

УДК 519.6

**ДИССИПАТИВНАЯ СТРУКТУРА И ОБЛАСТЬ  
СВЕРХАНОМАЛИИ КУЭТТОВСКОГО ТЕЧЕНИЯ  
СТРУКТУРИРОВАННОЙ ЖИДКОСТИ В ПЛОСКОМ  
ЗАЗОРЕ <sup>1</sup>**

*Н. А. Беляева, К. П. Кузнецов*

Проведено бифуркационное исследование куэттовского течения структурированной жидкости в плоском зазоре в области сверханомалии. Получены бифуркационные диаграммы и определены значения параметров, соответствующих области сверханомалии. Бифуркационный метод позволил получить аналитическое приближение стационарного неоднородного решения в окрестности точки бифуркации. Проведено численное моделирование течения.

*Ключевые слова:* бифуркационный анализ, структурированная жидкость, параметрический анализ, область сверханомалии, куэттовское течение

**1. Постановка задачи.** Пусть структурированная вязкая несжимаемая жидкость заполняет полосу между плоскостями  $\xi = 0$  и  $\xi = h$ , а её течение происходит в направлении оси  $\eta$  и вызывается движением плоскости  $\xi = h$ . Обозначим через  $\vec{u}$  – вектор скорости жидкости в произвольной точке полосы в момент времени  $t$ , тогда  $\vec{u} = (0, u_\eta, 0)$ , причем  $u_\eta = u(\xi, t)$ . Будем предполагать, что жидкость является смесью двух компонент  $A_1$  и  $A_2$ , которые под действием приложенного механического поля, характеризуемого напряжением  $\sigma$  и скоростью деформации

$$\gamma = \frac{\partial u}{\partial \xi};$$

---

<sup>1</sup>Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ ГК № 02.740.11.0618

могут взаимно превращаться друг в друга. Суммарная скорость превращения определяется соотношением:

$$\Phi(a, \gamma) = k_2(1 - a) - k_1 a, \quad (0.1)$$

$$k_1 = k_0 \exp(p_0 \sigma + q_0 \gamma^2).$$

Здесь  $a$  — степень структурных превращений (доля  $A_1$  в общей смеси),  $k_0, k_2, p_0, q_0$  — параметры жидкости.

Будем предполагать, что жидкость подчиняется реологическому уравнению состояния вида

$$\sigma = \mu \gamma, \quad (0.2)$$

где вязкость  $\mu = \mu(a)$  задается соотношением

$$\mu^{-1}(a) = \mu_1^{-1} a + \mu_2^{-1} (1 - a),$$

$\mu_1, \mu_2$  — вязкости компонент  $A_1$  и  $A_2$ , соответственно.

Модель течения жидкости описывается с помощью диффузионно-кинетического уравнения относительно степени структурных превращений  $a$  и уравнения движения [1, 2]:

$$\begin{cases} \frac{\partial a}{\partial t} = D \frac{\partial^2 a}{\partial \xi^2} + \Phi(a, \gamma) \\ \rho \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \mu(a) \frac{\partial u}{\partial \xi} \right) \end{cases} \quad (0.3)$$

$\rho$  — плотность,  $D$  — коэффициент диффузии.

Граничные и начальные условия рассматриваемой задачи имеют вид:

$$\left. \frac{\partial a}{\partial \xi} \right|_{\xi=0} = \left. \frac{\partial a}{\partial \xi} \right|_{\xi=h} = 0, u_{\xi=0} = 0; \quad (0.4)$$

$$t = 0 : a|_{0 \leq \xi \leq h} = a^0, u|_{0 \leq \xi < h} = 0. \quad (0.5)$$

В случае псевдопластической жидкости считаем, что подвижная плоскость движется с постоянной скоростью  $u_0$ :

$$u|_{\xi=h} = u_0, u_0 > 0. \quad (0.6)$$

В случае дилатантной жидкости — на подвижной скорости задана постоянная скорость деформирования  $\gamma_0$ :

$$\left. \frac{\partial u}{\partial \xi} \right|_{\xi=h} = \gamma_0. \quad (0.7)$$

**2. Кривая течения.** Рассмотрим однородные стационарные состояния системы (2)-(6), то есть решения вида:

$$a = const, \quad \gamma = const.$$

Тогда система (0.3) сводится к уравнению

$$\Phi(a, \gamma) = 0. \tag{0.8}$$

Из соотношений (0.2) и (0.8) заменой переменных [2]

$$y = \sigma p_0, \quad x = p_0 \mu_2 \gamma, \quad \delta = q_0 (p_0 \mu_2)^{-2}, \quad \chi = \frac{k_0}{k_2} \tag{0.9}$$

получим уравнение кривой течения или реологической кривой, связывающей кинематическую и динамическую характеристики:

$$y = x(1 + k)(\lambda + 1 + k), \quad k = \chi \exp(y + \delta x^2) \tag{0.10}$$

На рис.1 изображены реологические кривые для различных значений параметра  $\lambda$ .

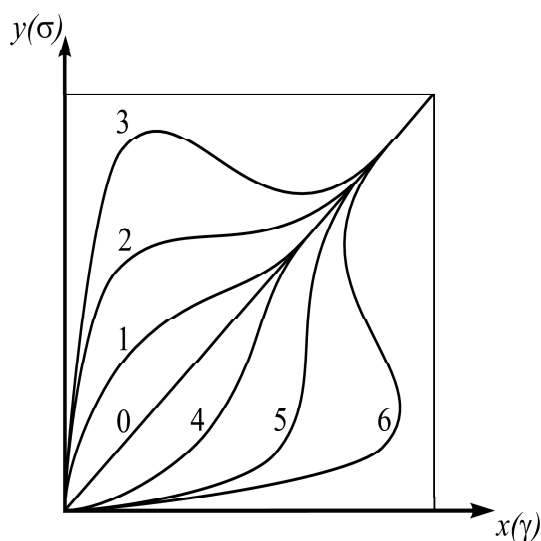


Рис. 1. Реологические кривые

0:  $\lambda = 0$  — ньютоновская жидкость, 1-3:  $-1 < \lambda < 0$  — псевдопластическая жидкость, 4-6:  $\lambda > 0$  — дилатантная жидкость

Явление падения напряжения при увеличении скорости деформирования для псевдопластической жидкости (рис.1 кривая 3) и падение скорости деформации при увеличении напряжения для дилатантной жидкости (рис.1 кривая 6) названо сверханомалией вязкости. В

работе [2] проведено исследование поведения кривой (0.10) в зависимости от значений параметра  $\chi = \chi(\lambda, \delta)$ . Получены граничные значения  $\chi_*$ , которым соответствуют кривые 2 и 5, разделяющие область монотонных кривых  $y(x)$  и  $x(y)$  и область кривых с двумя экстремумами. В настоящей работе анализируется поведение степени структурных превращений в области сверханомалии вязкости в зависимости от изменений некоторых характерных параметров модели.

**3. Параметрический анализ.** Исследование зависимости решений уравнений от параметров позволяет находить условия возникновения критических явлений: множественность стационарных состояний, потеря устойчивости этих состояний. Введем безразмерные переменные и параметры:

$$\begin{aligned} r &= \frac{\xi}{h}, & \tau &= t \frac{\mu_2}{\rho h^2}, & \beta &= \frac{\rho D}{\mu_2}, & \kappa &= \frac{\rho k_2 h^2}{\mu_2}, \\ \chi &= \frac{k_0}{k_2}, & \nu(a) &= \frac{\mu(a)}{\mu_2}, & p &= \frac{p_0 \mu_2 u_0}{h}, & q &= \frac{u_0^2 q_0}{h^2}; \end{aligned} \quad (0.11)$$

$$V = \frac{u}{u_0}$$

—для псевдопластической жидкости;

$$V = \frac{u}{\gamma_0}$$

—для дилатантной.

Тогда из системы (0.3)-(0.7) получим безразмерную модель:

$$\begin{cases} \frac{\partial V}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial r} \left( \nu(a) \frac{\partial V}{\partial r} \right) \\ \frac{\partial a}{\partial \tau} = \beta \frac{\partial^2 a}{\partial r^2} + \kappa \left[ 1 - a - a \chi \exp \left( p \nu(a) \frac{\partial V}{\partial r} + q \left( \frac{\partial V}{\partial r} \right)^2 \right) \right] \end{cases} \quad (0.12)$$

с начальными

$$\tau = 0 : V|_{0 \leq r < 1} = 0, a|_{0 \leq r \leq 1} = a_0$$

и граничными условиями

$$\frac{\partial a}{\partial r} \Big|_{r=0} = \frac{\partial a}{\partial r} \Big|_{r=1} = 0, V|_{r=0} = 0, V|_{r=1} = 1, \frac{\partial V}{\partial r} \Big|_{r=1} = 1. \quad (0.13)$$

Будем рассматривать стационарные решения модели. Тогда, выразив из первого уравнения градиент скорости

$$\frac{dV}{dr} = c(1 + \lambda a), \quad c = const,$$

и подставив во второе, систему (0.12) приведем к следующему уравнению второго порядка:

$$\beta \frac{d^2 a}{dr^2} = -\kappa [1 - a - a\chi \exp(pc + qc^2(1 + \lambda a)^2)]. \quad (0.14)$$

Стационарное уравнение (0.14) запишем в виде нормальной системы:

$$\begin{cases} \frac{dA}{dr} = -\frac{\kappa}{\beta} [1 - a - a\chi \exp(pc + qc^2(1 + \lambda a)^2)] \\ \frac{da}{dr} = A \end{cases} \quad (0.15)$$

Исследуем однородные решения системы (0.15) для псевдопластической жидкости. Произведем замену:

$$y = pc, \quad \delta = \frac{q}{p^2}.$$

Считаем  $y$  и  $\delta$  варьируемыми в определенных пределах параметрами, остальные параметры фиксируем. Однородные решения системы (0.15) удовлетворяют уравнению

$$\Phi(a, y, \delta) = -\frac{\kappa}{\beta} [1 - a - a\chi \exp(y + \delta y^2(1 + \lambda a)^2)] = 0. \quad (0.16)$$

Нелинейное уравнение (0.16) может иметь несколько решений, что приводит к множественности однородных состояний: при значениях параметров  $y$  и  $\delta$  из области сверханомалии существует [1] три решения степени структурирования  $a$ .

При варьировании одного из параметров существуют его особые значения — бифуркационные значения, при которых меняется число и устойчивость однородных состояний. Варьирование второго параметра приводит к тому, что на плоскости  $(y, \delta)$  бифуркационные значения описывают некоторые кривые, которые являются бифуркационными кривыми. На плоскости существует две основных бифуркационных кривых: кривая кратности однородных состояний  $L_\Delta$  и кривая нейтральности  $L_\sigma$ .

Сформируем матрицу Якоби:

$$\begin{aligned} J &= \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} 0 & \frac{\kappa (1 + \exp [y + \delta y^2 (1 + \lambda a)^2] (\chi + 2a\chi\lambda\delta y^2 (1 + \lambda a)))}{\beta} \\ 1 & 0 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (0.17)$$

Для построения линии кратности  $L_\Delta$  уравнение (0.16) необходимо дополнить условием  $\Delta(J) = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} = 0$ . Тогда границы области множественности стационарных однородных состояний определяются решением системы:

$$\begin{cases} \Phi(a, y, \delta) = 0 \\ \Delta(J) = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} = 0. \end{cases} \quad (0.18)$$

Решив данную систему, получим выражение для кривой  $L_\Delta$  в параметрическом виде:

$$\begin{aligned} \delta_\Delta &= \frac{2\lambda a (a - 1)}{(1 + \lambda a) \left( 2\lambda a^2 \ln \left( \frac{1-a}{a\chi} \right) - \lambda a - 2\lambda a \ln \left( \frac{1-a}{a\chi} \right) - 1 \right)^2}, \\ y_\Delta &= \frac{\left( 2a^2 \ln \left( \frac{1-a}{a\chi} \right) - \lambda a - 2\lambda a \ln \left( \frac{1-a}{a\chi} \right) - 1 \right)}{2\lambda a (a - 1)} \end{aligned} \quad (0.19)$$

Кривая кратности делит параметрическую плоскость  $(y, \delta)$  на области, в каждой из которых число стационарных однородных решений остается постоянным. Изменение значений параметров  $y$  и  $\delta$  с переходом через линию кратности приводит к изменению числа однородных решений на два. Точка на линии кратности соответствует точке поворота на диаграмме решений.

В явном виде получить решение  $a = a(y)$  уравнения (0.16) не удастся. Однако можно получить функцию  $y(a)$  обратную искомой параметрической зависимости. Тогда график функции  $a(y)$  получается простой перестановкой координат  $y$  и  $a$ . На рис. 2 приведены несколько различных диаграмм решений с указанием точек поворота.

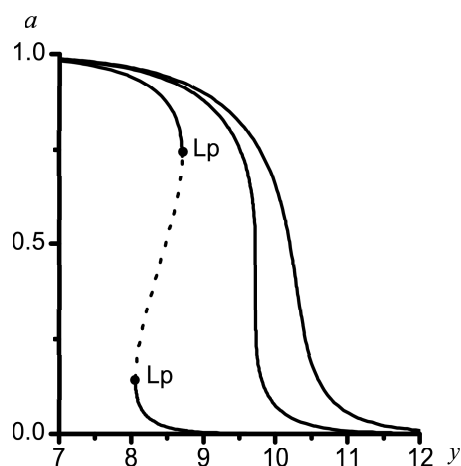


Рис. 2. Диаграмма стационарных однородных решений  $a(y)$ . Сплошные линии — устойчивые решения, штриховые — неустойчивые решения,  $L_p$  — точки поворота:

$$\lambda = -0.7, \kappa = 0.1, \chi = 1e - 5, \beta = 0.001$$

Исследуем устойчивость стационарных однородных решений уравнения (0.14). Для этого рассмотрим характеристический многочлен системы (0.15):

$$\varphi^2 - (a_{11} + a_{22})\varphi + (a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}) \quad (0.20)$$

Учитывая, что  $\sigma = a_{11} + a_{22} \equiv 0$ , получим характеристическое уравнение:

$$\varphi^2 + \Delta = 0, \quad (0.21)$$

корни которого определяют устойчивость решений. Область с тремя стационарными однородными решениями, одно из которых неустойчиво, характеризуется условием  $\Delta < 0$ . При  $\Delta > 0$  уравнение (0.21) имеет два чисто мнимых сопряженных корня. В работе [2] показано, что существующее решение в данном случае устойчиво. Случай  $\Delta = 0$  определяет границу области устойчивых решений системы. Таким образом, система (0.18) задает не только множество точек поворота — кривая кратности  $L_\Delta$ , но и кривую точек комплексной бифуркации или бифуркации Хопфа — кривую нейтральности  $L_\sigma$ . Изменение параметров  $y$  и  $\delta$  с переходом через кривую нейтральности приводит к изменению устойчивости одного из имеющихся стационарных однородных решений задачи.

Анализ расположения линий  $L_\Delta$ ,  $L_\sigma$  на плоскости  $(y, \delta)$  позволяет определить параметрический портрет системы — рис. 3. В области,

отмеченной цифрами 1, существует одно устойчивое стационарное однородное решение. В области, отмеченной цифрой 3 и соответствующей области сверханомалии, существует три решения уравнения (0.14):  $a_1 < a_2 < a_3$ . При этом среднее решение  $a_2$  является неустойчивым, а крайние  $a_1$  и  $a_3$  устойчивы [1]. Несколько расчетных значений параметра  $y$ , задающих область сверханомалии при  $\delta = 0.2$ , приведены в таблице 1.

При  $\delta \rightarrow 0$  ветви кривой сближаются и исчезают — реологическая кривая течения в этом случае монотонна.

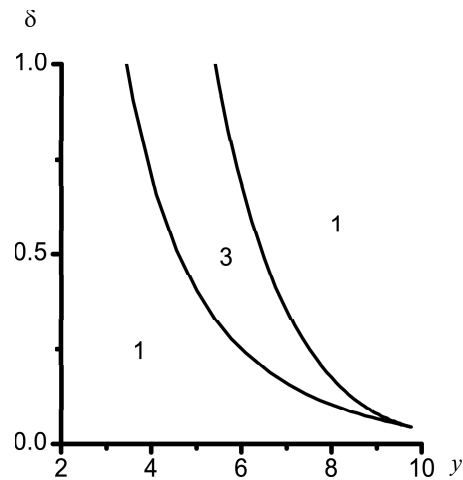


Рис. 3. Бифуркационная диаграмма псевдопластической жидкости.

$$\lambda = -0.7, \kappa = 0.1, \chi = 1e - 5, \beta = 0.001$$

Схема исследования однородных решений системы (0.15) дилатантной жидкости аналогична исследованию псевдопластической жидкости, приведенному выше. Используя замены (0.9) и (0.11), получим следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dA}{dr} = -\frac{\kappa}{\beta} \left[ 1 - a - a\chi \exp\left(\frac{x}{(1+\lambda a)} + \delta x^2\right) \right] \\ \frac{da}{dr} = A, \end{cases} \quad (0.22)$$

Якобиан которой имеет вид:

$$J = \begin{pmatrix} 0 & \frac{\kappa}{\beta} \left( 1 + \chi \exp\left(\frac{x}{1+\lambda a} + \delta x^2\right) \left( 1 - \frac{ax\lambda}{(1+\lambda a)^2} \right) \right) \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (0.23)$$



Решая соответствующие системы уравнений получаем соотношения, параметрически задающие совпадающие кривые кратности и нейтральности. Кривая кратности  $(x_\Delta, \delta_\Delta)$  определяется соотношениями:

$$\begin{aligned} x_\Delta &= -\frac{1 + 2\lambda a + \lambda^2 a^2}{(a - 1)\lambda a}, \\ \delta_\Delta &= \frac{\left(\ln\left(\frac{1-a}{a\chi}\right)(a - 1)^2\lambda a + (\lambda a + 1)(a - 1)\right)\lambda a}{(1 + \lambda a)^4} \end{aligned} \quad (0.24)$$

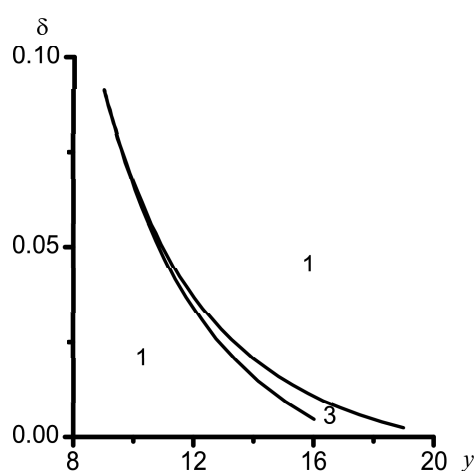


Рис. 4. Бифуркационная диаграмма дилатантной жидкости. Цифрами 1, 3 отмечено количество стационарных однородных решений.  
 $(\lambda = 0.8, \kappa = 0.1, \chi = 1e - 6, \beta = 0.001)$

В отличие от псевдопластической жидкости область множественности однородных состояний, изображенная на рис.4, замкнута в случае дилатантной жидкости: сохраняется при условии  $\delta = 0$ .

В работе [1] показано, что в области монотонности реологической кривой однородное решение устойчиво, а в области сверханомалии одно из решений (среднее) неустойчиво.

**4. Бифуркационный анализ.** Запишем уравнение (0.14) в следующем виде:

$$\beta \frac{\partial^2 a}{\partial r^2} = \Phi(a, y), \quad (0.25)$$

Выберем в качестве бифуркационного параметра

$$d = \left. \frac{\partial \Phi}{\partial a} \right|_{a=a_0},$$

где  $a_0$  — неустойчивое однородное стационарное решение; остальные параметры считаем фиксированными. Существуют критические значения  $d_0$ , при которых возможны бифуркации неоднородных структур из однородного распределения  $a_0$ . Находится  $d_0$  из условия обращения в ноль собственного значения оператора задачи (0.25), линеаризованного на постоянном решении  $a_0$ :

$$L(a_0, d)z = \beta \frac{\partial^2 z}{\partial r^2} + zd \quad (0.26)$$

Соответствующие значения  $d_0$ :

$$d_0 = \pi^2 n^2 \beta, n = 1, 2, \dots$$

При значениях  $d$  близких к  $d_0$  происходит рождение неоднородного стационарного решения.

Бифуркационный анализ состоит в представлении решения вблизи критического значения параметра в виде асимптотического ряда по степеням некоторого параметра  $\varepsilon$ , характеризующего отклонение бифуркационного параметра от его критического значения, и нахождения коэффициентов этого разложения. Известный метод Ляпунова-Шмидта [3] определяет рекуррентную процедуру для получения коэффициентов разложения. На каждом шаге этой процедуры необходимо решать линейные уравнения с введенным выше оператором  $L$ . Правые части уравнений определяются разложением нелинейных членов уравнения (0.25) и зависят от решений, полученных на предыдущих шагах алгоритма. В соответствии со сказанным представим искомое стационарное решение уравнения (0.25) в виде:

$$\begin{aligned} a &= a_0 + a_1(r)\varepsilon + a_2(r)\varepsilon^2 + a_3(r)\varepsilon^3 + O(\varepsilon^4) \\ d &= d_0 + d_1\varepsilon + d_2\varepsilon^2 + d_3\varepsilon^3 + O(\varepsilon^4) \end{aligned} \quad (0.27)$$

Подставляем выражение (0.27) в стационарное уравнение, раскладывая нелинейные члены в ряд Тейлора в окрестности точки  $a_0$ . В полученном разложении слагаемые при  $\varepsilon, \varepsilon^2, \varepsilon^3$  приравняем к нулю — получаем уравнения для определения коэффициентов  $a_i, d_i$ . Таким образом, слагаемые первого порядка дают уравнение относительно  $a_1$ :

$$L(a_0, d_0)a_1 = 0.$$

Отсюда следует, что  $a_1$  является собственной функцией оператора  $L$ , соответствующей нулевому собственному значению. Эта функция имеет вид:

$$a_1 = A \cos(\pi r), \text{ где } A = \text{const.}$$

Для остальных членов ряда получаем рекуррентные соотношения:

$$L(a_0, d_0)a_i = \Phi_i(a_{i-1}, d_{i-1}), i = 2, 3, \quad (0.28)$$

где функции  $\Phi_i$  определяются из разложения нелинейных членов уравнения (0.25) в ряд Тейлора в окрестности  $a_0$ . Так как оператор  $L(a_0, d_0)$  имеет нулевое собственное значение, необходимым условием разрешимости этих уравнений относительно  $a_i$  является ортогональность правых частей уравнения (0.28) к собственным функциям, соответствующим нулевому собственному значению оператора  $L$ . Из этого условия находится  $d_{i-1}$ :

$$\int_0^1 \cos(\pi r) \Phi_i(a_{i-1}, d_{i-1}) dr = 0 \quad (0.29)$$

Уравнения (0.28) и (0.29) позволяют рекуррентно вычислить  $a_i, d_i$ . В целях удобства описанная выше процедура была проведена с использованием математического пакета Maple. С использованием обозначения

$F_i = \left. \frac{d^i \Phi}{da^i} \right|_{a=a_0}$  получены следующие результаты:

$$d_1 = 0$$

$$d_2 = \frac{A^2(5F_2^2 - 3F_3\pi^2\beta)}{24\pi^2\beta}$$

$$a_1 = A \cos(\pi r)$$

$$a_2 = B \cos(\pi r) + \frac{A^2 F_2 (\cos(2\pi r) - 3)}{12\pi^2 \beta}$$

$$a_3 = C \cos(\pi r) + \frac{A^3 (F_2^2 + F_3\pi^2\beta) \cos(3\pi r)}{192\pi^4 \beta^2} + \frac{32\pi^2 \beta F_2 A B (\cos(2\pi r) - 3)}{192\pi^4 \beta^2}$$

В разложении (0.27) для разности  $(d - d_0)$  первый отличный от нуля член содержит  $\varepsilon^2$  и, следовательно,  $\varepsilon = \sqrt{(d - d_0)/d_2} + O(\varepsilon)$ . Поэтому бифуркация односторонняя: если  $d_2 > 0$ , то неоднородное решение вблизи точки бифуркации существует для значений  $d > d_0$  — надкритическая бифуркация; при  $d_2 < 0$  неоднородное решение существует

для значений  $d < d_0$  — бифуркация докритическая. В общем виде выражение для  $d_2$  громоздко и трудно поддается анализу.

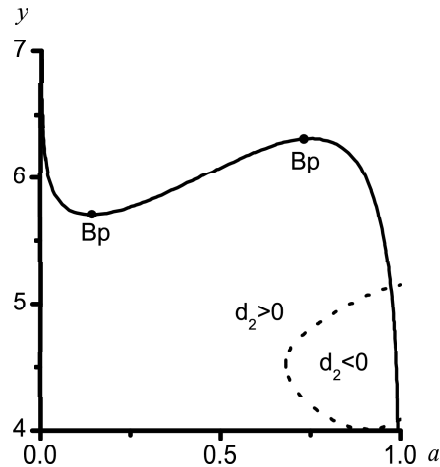


Рис. 5. Диаграмма стационарных однородных решений псевдопластической жидкости;  $B_p$  — точки бифуркации; штриховая линия:  $d_2 = 0$ ;

$$\lambda = -0.7, \kappa = 0.1, \chi = 1e - 4, \beta = 0.001$$

Проведенный численный анализ показал, что для всех рассмотренных значений параметров бифуркации надкритические (рис. 5).

В работе [1] численно показано: в области сверханомалии в результате потери устойчивости однородного стационарного решения формируется устойчивое неоднородное решение — диссипативная структура, являющаяся монотонно возрастающей или монотонно убывающей функцией. Одной из задач данной работы являлось: проведение аналитических исследований на предмет определения вида формирующегося устойчивого неоднородного состояния. Сравнение численного решения задачи (0.12) с аналитическим решением на основе бифуркационного анализа, представленным в данной работе, подтверждает результаты численного анализа: качественно оба решения совпадают. На рисунке 6 представлен случай монотонно убывающей диссипативной структуры.

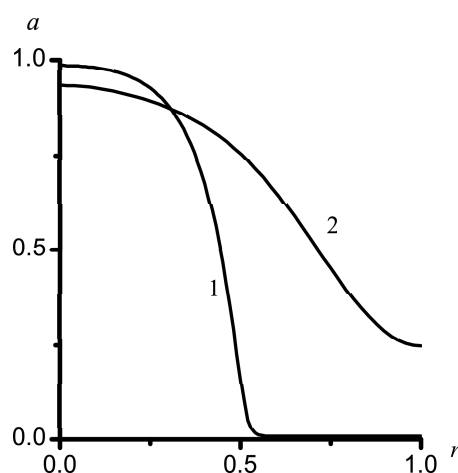


Рис. 6. График стационарных неоднородных решений задачи (0.12)-(0.13).  
1 – численное решение, 2 – аналитическое решение (0.27) стационарной задачи

$$(\lambda = -0.7, \beta = 0.001, \kappa = 0.1, \chi = 1e - 5, \gamma = 7, \delta = 0.2, p = 5.35, q = 5.73, \\ a_0 = 0.43, A = 1, B = 1, C = 500, \varepsilon = 0.078)$$

Выполненный параметрический и бифуркационный анализ области немонотонности реологической кривой куэттовского течения структурированной жидкости, позволяет дать более широкую характеристику области сверханомалии: определить значения параметров ей соответствующих, охарактеризовать тип бифуркации в окрестности неустойчивого однородного состояния, дает аналитический метод исследования формирующегося устойчивого неоднородного состояния.

## Литература

1. **Беляева Н.А.** Неоднородное течение структурированной жидкости // *Математическое моделирование*. 2006. Т. 18. № 6. — С. 3–14.
2. **Худяев С.И.** Пространственная неоднородность и автоколебания при течении структурированной жидкости // *Математическое моделирование*. 2002. Т. 14. № 7. — С. 53–73.
3. **Иванова А.Н., Тарнопольский Б.Л.** О бифуркации неоднородных стационарных состояний в задаче о фазовом разделении бинарной полимерной смеси // *Журнал вычислительной математики и математической физики* Т.49. № 4, 1999. С. 653–659.

4. Холоднюк М., Клич А., Кубичек М., Марек М. Методы анализа нелинейных динамических моделей. М.: Мир, 1991. 368с.

### Summary

**Belyaeva N. A., Kuznetsov K. P.** The dissipative structure and domain of anomaly structural liquid Couette flow in a flat clearance

The bifurcation study of structural liquid Couette flow in a flat clearance in the superanomaly area was conducted. Bifurcation diagrams and the values of parameters corresponding to the superanomaly area were obtained. Bifurcation method allowed to obtain an analytical approximation of the stationary inhomogeneous solution in the neighborhood of the bifurcation point. A numerical simulation of the flow was conducted.

*Keywords:* bifurcation analysis, couette flow, structural liquid, superanomaly area, parametrical analysis