

УДК 539.3

УПРУГАЯ ЛИНИЯ ОСИ МНОГООПОРНОГО ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО
СОСУДА ДАВЛЕНИЯ ПРИ ТЕМПЕРАТУРНО-МЕХАНИЧЕСКОМ ИЗГИБЕ
И СВЯЗАННЫЕ С НЕЙ ЭКСТРЕМАЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ.

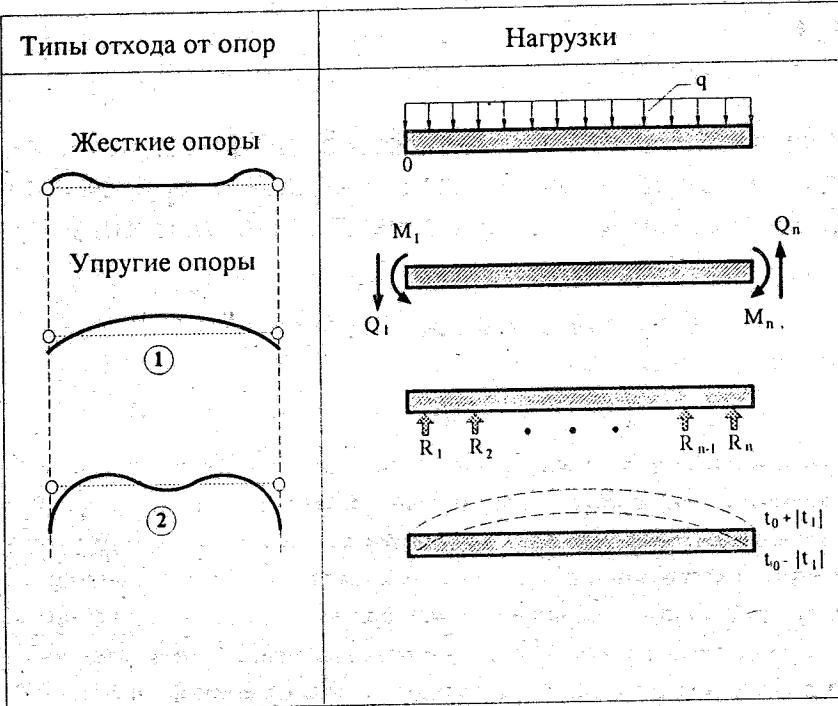
Никитенков В. Л.

Путем анализа поведения упругой линии изогнутой оси автоклава при различных значениях температурного перепада, исследуется вопрос о последовательности отхода корпуса от опор в зависимости от параметров конструкции автоклава (в частности, от жесткости опорной системы). Сформулирован и решен ряд задач параметрического синтеза для определения значения температурного перепада при котором происходит отход фиксированного сечения корпуса автоклава вверх от нулевой отметки. Зная последовательность отхода корпуса от опор, можно при заданном перепаде температур заранее определить искомый реализуемый вариант активных опор.

Опыт эксплуатации и расчетная практика для автоклавов строительной индустрии [1-4] показывает, что корпус автоклава отходит от опор совершенно по разному для абсолютно жесткой и упруго-податливой опорной системы (рис.1 а,б). Более того, реализуемые варианты активных упругих опор могут быть принципиально различными для автоклавов с разными характеристиками.

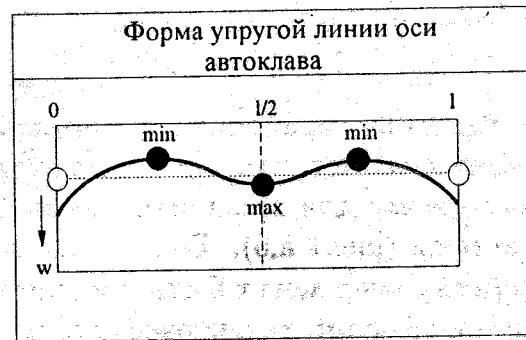
1. Анализ поведения упругой линии. Для определения упругой линии изогнутой оси автоклава на основании [1], можно сформулировать следующую краевую задачу (см. рис.1)

$$\frac{d^4 w}{dz^4} = q - \sum_{i=2}^{n-1} R_i \delta(z - z_i) \quad (1)$$



a)

б)



в)

Рис.1

$$\begin{cases} EIw''(0) = -M_1 - \frac{EI}{R}\alpha t_1 - \frac{4+3\nu}{2}R^2q \\ EIw''(l) = -M_n - \frac{EI}{R}\alpha t_1 - \frac{4+3\nu}{2}R^2q \\ C_1w(0) = -EI\frac{d^3w}{dz^3}|_{z=0} + Q_1 \\ C_nw(l) = EI\frac{d^3w}{dz^3}|_{z=l} - Q_n \end{cases} \quad (2)$$

Здесь $l \triangleq L_0$

$$M_1 = -G_0 l_0 - \frac{ql_0^2}{2}, \quad M_n = -G_n l_n - \frac{ql_n^2}{2};$$

$$Q_1 = G_0 + ql_0, \quad Q_n = -G_n - ql_n.$$

Легко убедиться, что решением данной краевой задачи будет функция

$$\begin{aligned} w(z) = & \frac{q}{24EI}(z^4 - 2z^3l + zl^3) + \left[\frac{q}{2} \left(\frac{l-z}{C_1} + \frac{z}{C_n} \right) + \frac{Q_1}{C_1} - \frac{z}{l} \left(\frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_n}{C_n} \right) - \right. \\ & - \frac{1}{C_1} \left(\sum_{i=2}^{n-1} \frac{(l-z_i)}{l} R_i - \sum_{i=2}^{n-1} \frac{(l-z_i)z}{l^2} R_i \right) + \frac{1}{C_n} \left(\sum_{i=2}^{n-1} \frac{(l-z_i)z}{l^2} R_i - \right. \\ & \left. \left. - \sum_{i=2}^{n-1} \frac{z}{l} R_i + \frac{EI}{C_1 l} (m_1 - m_n) \left(\frac{z}{l} - 1 \right) + \frac{EI}{C_n l} (m_1 - m_n) \frac{z}{l} \right] + \right. \\ & + \frac{1}{6EI} \left[- \sum_{i=2}^{n-1} (z-z_i)_+^3 R_i + \sum_{i=2}^{n-1} \frac{(l-z_i)^3 z}{l} R_i - \sum_{i=2}^{n-1} (l-z_i)l z R_i + \right. \\ & \left. \left. + \sum_{i=2}^{n-1} \frac{(l-z_i)z^3}{l} R_i \right] + \left[\frac{1}{6}(m_1 - m_n) \left(\frac{z^3}{l} - lz \right) - \frac{m_1}{2}(z^2 - lz) \right] \quad (3) \right. \end{aligned}$$

где

$$m_1 = \frac{M_1}{EI} + \frac{\alpha t_1}{R} + \frac{4+3\nu}{2}R^2q, \quad m_n = \frac{M_n}{EI} + \frac{\alpha t_1}{R} + \frac{4+3\nu}{2}R^2q.$$

В случае симметричной конструкции автоклава ($G_0 = G_n, l_0 = l_n, m_1 = m_n \triangleq m, Q_1 = -Q_n \triangleq Q$) на опорах с одинаковыми жесткостями ($C_1 = C_n = C \triangleq C$) имеем

$$w(z) = \frac{q}{24EI}(z^4 - 2z^3l + zl^3) + \frac{1}{2C} \left[G - \sum_{i=2}^{n-1} R_i \right] + \frac{4+3\nu}{2}R^2q \frac{z(l-z)}{2EI} +$$

$$+\frac{1}{6EI} \left[-\sum_{i=2}^{n-1} (z-z_i)_+^3 R_i + \sum_{i=2}^{n-1} \frac{(l-z_i)^3 z}{l} R_i + z \left(\sum_{i=2}^{n-1} \frac{(l-z_i)z^2}{l} R_i - \right. \right. \\ \left. \left. - \sum_{i=2}^{n-1} (l-z_i)l R_i \right) + + \left[M + \frac{EI}{R} \alpha t_1 \right] \frac{z(l-z)}{2EI}, \quad (4)$$

Здесь учтено, что $ql/2 + Q = G/2$ (G - вес автоклава).

Первое слагаемое в (4) соответствует прогибу шарнирно-опертой балки, второе слагаемое есть прогиб под крайними опорами (неважно заметить, что выражение в квадратных скобках равно $2R_1 = 2R_n$), далее следует оболочечное слагаемое. Все три первых слагаемых дают положительные значения прогиба при $0 < z < l$. Два оставшихся слагаемых (во второй квадратной скобке прогиб от действия реакций опор и в последнем слагаемом от краевых моментов и температурного перепада) соответствуют отрицательным значениям прогиба ($M < 0$ и $t_1 < 0$).

Непосредственно из соотношения (4) можно определить величину температурного перепада, при котором автоклав отходит вверх от последней промежуточной опоры и опирается только на две крайние. Для этого необходимо в (4) положить все $R_i = 0$ ($i \in 2 : n-1$). Далее запишем два соотношения

$w(l/2) = 0$ (последней становится неактивной средняя опора)

$w(z_1) = 0$ (последними из числа активных удаляются 2-я и $(n-1)$ -я опоры).

Пользуясь последними соотношениями как уравнениями относительно t_1 находим две величины $-t_1(l/2)$, $-t_1(z_1)$ и выбираем из них максимальную

$$(-t_1) = \max\{-t_1(z_1), -t_1(l/2)\} \quad (5)$$

Для автоклава с равномерно расставленными n опорами ($z_1 = l_1 = l/(n-1)$) имеем

$$(-t_1)_{l/2} = \frac{1}{\alpha E \pi R^2 h} \left[\frac{5}{48} ql^2 + M + \frac{4+3\nu}{2} qR^2 \right] + \frac{8}{\alpha} \left(\frac{G}{2C} \right), \\ (-t_1)_{l_1} = \frac{1}{\alpha E \pi R^2 h} \left[\frac{(n-1)^3 + 2n-1}{12(n-2)(n-1)^2} ql^2 + M + \frac{4+3\nu}{2} qR^2 \right] + \\ \frac{2(n-1)^2 R}{n-2} \frac{G}{\alpha} \left(\frac{G}{2C} \right) \quad (6)$$

Например, для автоклава АП12-3,6х27 на упругих опорах ($C = 2 \cdot 10^5$ кг/см)

$$(-t_1)_{l/2} \approx 35,2^\circ C, \quad (-t_1)_{l_1} \approx 67^\circ C$$

$$(-t_1) = \max\{67, 35, 2\} = 67^\circ C,$$

а для автоклава АП16-2х40,4

$$(-t_1)_{l/2} \approx 64^\circ C, \quad (-t_1)_{l_1} \approx 49^\circ C$$

$$(-t_1) = \max\{49, 64\} = 64^\circ C,$$

что согласуется со значениями, найденными с использованием метода перебора вариантов [2]. Анализ выражения (5) позволяет также определить тип отхода автоклава от упругих опор. Если максимум в (5) достигается на первом слагаемом, то имеет место первый тип отхода (см. рис. 1 а), т.е. опоры по мере возрастания перепада температур становятся неактивными от середины к краям. В противном случае имеем второй тип отхода (первыми становятся неактивными опоры на четверти длины от краев, а середина автоклава "провисает" и отходит от опор в последнюю очередь). Так автоклав АП12-3,6х27 отходит от опор по первому типу, а АП16-2х40,4 - по второму (рис. 2).

Для исследования свойств упругой линии $w(z)$ выпишем выражения для ее производной

$$\begin{aligned} w'(z) = & \frac{q}{24EI}(2z-l)(2z^2-2zl-l^2) + \frac{4+3\nu}{2EI}R^2q(l-2z)+ \\ & + \left[M + \frac{EI}{R}\alpha t_1 \right] \frac{(i-2z)}{2EI} + \frac{1}{6EI}R_0(z) \end{aligned} \quad (7)$$

где

$$R_0(z) = -3 \sum_{i=2}^{n-1} (z-z_i)_+^2 R_i + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{(l-z_i)^3}{l} R_i + \frac{1}{2}(3z^2-l^2) \sum_{i=2}^{n-1} R_i$$

(Здесь учтено, что для симметрично расположенных опор

$$\sum_{i=2}^{n-1} (l-x_i) R_i = \sum_{i=2}^{n-1} z_i R_i$$

В силу симметрии функции $w(z)$ относительно $z = l/2$ ее производная обращается в нуль при $z = l/2$. При отсутствии промежуточных реакций ($R_0(z) = 0$) функцию $w(z)$ можно записать в виде

$$w'(z) = A(z) - B_t(z) \quad (8)$$

Абсолютно жесткие опоры (теорема о трех моментах)		Упругие опоры ($C=2 \cdot 10^3 \text{ кН/см}^2$) (теорема о пяти моментах)		Упругие опоры ($C=2 \cdot 10^3 \text{ кН/см}^2$) (теорема о пяти моментах)	
		4 мин	4 мин	4 мин	4 мин
		4 макс	4 макс	4 макс	4 макс
Балочный вариант	1	49 43 45 44 45	0 • 47 46 45 44 44	0 • 46 46 45 45 45	0 • 46 46 45 45 45
	2	80 3 56 42 45	1 • 108 42 3 3 10	13 • 118 66 31 10 0.8	20 • 125 67 28 5 0
	3	90 8 46 47 44	1.5 • 178 42 7 0 0	14 • 135 68 23 0 0	22 • 135 68 23 0 0
	4	116 3 68 40	3 • 186 40 0.2	15 • 157 66 4 0 0	25 • 157 66 4 0 0
	5	122 0 0 60 44	3.5 • 198 28 0 0 0	16 • 164 62 0 0 0	32 • 164 62 0 0 0
	6	131 2 73	6 • 223 96 0.04	18.41 • 223 9 0.1	35 • 223 9 0.1
	7	155 71	6.5 • 226 0 0 0 0	18.42 • 226 0 0 0 0	35 • 226 0 0 0 0
	8	219 7	14.8 •	226 0 0 0 0	67 • 226 0 0 0 0
	9	226			
	10	226			
Оболочечный вариант	1	50 43 44 44 44	0 • 48 45 44 44 44	0 • 46 46 45 45 44	0 • 46 46 45 45 44
	2	117 0.2 38 38 42	4.2 • 176 38 1 2 9	15 • 115 64 31 12 0.4	20 • 122 65 29 9 0
	3	118 0 28 38 42	4.3 • 184 36 0 5 0	16 • 122 65 29 9 0	22 • 122 65 29 9 0
	4	150 0.2 36 40	7 • 192 33 0 0 0	17 • 134 67 25 0 0	25 • 134 67 25 0 0
	5	172 0 60 44	7.1 • 207 24 2 0 0	18 • 161 65 0.1 0 0	28.5 • 161 65 0.1 0 0
	6	151 2 73	10.7 • 226 0 0 0 0	20 • 202 0 0 0 0	34.8 • 202 0 0 0 0
	7	155 71	10.8 • 219 7.7	171 55 0 0 0 0	40 • 219 7.7
	8	219 7	16.5 •	65 •	65 •
	9	226 0 0 0 0			
	10	226 0 0 0 0			

Рис.2

где

$$A(z) = \frac{q}{24EI}(2z - l)(2z^2 - 2zl - l^2)$$

$$B_t(z) = \frac{\alpha}{2R}t_1(2z - l)$$

(оболочечное слагаемое и моментное могут быть отброшены, как несущественные константы.) Приравнивая к нулю выражение $w'(z) \cdot 12EI \cdot q/(2z - l)$, имеем

$$z^2 - zl - \left(\frac{l^2}{2} + \frac{6\alpha EI}{Rq}t_1 \right) = 0 \quad (9)$$

Рассматривая корни этого уравнения, при различных значениях температурного перепада ($t_1 \leq 0$), приходим к следующим четырем основным формам упругой линии изогнутой оси автоклава при температурно-механическом изгибе (рис. 3 а):

- 1) При $0 \leq |t_1| \leq t_{1,1}$ функция w имеет единственный локальный максимум при $z = l/2$;
- 2) При $|t_1| = t_{1,1}$ имеются два локальных минимума в точках $z = 0, z = l$ и точкой локального максимума является точка $z = l/2$;
- 3) При $t_{1,1} \leq |t_1| \leq t_{1,2}$, локальные минимумы достигаются в точках z^* и (симметричной ей) $l - z^*$, локальный максимум в точке $z = l/2$;
- 4) При $|t_1| \geq t_{1,2}$, функция $w(z)$ имеет единственный локальный минимум в точке $z = l/2$.

Графики функций A, B_t и w' для случаев 1)-4) приведены на рис. 3 а.

Наличие в (7) отличной от нуля функции реакций опор $R_0(z)$ не вносит принципиальных изменений в характер поведения производной $w'(z)$ (см. график на рис. 3 б), кроме того, что функция $B(z) = B_t(z) + R_0(z)$ становится нелинейной. Типы же пересечений ее с функцией $A(z)$ сохраняются (сравни со случаем 3 на рис. 3 а).

Таким образом, принимая во внимание, что прогиб под крайними опорами всегда неотрицателен, и эти опоры не выходят из числа активных, приходим к заключению о возможности двух типов отхода автоклава от упруго-податливых опор: первый

Автоклав АП16 - 2x40.4 м.

z	$A(z)$	$B_i + 2R_0$
0	13.97	15.25
1/10	13.19	13.61
2/10	11.06	11.11
3/10	7.93	7.89
4/10	4.14	4.10
1/2	0	0

$$w(z)/2E = A - B = A - B - 2R_0$$

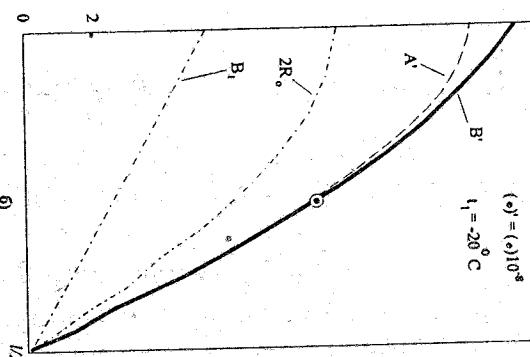
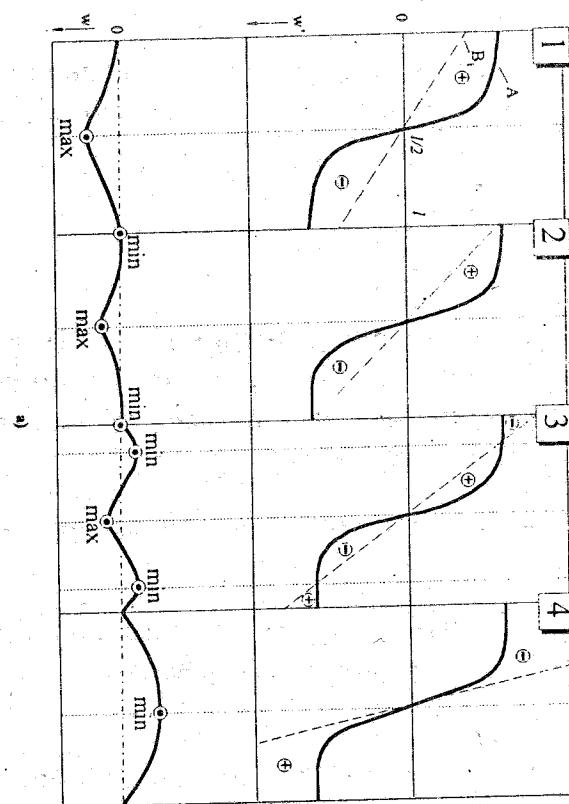


Рис.3

тип соответствует форме 4 упругой линии (см. рис. 3 а), при которой отрицательный прогиб в первую очередь получит сечение на середине длины автоклава, а дальнейший отход распространяется от средних опор к крайним. Такой тип отхода характерен для коротких автоклавов или (и) имеющих значительную изгибную жесткость (например, АП12-2x17 м, АП12-3,6x27 м). Отход второго типа начинается, когда форма упругой линии имеет тип 3 (см. рис. 3 а). Сначала неактивными становятся опоры в сечениях, ближайших к точкам минимума, затем распространение отрыва идет в обе стороны от указанных сечений. Причем, если форма упругой линии, при увеличении температурного перепада сохраняет вид 3, последней неактивной опорой станет средняя, если же форма упругой линии примет вид 4, отход автоклава от опор будет продолжаться по первому типу. Второй тип отхода имеет место для достаточно длинных и "гибких" автоклавов (относительно небольшие радиусы и толщина обечайки), таких как, например, АП16-2x40,4 м или АП12-2,6x32 м.

Для системы абсолютно жестких опор, отход автоклава начинается при форме упругой линии 2 (промежуточное мгновенное положение) и 3. Если при этом учитывать, что $w(z_i) \leq 0$ (z_i - координата i -ой опоры), то первыми становятся неактивными опоры 2-я и $(n - 1)$ -я, затем 3-я и $(n - 2)$ -я и т.д. от краев автоклава к его середине (см. рис. 2).

2. Точка и температура начала отхода автоклава от нулевого уровня. С учетом форм упругой линии оси автоклава в начальный момент отхода его от опор ($t_1 = t_1^*$) (формы 3,4 на рис. 3 а), в точке отхода z^* должны выполняться следующие условия:

$$w(z^*, t_1^*) = 0 \quad (10)$$

$$w'(z^*, t_1^*) = 0 \quad (11)$$

Но эти же условия должны выполняться, и при отходе последней (средней) опоры при форме 3 упругой линии. Таким образом, для определения точки (z^*) и температуры (t_1^*) начала отхода автоклава от опор, приходим к следующей задаче оптимизации:

$$t_1 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} w(t_1, z) = 0 \\ w'(t_1, z) = 0 \end{cases} \quad (12)$$

Выражение (4) функции $w(z)$ для использования в задаче (12) не подходит, т.к. неизвестны значения реакций промежуточных опор. Чтобы получить выражения $w(z)$ и $w'(z)$ пригодные к использованию в задаче (12) необходимо перейти от модели дискретной опорной системы к непрерывной, т.е. заменить систему опор эквивалентным упругим основанием. Запишем следующую краевую задачу (рис. 4 а):

$$\frac{d^4 w}{dz^4} + \frac{k}{EI} w = \frac{q}{EI} \quad (13)$$

$$\begin{cases} w''(0) = -m_1; w''(l) = -m_n \\ w(0) = -\frac{EI}{\tilde{c}} w'''(0) + \frac{Q}{\tilde{c}} \\ w(l) = \frac{EI}{\tilde{c}} w'''(l) + \frac{Q}{\tilde{c}} \end{cases} \quad (14)$$

Здесь $m_1 = m_n = M + \alpha t_1 / R$; M - краевой момент;

$Q = G_0 + ql_0$ - краевое усилие;

K - жесткость эквивалентного упругого основания;

\tilde{c} - жесткость опоры.

Жесткость эквивалентного упругого основания K определяется через жесткость опор \tilde{c} для случая, когда $R_i = R^*$. Интегрируя равенство (13) на промежутке $[0; l]$ имеем

$$EIw'''(l) - EIw'''(0) + \int_0^l kw(t)dt = ql$$

Используя граничные условия (14)_{3,4} и равенство

$$ql = G - 2G_0 - 2ql_0, \quad G - \text{вес автоклава}$$

находим

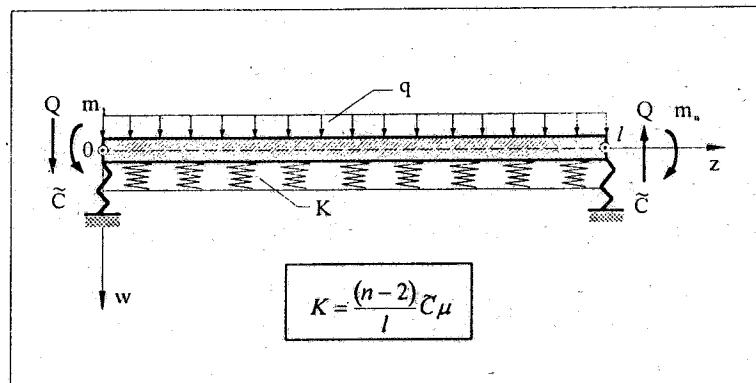
$$\tilde{c}w(0) + \tilde{c}w(l) + k \int_0^l w(t)dt = G$$

Далее, на основании равенства реакций ($R_i = R^*$) получаем

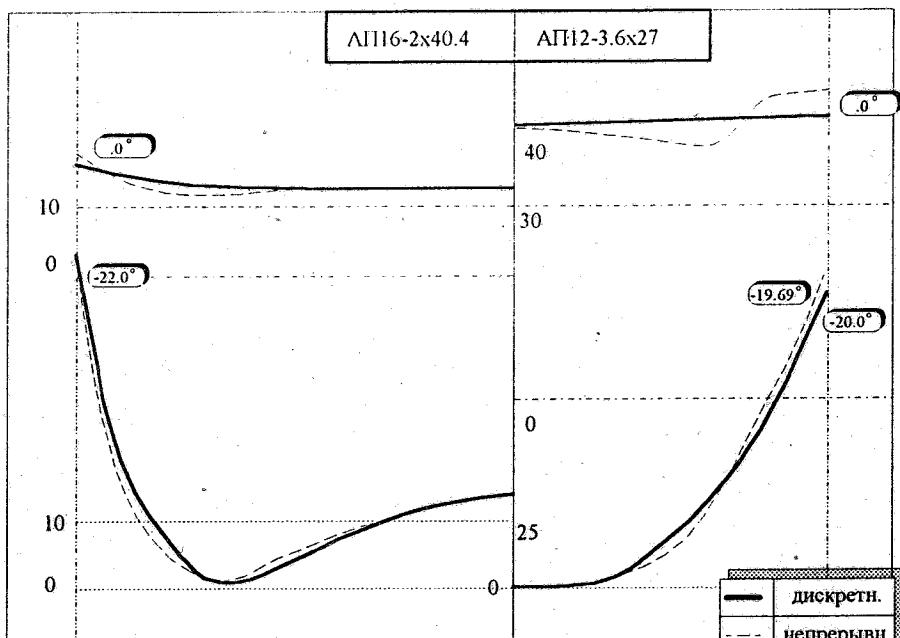
$$2R^* + k \frac{1}{\mu} l \frac{R^*}{\tilde{c}} = nR^*$$

После сокращения на R^* окончательно приходим к следующему выражению для жесткости эквивалентного упругого основания

$$K = \tilde{c} \frac{(n-2)}{l} \mu \quad (15)$$



a)



б)

Рис.4

Коэффициент $\mu = 0,665$ определен путем численного эксперимента по расчету реакций опор для дискретной модели (1)-(2) и непрерывной модели (13)-(14). Результаты расчета, приведенные на рис. 4 б показывают хорошую согласованность модели в случае наличия температурного перепада при $\mu = 0,665$.

Решение поставленной краевой задачи можно записать в виде

$$w(z) = \frac{q}{\beta^4 EI} w_q(z) - \frac{m_1}{\beta^2} w_m(z) + \frac{Q}{\tilde{c}} w_Q(z) \quad (16)$$

где

$$w_q(z) = C_{1q} K_0(\beta z) + C_{2q} K_1(\beta z) + C_{4q} K_3(\beta z) + \frac{1}{4}(1 - K_0(\beta z)),$$

$$w_m(z) = C_{1m} K_0(\beta z) + C_{2q} K_1(\beta z) + C_{2m} K_2(\beta z) - C_{4m} K_3(\beta z),$$

$$w_Q(z) = C_{1Q} K_0(\beta z) - C_{2Q} K_1(\beta z) + C_{4Q} K_3(\beta z); \quad (16')$$

$K_i(\beta z)$ - функции Крылова, $i \in 0 : 3$

$$\beta = (K/4EI)^{1/4},$$

C_{iq} , C_{im} , C_{ia} - определяются обычным образом из граничных условий (14).

Так как в задаче (12) прогиб w рассматривается как функция двух переменных, несколько преобразуем выражение (16). С учетом обозначения

$$g(z) \stackrel{\Delta}{=} \frac{q}{\beta^4 EI} w_q(z) + \frac{Q}{\tilde{c}} w_Q(z) \quad (17)$$

(16) принимает вид

$$w(z) = g(z) - \frac{m_1}{\beta^2} w_m(z) \quad (18)$$

⊕ Заметим, что $w'(z)$, как и $w(z)$ выражается в виде комбинации функций Крылова, а формулы для w'_q , w'_m , w'_Q можно непосредственно выписать, используя выражения (16)' и правила дифференцирования функций Крылова ⊕

Из ограничений задачи (12) находим

$$w(t_1, z) = 0 \implies \frac{m_1}{\beta^2} = g(z) \frac{1}{w_m(z)} \quad (19)$$

$$w'(t_1, z) = 0 \implies \frac{m_1}{\beta^2} = g'(z) \frac{1}{w'_m(z)} \quad (20)$$

Приравнивая правые части (19) и (20) имеем уравнение относительно одной переменной z

$$f(z) = g(z)w'_m(z) - g'(z)w_m(z) = 0 \quad (21)$$

Нетрудно убедиться, что производная функции f выражается формулой

$$f'(z) = g(z)w''_m(z) - g''(z)w_m(z)$$

Графики функций f и f' для автоклава АП16-2х40,4 м приведены на рис. 5 а. Применяя к уравнению (21) метод Ньютона при $z_0 = 0$ (см. рис. 5 б) находим искомую точку z^* . После чего значение t_1^* определяем из (19)

$$t_1^* = \frac{R}{\alpha} \left[\frac{g(z^*)\beta^2}{w_{in}(z^*)} - M \right] \quad (22)$$

Определение начальной точки и температуры отхода автоклава от нулевого уровня путем решения задачи (12) на основании непрерывной модели (13)-(14) показало хорошее согласование результатов с расчетами по дискретной модели (1)-(2) в совокупности с методом дихотомии для определения z^* . Приведем результаты для автоклавов с различными типами отхода от нулевого уровня

$$\text{АП12 - 3,6x27м(1тип)} t_1^* = \begin{cases} -22,59^\circ C & \text{- непрерывная модель} \\ -22,4^\circ C & \text{- дискретная модель} \end{cases}$$

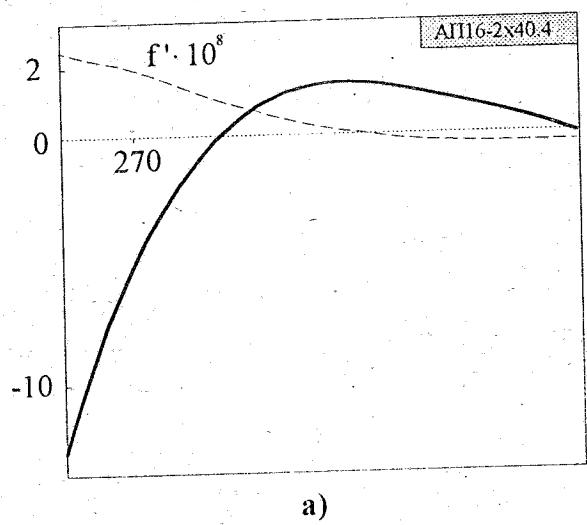
$$\text{АП16 - 2x40,4м(2тип)} t_1^* = \begin{cases} -24,51^\circ C & \text{- непрерывная модель} \\ -25,28^\circ C & \text{- дискретная модель} \end{cases}$$

Таким образом, зная t_1^* , при всех значениях температурного перепада меньших при абсолютной величине, чем t_1^* , следует в качестве единственного возможного варианта активных опор выбирать вариант, включающий все опоры автоклава.

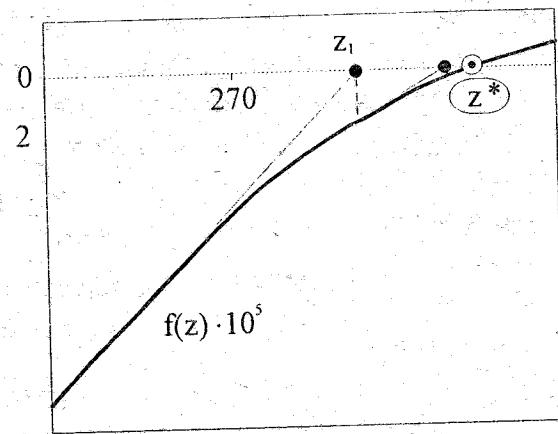
3. Последовательность отхода автоклава от опор. Поставим вопрос следующим образом: при каком температурном перепаде автоклав начнет отходить от i -й (в порядке отхода) опоры?

В рамках непрерывной модели (13)-(14) будем считать опору неактивной, если выполнено условие

$$\max\{w(z) | z_i - l_i/2 \leq z \leq z_i + l_i/2\} \leq 0 \quad (23)$$



a)



б)

Рис.5

т.е., если каждая точка некоторого участка упругой линии, включающей точку z_i , перешла нулевой уровень в область отрицательных значений. Тогда для определения температуры отхода автоклава от опоры с координатой z_i необходимо решить следующую задачу оптимизации:

$$\begin{aligned} (-t_1^{(i)}) &\rightarrow \max \\ \max\{w(z, t_1^{(i)})|z_i - l_i/2 \leq z \leq z_i + l_i/2\} &\geq 0 \end{aligned} \quad (24)$$

Поставленную задачу можно свести к решению нелинейного уравнения

$$f(t_1^{(i)}) \stackrel{\Delta}{=} \max\{w(z)|z_i - l_i/2 \leq z \leq z_i + l_i/2\} = 0 \quad (25)$$

Полученное уравнение решалось методом хорд, на промежутке $(0; -t_1^{max})$, где значение правой границы промежутка можно определить, например, по формулам (5), (6). Для вычисления $w(z)$ необходимо в рамках непрерывной модели перейти к конструктивно-нелинейной контактной задаче с неизвестной зоной взаимодействия. Для этого разрешающее уравнение (13) запишем в виде

$$\frac{d^4 w}{dz^4} = \frac{q}{EI} - \frac{K}{EI} \max\{0, w(z)\} \quad (26)$$

и добавим к нему граничные условия (14). Решение краевой задачи (26), (14) отыскивается итерационным методом.

Результаты решения задачи (24) для автоклавов строительной индустрии приведены в таблице 1. Параметры l_i для всех опор кроме второй и третьей ($(n-1)$ -й и $(n-2)$ -й соответственно) выбирались равными длине межпорного пролета. Для опор с номерами 2, 3, $(n-2)$, $(n-1)$, учитывая значительный градиент прогиба в районе их расположения, l_i выбиралось равным половине длины межпорного пролета. В таблице 1 в скобках для сравнения приведены результаты для случая, когда l_i равно длине межпорного пролета для всех опор. В таблице 1 строки, отмеченные значком * соответствуют дискретной модели и методу перебора вариантов, а отмеченные значком + - непрерывной модели и итерационному методу. В таблице 2 приведены реакции опор для соответствующих значений температурного перепада из таблицы 1, расчетанные по дискретной и непрерывной моделям.

На основе полученных здесь результатов разработаны приближенные инженерные методики по расчету температурного перепада и реакций опор, доведенные до уровня ручного счета, "работающие"

Таблица 1

Температурный перепад и последовательность отхода автоклава от опор

		н о м е р						о п о р ы		max откл(%)
		2	3	4	5	6	7	8		
АП16	*	49	24.9	26	32.5	45	60	64	0	
	+	56.5 (40.9)	26.34 (25.2)	26.7	34	46.8	60.3	63.5	4.6	
АП16 2.6x32	*	23.2	16.8	14.7	15.3	15.5	0			
	+	23.0 (20.6)	16.62 (16.2)	14.9	15.4	15.9	2.6			
	X	23.3	17.3	14.3	12.0	10.0	35.5			
АП16 2.6x26	*	38.3	24	19.8	18.3	17.8	0			
	+	38.22 (32.2)	23.61 (22.2)	19.5	18.4	17.9	1.6			
	X	38.3	25.6	20.3	16.8	14.0	21.3			
АП12 3.6x27	*	67	33.5	23.5	20	0				
	+	68.15 (63.4)	32.74 (29.6)	22.0	19.0	6.4				
	X	67.1	36.8	26.2	20.6	11.5				
АП12 2x19	*	28.5	18.3	15.2	14.3	0				
	+	28.44 (24.4)	17.92 (17.0)	14.8	14.3	2.6				
	X	28.6	19.2	15.0	12.1	15.4				
АП12 2.6x19	*	35.8	19.7	15.8	0					
	+	35.91 (29.3)	19.69 (17.9)	14.8	6.3					
	X	35.6	21.5	15.9	9.2					
АП12 2x17	*	26.3	15.2	12.7	0					
	+	26.3 (22.1)	15.69 (14.7)	12.5	3.3					
	X	26.3	16.9	12.8	11.2					

* - перебор вариантов

+ - непрерывная модель

X - инженерная методика

Таблица 2

Реакции упругих опор в момент отхода автоклава от очередной опоры

		н о м е р о п о р ы					макс откл(%)
		1	2	3	4	5	
АП16	1	63.8 50.4	30.1 32.3	11.9 18.1	3.8 3.1	1.0 2.0	15.4 (*) (+)
	2	66.2 59.1	30.6 33.3	11.4 14.8	2.7 3.7	4.1	
	3	70.2 71.3	31.1 31.7	9.6 7.9	1.5		
	4	80.9 88.7	29.0 22.2	7.8			
3.6x27	1	118.4 120.5	65.7 67.8	30.8 30.1	10.3 7.5	2.8	
	2	132.3 145.3	68.2 64.6	25.4 16.1	13.0		
	3	161.0 180.8	65.0 45.2	19.8			
2x19	1	39.5 33.8	16.9 19.0	5.7 8.5	1.4 2.1	5.7 (14%)	
	2	41.3 40.8	16.9 18.1	5.0 4.5	1.2		
	3	47.8 50.8	16.7 12.7	4.0			
2.6x19	1	60.7 60.6	26.3 26.9	7.3 6.7	0.6		
	2	69.4 75.4	24.9 18.9	6.0			
2x17	1	37.2 36.4	15.3 16.2	4.2 4.0	0.9 (5.9 %)		
	2	42.4 45.3	14.2 11.3	2.9 (6.8 %)			

(*)

(*) - цифры в столбце указывают число неактивных опор

* - перебор вариантов

+ - непрерывная модель

для абсолютно жестких опор и упругих опор при первом типе отрыва. В таблице 1 значком \times отмечены результаты, полученные по приближенным методикам.

Литература

1. Михайловский Е.И., Никитенков В.Л. Аналог теоремы о трех моментах в теории оболочек//Прикл. механика.1984.Т.20.№7. С.65-70.
2. Михайловский Е.И., Никитенков В.Л., Тараков В.Н. Определение реакций упругоподатливых опор одностороннего действия под сосудом давления//Строит. механика и расчет сооружений. 1986.№3.С.54-57.
3. Михайловский Е.И., Никитенков В.Л. АВГОР-1 - система автоматизации инженерных расчетов при проектировании горизонтальных автоклавов/ Сыктывкарский ун-т. Сыктывкар, 1992. 282 с.
4. Никитенков В.Л. Вопросы прочности и проектирования тяжелых горизонтальных аппаратов давления//Автореф. дисс. докт. техн. наук. С-Пб.:1996. 39 с.

Summary

Nikitenkov V. L. Elastic curve of an axis of multisupport cylindrical vessel of pressure at a thermo-mechanical bend and extreme problems connected with it.

Question on a sequence of a withdrawal of pressure vessel from support depending on temperature difference and parameters of a design (in particular from rigity of support system) is investigated. Some of problems of optimization connected to calculation of support reactions are formulated and solved.

Сыктывкарский университет

Поступила 30.01.96