Вестник Сыктывкарского университета.
Сер.1. Вып.14.2011

УДК 519.6

ТЕЧЕНИЕ ВЯЗКОЙ СТРУКТУРИРОВАННОЙ ЖИДКОСТИ МЕЖДУ ДВУМЯ ЦИЛИНДРАМИ[1]

Н. А. Беляева, А. С. Степанова

В работе численно решается задача закрутки жидкости с переменной вязкостью на примере структурированной жидкости. Частный случай рассматриваемого течения жидкости с постоянной вязкостью численно проанализирован в работе [1]. Получены вихревые образования вблизи оси закрутки, существование которых аналитически методом нахождения решений в виде рядов показано в работах [2, 3] для жидкости с постоянной вязкостью.
Ключевые слова: численное моделирование, потенциальная закрутка, течение неньютоновской структурированной жидкости, переменная вязкость, вихревое течение.

1. Основные уравнения

Рассмотрим течение несжимаемой жидкости с переменной вязкостью, заполняющей пространство между двумя вращающимися коаксиальными цилиндрами радиусами R_1 и R_2. Уравнение движения такой жидкости описывается уравнением Навье-Стокса [4–6], которое с использованием дифференциальных операторов имеет вид:

$$\rho\left[\frac{\partial\vec{V}}{\partial t}+(\vec{V},\nabla)\vec{V}\right]=-\mathrm{grad}p+\mu\Delta\vec{V}+2(\mathrm{grad}\mu,\nabla)\vec{V}+\mathrm{grad}\mu\times\mathrm{rot}\vec{V}. \quad (1)$$

Здесь $\vec{V}$ - скорость течения, p - давление, ρ - плотность жидкости, μ - вязкость жидкости. Считаем, что на жидкость действуют потенциальные внешние силы, поэтому p означает модифицированное давление, полученное из исходного прибавлением потенциала внешних сил.

[1]Работа выполняется при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ, ГК № 02.740.11.0618

Уравнение (1) рассматривается совместно с уравнением неразрывности, которое для несжимаемой жидкости имеет вид

$$\mathrm{div}\vec{V} = 0. \tag{2}$$

Примером жидкостей с переменной вязкостью являются структурированные жидкости [4, 5], простейшая модель которых представляет смесь двух компонент A_1 и A_2 взаимно превращающихся друг в друга: $A_1 \leftrightarrow A_2$. Вязкость такой структуры находится по формуле

$$\mu(a) = \frac{\mu_2}{1+\lambda a}, \lambda = \frac{\mu_2}{\mu_1} - 1,$$

где a - доля структуры A_1 в общей смеси , μ_1 и μ_2 - вязкости составляющих компонент жидкости, λ - коэффициент, характеризующий тип жидкости: $\lambda > 0$ - дилатантная, $1 < \lambda < 0$ - псевдопластическая, $\lambda = 0$ - ньютоновская.

Для степени структурных превращений имеет место диффузионно-кинетическое уравнение [4]

$$\frac{\partial a}{\partial t} + \vec{V} \cdot \mathrm{grad} a = D\Delta a + \Phi(a,\gamma), \tag{3}$$

где γ - скорость деформации, D - коэффициент диффузии, Φ - суммарная скорость превращения структуры, определяемая соотношением

$$\Phi(a,\gamma) = k_2 \left\{ 1 - a \left[1 - \frac{k_0}{k_2} \exp(p_0\mu(a)\gamma + q_0\gamma^2) \right] \right\},$$

k_0, k_2, p_0, q_0 - параметры жидкости.

Будем рассматривать стационарные течения, в этом случае параметры жидкости не зависят от времени

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} = 0, \frac{\partial a}{\partial t} = 0.$$

Введем цилиндрическую систему координат (r, φ, z), тогда вектор скорости $\vec{V} = (V_r, V_\varphi, V_z)$. Расмотрим случай течения несжимаемой жидкости с потенциальной закруткой вокруг оси симметрий

$$V_\varphi = \frac{W}{r},$$

где W - произвольная постоянная.

Перейдем к безразмерным величинам:

$$d=\frac{R_1}{R_2}, x=\frac{r}{R_2}, d\le x\le 1, z'=\frac{z}{R_2}, 0\le z'\le z_0, \delta=\frac{\rho W}{d\mu_2}, \pi=\frac{pR_2R_1}{W\mu_2},$$

$$u_x=\frac{V_rR_1}{W}, u_\varphi=\frac{V_\varphi R_1}{W}, u_{z'}=\frac{V_zR_1}{W}, \nu(a)=\frac{\mu(a)}{\mu_2}=\frac{1}{1+\lambda a},$$

$$\beta=\frac{D}{\mu_2}\rho, \kappa=\frac{\mathrm{k}_2\rho R_2^2}{\mu_2}, p_1=\frac{p_0\mu_2W}{R_1R_2}, q_1=\frac{q_0W^2}{{R_1}^2{R_2}^2}, \chi=\frac{k_0}{k_2}.$$

Тогда система (1)-(3) относительно безразмерной скорости течения $\vec{u}=(u_r,u_\varphi,u_z)$ запишется так:

$$\mathrm{div}\vec{u}=0, \tag{4}$$

$$(\vec{u},\nabla)\,\vec{u}=-\frac{1}{\delta}\mathrm{grad}\pi+\frac{1}{R}\Delta\vec{u}+\frac{2}{\delta}\left(\mathrm{grad}\nu,\nabla\right)\vec{u}+\frac{1}{\delta}\left(\mathrm{grad}\nu\times\mathrm{rot}\vec{u}\right), \tag{5}$$

$$\delta\left(u_x\frac{\partial a}{\partial x}+u_{z'}\frac{\partial a}{\partial z'}\right)=\beta\Delta a+k\left\{1-a\left[1+\chi\,\exp\left(p_1\nu\left(a\right)\gamma+q_1\gamma^2\right)\right]\right\}. \tag{6}$$

В последнем уравнении γ есть скорость деформации:

$$\gamma=\frac{\partial u_{z'}}{\partial x}+\frac{\partial u_x}{\partial z'}.$$

Граничные условия полученной системы (4)-(6):

$$u_x|_{x=d,1}=0,\ \ u_x|_{z'=0,z_0'}=0,$$

$$u_{z'}|_{x=d,1}=0,\ \ u_{z'}|_{z'=0,z_0'}=0,$$

$$u_\varphi|_{x=d}=1,\ \ u_\varphi|_{x=1}=0,\ \ u_\varphi|_{z'=0,z_0'}=0,$$

$$\left.\frac{\partial a}{\partial z'}\right|_{z'=0,z_0'}=0.$$

Запишем уравнения (4), (5) в проекциях на координатные оси:

$$\frac{u_x}{x}+\frac{\partial u_x}{\partial x}+\frac{\partial u_{z'}}{\partial z'}=0,$$

$$u_x\cdot\frac{\partial u_x}{\partial x}+u_{z'}\cdot\frac{\partial u_x}{\partial z'}-\frac{{u_\varphi}^2}{x}+\frac{1}{\delta}\cdot\frac{\partial\pi}{\partial x}=\frac{\nu}{\delta}\left(\Delta u_x-\frac{u_x}{x^2}\right)+$$
$$+\frac{2}{\delta}\left(\frac{\partial\nu}{\partial x}\cdot\frac{\partial u_x}{\partial x}+\frac{\partial\nu}{\partial z'}\cdot\frac{\partial u_x}{\partial z'}\right)-\frac{1}{\delta}\cdot\frac{\partial\nu}{\partial z'}\left(\frac{\partial u_x}{\partial z'}-\frac{\partial u_{z'}}{\partial x}\right),$$

$$u_x \cdot \frac{\partial u_\varphi}{\partial x} + u_{z'} \cdot \frac{\partial u_\varphi}{\partial z'} + \frac{u_\varphi \cdot u_x}{x} = \frac{\nu}{\delta}\left(\Delta u_\varphi - \frac{u_\varphi}{x^2}\right) + \tag{7}$$

$$+\frac{2}{\delta}\left(\frac{\partial \nu}{\partial x} \cdot \frac{\partial u_\varphi}{\partial x} + \frac{\partial \nu}{\partial z'} \cdot \frac{\partial u_\varphi}{\partial z'}\right) - \frac{1}{\delta} \cdot \frac{\partial \nu}{\partial z'}\frac{\partial u_\varphi}{\partial z'} - \frac{1}{\delta} \cdot \frac{\partial \nu}{\partial x}\left(\frac{u_\varphi}{x} - \frac{\partial u_\varphi}{\partial x}\right),$$

$$u_x \cdot \frac{\partial u_{z'}}{\partial x} + u_{z'} \cdot \frac{\partial u_{z'}}{\partial z'} + \frac{1}{\delta} \cdot \frac{\partial \pi}{\partial z'} = \frac{\nu}{\delta} \cdot \Delta u_{z'} +$$

$$+\frac{2}{\delta}\left(\frac{\partial \nu}{\partial x} \cdot \frac{\partial u_{z'}}{\partial x} + \frac{\partial \nu}{\partial z'} \cdot \frac{\partial u_{z'}}{\partial z'}\right) + \frac{1}{\delta} \cdot \frac{\partial \nu}{\partial x}\left(\frac{\partial u_x}{\partial z'} - \frac{\partial u_{z'}}{\partial x}\right).$$

Здесь

$$u_\varphi = \frac{\alpha}{x}, \pi = \tilde{\pi}\left(x, z'\right) - \frac{\delta \alpha^2}{2x^2}, \tag{8}$$

где α - произвольная постоянная пропорциональная W, $\tilde{\pi}(x, z')$ - новая искомая функция давления.

Из третьего уравнения системы (7) с учетом (8) следует, что степень структурных превращений a является функцией лишь осевой координаты, т.е. $a = a(z')$.

Введем [2] функцию тока ψ по формуле:

$$d\psi = x u_{z'} dx - x u_x dz',$$

тогда

$$u_x = -\frac{1}{x}\frac{\partial \psi}{\partial z'}, u_{z'} = \frac{1}{x}\frac{\partial \psi}{\partial x}.$$

В этом случае первое уравнение системы (7) автоматически удовлетворяется. Второе и четвертое уравнения системы (7) запишутся следующим образом

$$-\frac{1}{x^3}\left(\frac{\partial \psi}{\partial z'}\right)^2 + \frac{1}{x^2}\frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial z'} \cdot \frac{\partial \psi}{\partial z'} - \frac{1}{x^2}\frac{\partial \psi}{\partial x} \cdot \frac{\partial^2 \psi}{\partial z'^2} + \frac{1}{\delta}\frac{\partial \pi}{\partial x} =$$

$$= \frac{\nu}{\delta}\left[\frac{1}{x^2}\frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial z'} - \frac{1}{x}\frac{\partial^3 \psi}{\partial x^2 \partial z'} - \frac{1}{x}\frac{\partial^3 \psi}{\partial z'^3}\right] + \frac{2}{\delta}\left[-\frac{1}{x}\frac{\partial \nu}{\partial z'} \cdot \frac{\partial^2 \psi}{\partial z'^2}\right] +$$

$$+\frac{1}{\delta x} \cdot \frac{\partial \nu}{\partial z'}\left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z'^2} - \frac{1}{x}\frac{\partial \psi}{\partial x}\right), \tag{9}$$

$$\frac{1}{x^3}\frac{\partial \psi}{\partial z'} \cdot \frac{\partial \psi}{\partial x} + \frac{1}{x^2}\frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial z'} \cdot \frac{\partial \psi}{\partial x} - \frac{1}{x^2}\frac{\partial \psi}{\partial z'} \cdot \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{1}{\delta}\frac{\partial \pi}{\partial z'} =$$

$$= \frac{\nu}{\delta}\left[\frac{1}{x^3}\frac{\partial \psi}{\partial x} - \frac{1}{x^2}\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{1}{x}\frac{\partial^3 \psi}{\partial x^3} + \frac{1}{x}\frac{\partial^3 \psi}{\partial z'^2 \partial x}\right] + \frac{2}{\delta}\left[\frac{1}{x}\frac{\partial \nu}{\partial z'} \cdot \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial z'}\right].$$

Введем функцию

$$\sigma = L\psi,$$

где L - оператор Стокса:

$$L = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z'^2} - \frac{1}{x}\frac{\partial}{\partial x}.$$

Будем рассматривать частный случай течения при условии, что

$$\sigma = \sigma\left(x\right).$$

Дифференцирование первого и второго уравнений системы (9) по z' и по x соответственно, последующее вычитание одного выражения из другого позволяют исключить давление $\tilde{\pi}$ и получить из соотношения (9) систему следующего вида:

$$\begin{gathered}\sigma = \frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial z'^2} - \frac{1}{x}\frac{\partial\psi}{\partial x},\\ \frac{\partial^2\sigma}{\partial x^2} - \frac{1}{x}\frac{\partial\sigma}{\partial x} = \delta\left(1+\lambda a\right)\left(-\frac{1}{x}\frac{\partial\psi}{\partial z'}\cdot\frac{\partial\sigma}{\partial x} + \frac{2\sigma}{x^2}\cdot\frac{\partial\psi}{\partial z'}\right) + \\ + \left[\frac{2\lambda^2}{\left(1+\lambda a\right)^2}\cdot\left(\frac{\partial a}{\partial z'}\right)^2 - \frac{\lambda}{1+\lambda a}\cdot\frac{\partial^2 a}{\partial z'^2}\right]\cdot\left(\sigma - 2\frac{\partial^2\psi}{\partial z'^2}\right).\end{gathered} \tag{10}$$

После введения функции тока ψ и функции σ уравнение (6) относительно степени структурных превращений примет вид

$$\delta\left[\frac{1}{x}\frac{\partial\psi}{\partial x}\frac{\partial a}{\partial z'}\right] = \beta\frac{\partial^2 a}{\partial z'^2} + k\left\{1 - a\left[1+\chi\exp\left(p_1\nu g + q_1 g^2\right)\right]\right\},$$

где

$$g = \frac{1}{x}\left(\sigma - 2\frac{\partial^2\psi}{\partial z'^2}\right).$$

Тогда с учетом (10) система для определения функций ψ и σ, a принимает вид

$$\begin{gathered}\sigma = \frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial z'^2} - \frac{1}{x}\frac{\partial\psi}{\partial x},\\ \frac{\partial^2\sigma}{\partial x^2} - \frac{1}{x}\frac{\partial\sigma}{\partial x} = \delta\left(1+\lambda a\right)\left(-\frac{1}{x}\frac{\partial\psi}{\partial z'}\cdot\frac{\partial\sigma}{\partial x} + \frac{2\sigma}{x^2}\cdot\frac{\partial\psi}{\partial z'}\right) + \\ + \left[\frac{2\lambda^2}{\left(1+\lambda a\right)^2}\cdot\left(\frac{\partial a}{\partial z'}\right)^2 - \frac{\lambda}{1+\lambda a}\cdot\frac{\partial^2 a}{\partial z'^2}\right]\cdot\left(\sigma - 2\frac{\partial^2\psi}{\partial z'^2}\right),\end{gathered} \tag{11}$$

$$\delta\left[\frac{1}{x}\frac{\partial\psi}{\partial x}\frac{\partial a}{\partial z'}\right]=\beta\frac{\partial^2 a}{\partial z'^2}+k\left\{1-a\left[1+\chi exp\left(p_1\nu g+q_1 g^2\right)\right]\right\}.$$

Соответствующие граничные условия течения:

$$\left.\frac{\partial\psi}{\partial x}\right|_{x=d,1}=0,\ \left.\frac{\partial\psi}{\partial z'}\right|_{z'=0,z_0}=0,\ \left.\frac{\partial a}{\partial z'}\right|_{z'=0,z_0'}=0.$$

Для определения функции тока ψ из системы (11) необходимо знание функции σ и распределение степени структурных превращений a. Для численного нахождения последней воспользуемся итерационным методом Ньютона [4, 5] и последующим уточнением $a=a(z')$ методом прогонки [7].

Найдем нулевое приближение a^0 для стационарной степени структурных превращений из условия

$$\sigma-2\frac{\partial^2\psi}{\partial z'^2}=0,\frac{\partial\psi}{\partial x}=0.$$

Тогда третье уравнение системы (11) примет вид

$$\beta\frac{d^2a^0}{dz'^2}+\kappa\left[1-a^0\left(1+\chi\right)\right]=0,$$

причем $a^0(z')$ удовлетворяет граничным условиям

$$\left.\frac{\partial a}{\partial z'}\right|_{z'=0,z_0'}=0. \tag{12}$$

Введем прямоугольную сетку

$$\Omega=\left\{\varpi_{ij}=\left(x_i,{z'}_j\right),\ x_i=i\cdot\Delta x,\ {z'}_j=j\cdot\Delta z',\ i=0,...,n,\ j=0,...,m\right\}.$$

Приближение $a^0(z')$ находится методом прогонки по прогоночной формуле

$$a^0_{j+1}=G_{j+1}a^0_j+H_{j+1}. \tag{13}$$

В силу граничного условия (12)

$$a_m=a_{m-1},$$

следовательно, $G_m=1$, $H_m=0$. Оставшиеся прогоночные коэффициенты определяются по рекуррентным формулам

$$\begin{cases} G_j=\dfrac{\beta}{F(G_{j+1})};\\ H_j=\dfrac{\beta H_{j+1}+\kappa(\Delta z')^2}{F(G_{j+1})};\\ j\in m-1:1.\end{cases}$$

Здесь

$$F(G_{j+1}) = \beta(2 - G_{j+1}) + \kappa(\Delta z')^2(1 + \chi).$$

Нулевое приближение степени структурных превращений вычисляется по формуле прогонки (13) для $j = 1, ..., m$, причем

$$a_0^0 = \frac{H_1}{1 - G_1}.$$

Рассмотрим второе уравнение системы (11). Формула прогонки для функции тока запишется так:

$$\psi_{i,j+1} = Q_{i,j+1}\psi_{ij} + R_{i,j+1}.$$

Прогонку будем проводить по индексу j. Для вычисления прогоночных коэффициентов $Q_{i,j+1}$, $R_{i,j+1}$ воспользуемся следующими рекуррентными формулами:

$$\begin{cases} Q_{i,m} = 1, R_{i,m} = 0, \\ Q_{ij} = \dfrac{P_1}{P(Q_{i,j+1})}, \\ R_{ij} = \dfrac{P_2(R_{i,j+1})}{P(Q_{i,j+1})}, \\ i \in n-1:1, j \in m-1:1, \end{cases}$$

где

$$P(Q_{i,j+1}) = \delta\Delta x\Delta z'(1 + \lambda a_j)^3(\tilde{s}_i(2\Delta x - x_i) + \tilde{s}_{i-1}x_i) - 2(\Delta x)^2 {x_i}^2(Q_{i,j+1} - 2)\cdot A_j,$$

$$P_1 = \delta\Delta x\Delta z'(1 + \lambda a_j)^3\left(\tilde{s}_i\left(2\Delta x - x_i\right) + \tilde{s}_{i-1}x_i\right) + 2(\Delta x)^2 {x_i}^2\cdot A_j,$$

$$P_2(R_{i,j+1}) = S_i - (\Delta x)^2 {x_i}^2 A_j\left(\tilde{s}_i - 2R_{i,j+1}\right),$$

$$\tilde{s}_i = (\Delta z')^2\sigma_i, \tag{14}$$

$$S_i = (1 + \lambda a_j)^2(\Delta z')^2 x_i\left[\tilde{s}_{i+1}x_i - \tilde{s}_i\left(2x_i + \Delta x\right) + \tilde{s}_{i-1}\left(x_i + \Delta x\right)\right],$$

$$A_j = 2\lambda^2(a_j - a_{j-1})^2 - \lambda\left(1 + \lambda a_j\right)\left(a_{j+1} - 2a_j + a_{j-1}\right).$$

Записав первое уравнение системы (11) в разностных соотношениях, получаем явную схему для определения σ, которая с использованием обозначениий (14) запишется так:

$$S_i = (\Delta x)^2 x_i\left(\psi_{i,j+1} - 2\psi_{i,j} + \psi_{i,j-1}\right) +$$

$$+\frac{(\Delta z')^2\left(\psi_{i+1,j} - 2\psi_{i,j} + \psi_{i-1,j}\right) - \Delta x(\Delta z')^2\left(\psi_{i,j} - \psi_{i-1,j}\right)}{(\Delta x)^2\cdot x_i}.$$

Для нахождения следующего приближения степени структурных превращений воспользуемся третьим уравнением системы (11). Прогоночная формула примет вид

$$a_{j+1} = G_{j+1}a_j + H_{j+1},$$

где прогоночные коэффициенты отпределяются из следующих рекуррентных соотношений

$$\begin{cases} G_m = 1, H_m = 0, \\ G_j = \dfrac{B_1}{B(G_{j+1})}, \\ H_j = \dfrac{B_2(H_{j+1})}{B(G_{j+1})}, \\ i \in n-1:1, j \in m-1:1. \end{cases}$$

Здесь

$$B(G_{j+1}) = \delta\Delta z'\left(\psi_{i,j} - \psi_{i-1,j}\right) - \beta x_i \Delta x\left(G_{j+1} - 2\right) +$$

$$kx_i\Delta x(\Delta z')^2\left(1 + \chi\exp\left(Arg_{i,j}\right)\right),$$

$$B_1 = \delta\Delta z'\left(\psi_{i,j} - \psi_{i-1,j}\right) + \beta x_i\Delta x,$$

$$B_2(H_{j+1}) = \beta x_i \Delta x H_{j+1} + kx_i\Delta x(\Delta z')^2,$$

$$Arg_{i,j} = \frac{p_1}{1+\lambda a_{j-1}}\left\{\frac{1}{x_i(\Delta z')^2}\cdot\left[S_i - 2\cdot\left(\psi_{i,j+1} - 2\psi_{i,j} + \psi_{i,j-1}\right)\right]\right\} +$$

$$+q_1\left\{\frac{1}{x_i(\Delta z')^2}\cdot\left[S_i - 2\cdot\left(\psi_{i,j+1} - 2\psi_{i,j} + \psi_{i,j-1}\right)\right]\right\}^2.$$

Результаты численного анализа при следующих значениях параметров задачи

$$d = 0,05, z_0 = 0,1, c = 0,3, \delta = 100, \lambda = 0,7,$$

$$\beta = 0,01, k = 1,2, \chi = 0,0001, p_1 = 0,001, q_1 = 0,00001$$

представлены на рис.1-3. На рис.1 показаны линии тока ψ, на рис. 2, 3 - распределение степени структурных превращений (нулевое и уточненное). Сравнение полученных численных результов с результатами работ [1–3] показывает существование вихревых образований вблизи оси закрутки; изменяющаяся вязкость жидкости приводит к усилению указанных вихрей по сравнению с постоянной вязкостью.

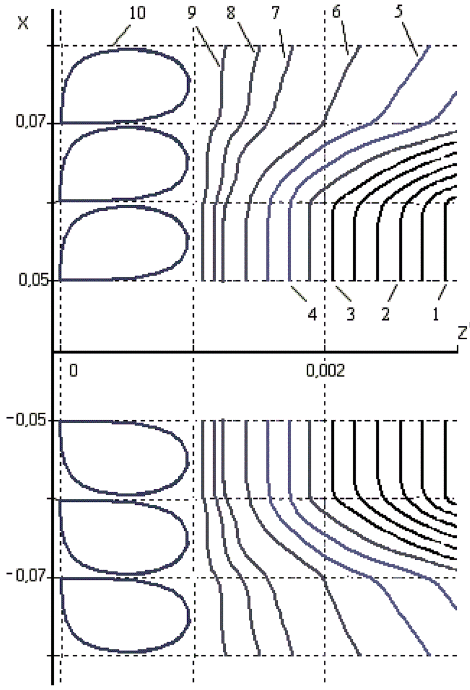

Рис. 1. Течение с переменной вязкостью. Линии тока $\psi = \psi(x, z') \cdot 10^2$: 1(0,34), 2(0,28), 3(0,2), 4(0,17), 5(0,11), 6(0,09), 7(0,06), 8(0,03), 9(0,01), 10(0)

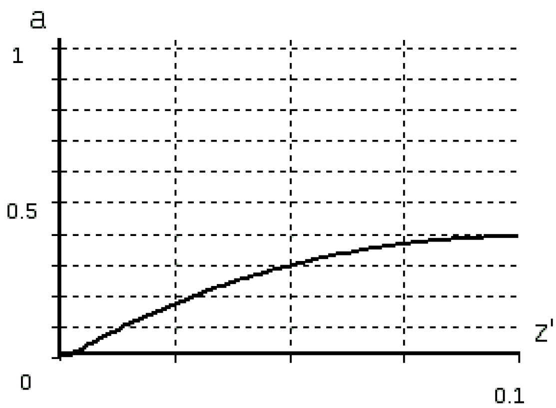

Рис. 2. Нулевое распределение степени структурных превращений $a^0 = a^0(z')$

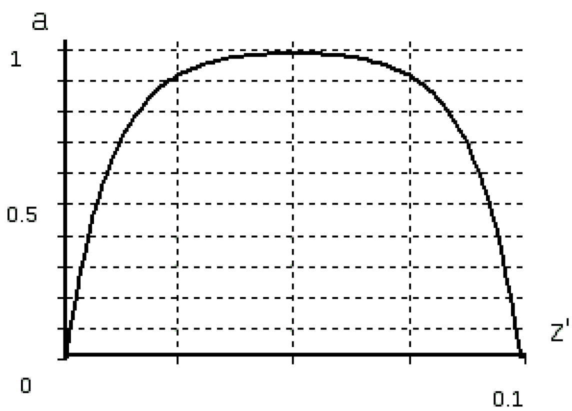

Рис. 3. Распределение степени структурных превращений $a = a(z')$

Литература

1. **Степанова А.С., Беляева Н.А.** Численное решение осесимметричных течений вязкой жидкости //Материалы II Всероссийской научно-методической конференции. Сыктывкар: Сыктывкарский государственный университет, 2011. С. 3–11.

2. **Шмыглевский Ю.Д., Щепров А.В.** Точное представление некоторых осесимметричных вихревых образований в вязкой несжимаемой жидкости // ДАН, 2003. Т. 393. № 4. С. 489-492.

3. **Щепров А.В.** Получение аналитических решений уравнений Навье-Стокса для осесимметричных и плоских течений вязкой несжимаемой жидкости // ДАН, 2004. Т. 394. № 5. С. 626-630.

4. **Беляева Н.А.** Математические модели деформируемых вязкоупругих структурированных материалов: Монография. Сыктывкар: Изд-во СыктГУ, 2008. 116 с.

5. **Беляева Н.А., Размыслов Р.Ю.** Сдвиговое течение структурированной жидкости // Нелинейные проблемы механики и физики деформируемого твердого тела: Тр. научн. школы акад. В.В. Новожилова. СПб: СПбГУ, 2005. Вып.8. С. 186-193.

6. **Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.** Гидродинамика. М.:Наука. 1988. 736 с.

7. **Самарский А.А., Гулин А. В.** Численные методы: Учеб. пособие для вузов.-М.: Наука. Гл. ред. физ-мат. лит., 1989. - 432 с.

Summary

Belyayeva N. A., Stepanova A. S. Flow of viscous structure fluid among two cylinders

Presents the second part of the article (the first part was published in the [1] devoted to the impact assessment transient viscosity on flow map of incompressible structure fluid among two cylinders with swirl. The state [1] analyze stationary axial flow of incompressible fluid with constant viscosity, it present numerical solution and checking findings with theoretical researchwas presented in [2-4], where vortex deduced analytically by method solution determination in view of polynoms.

Keywords: numerical modeling, potential turning, non-Newtonian structural flow, variable viscosity, rotational flow.

Сыктывкарский университет *Поступила 11.10.2011*