{\delta_y}{1-\lambda_1}||r_y||_1 - \frac{\delta_u}{1-\lambda_2}||r_u||_1}. \tag{14}$$

Условия (12), в менее общем виде, получили распространение в теории адаптивного управления ([9] и др.). Они допускают рекуррентную переформулировку, удобную при проверке по ходу управления соответствия оценок номинальных параметров сделанным априорным предположениям о возмущениях. Именно в терминах возмущений $w_y(t)$ и $w_u(t)$ эта переформулировка имеет вид

$$|w_y(t)| \le \delta_y m_1(t), \quad m_1(t) = \lambda_1 m_1(t-1) + |y(t)|,$$

$$|w_u(t)| \le \delta_y m_2(t), \quad m_2(t) = \lambda_2 m_2(t-1) + |u(t-d)|.$$

Таким образом, после измерения выхода $y(t)$ соответствие выбранных номинальных параметров сделанным априорным предположениям может быть проверено с помощью неравенства

$$|a(q^{-1})y(t) - q^{-d}b(q^{-1})u(t)| \le \delta_w + \delta_y m_1(t) + \delta_u m_2(t). \tag{15}$$

Неравенства (11) в отличие от неравенств (15) требуют для своей проверки запоминания T предыдущих значений выходов и управлений. Требуемое увеличение размера памяти необременительно для современных компьютеров, а также необходимо при использовании l_1-(суб)оптимальных регуляторов [8]. С другой стороны, использование нервенств (11) позволяет синтезировать адаптивное управление лучшего качества ([7]).

Литература

1. **Барабанов А.Е. Граничин О.Н.** Оптимальный регулятор линейного объекта с ограниченной помехой// *Автоматика и телемеханика.* 1984.№5. С.39-46.

2. **Dahleh M.A., Pearson J.B.** l^1-optimal feedback controllers for MIMO discrete-time systems// *IEEE Trans. Autom. Control.* 1987. AC-32.P.314–322.

3. **Khammash M., Pearson J.B.** Performance Robustness of Discrete-Time Systems with Structured Uncertainty // *IEEE Trans. Autom. Contr.* 1991. AC-36.P.398–412.

4. **Khammash M., Pearson J.B.** Analysis and design for robust performance with structured uncertainty// *Systems and Control Letters.* 1993.№20.P.179–187.

5. **Khammash M.H.** Robust performance bounds for systems with time-varying uncertainty// *Proc. of the 33rd Conference on Decision and Control.* 1994. Lake Buena Vista, FL. December.P.28–33.

6. **Khammash M.H.** Robust steady-state tracking// *IEEE Trans. Autom. Control.* 1995. AC-40.P.1872–1880.

7. **Соколов В.Ф.** Адаптивное робастное управление с гарантированным результатом в условиях ограниченных возмущений// *Автоматика и телемеханика.* 1994.№2.С.121-131.

8. **Dahleh M.A. and Khammash M.H.** Control design for plants with structured uncertainty//*Automatica.* 1993.№29.P.37–56.

9. **Weyer E., Marrels I.M.Y., and Polderman J.W.** Limitations of robust adaptive pole placement control// *IEEE Trans. Autom. Control.* 1994. AC-39.P.1665–1671.

Summary

Sokolov V.Ph. Robust performance of linear controller for linear discrete plant in l_1-setting

The paper addresses the robust performance problem when the SISO plant under consideration is closed by a linear controller and subjected to bounded external noise and norm bounded perturbations. The worst case performance bounds for various classes of perturbations are computed.

Сыктывкарский университет

Поступила 31.01.96.