Вестник Сыктывкарского университета.
Сер.1.Вып.4.2001

УДК 517.982

О ТОПОЛОГИИ, ПОРОЖДАЕМОЙ СЕМЕЙСТВОМ КВАЗИНОРМ

А.А.Порошкин, А.Г.Порошкин

В векторном пространстве или абелевой группе вводится семейство квазинорм. Отмечаются некоторые свойства порождаемой им топологии.

1. В литературе по векторным пространствам встречались различные обобщения нормы или полунормы, в которых обычно одно из условий, определяющих полунорму, заменялось более слабым. В [1] была введена весьма общая функция — квазинорма, охватывающая известные обобщения нормы, — и изучена порожденная ею топология. В частности, было показано, что если квазинорма удовлетворяет некоторому дополнительному условию, то она порождает отделимую, локально ограниченную векторную топологию. Некоторые дополнительные вопросы, связанные с топологиями, порожденными такими квазинормами, были изучены также в [2].

По существу аналогичная квазинорма с некоторыми дополнительными требованиями ($SF-$ норма) введена в [3]. Некоторые вопросы, относящиеся к $SF-$пространствам, изучены в работах [3-6].

В настоящей работе продолжается изучение топологии, которая порождается семейством квазинорм, заданных на векторном пространстве (или абелевой группе). Такой переход от пространства с одной квазинормой к пространству с семейством квазинорм как бы обобщает переход от нормированного пространства к локально выпуклому топологическому векторному пространству.

Тезисы первой части статьи были опубликованы в [7] (к сожалению, с большим числом типографских ошибок). Во второй части кратко излагается материал депонированной работы [8].

2. Пусть X - векторное пространство над полем Λ $(\Lambda = \mathbb{R}$ или $\Lambda = \mathbb{C})$. *Квазинорма* в X — это функция $\pi : X \to \mathbb{R}^+$ со свойствами:

а) $\lim \pi(x+y) = 0$ при $\pi(x)+\pi(y) \to 0$;

б) $\lim \pi(\lambda x) = 0$ для каждого $x \in X$ при $\lambda \to 0$;

в) $\lim \pi(\lambda x) = 0$ для каждого $\lambda \in \Lambda$ при $\pi(x) \to 0$;

г) $\lim \pi(\lambda x) = 0$ при $|\lambda| + \pi(x) \to 0$.

Условия а)-г) естественным образом формулируются "по Коши" или "по Гейне". Условие б) (при $\lambda = 0$) сразу дает $\pi(0) = 0$, а из в) следует, что

1^o. $\pi(-x) \to 0 \iff \pi(x) \to 0$.

В свою очередь, из условия а) и 1^o следует:

2^o. $\lim \pi(x-y) = 0$ при $\pi(x)+\pi(y) \to 0$;

Квазинорма называется *симметричной*, если $\pi(-x) = \pi(x)$ $\forall x \in X$, и *разделяющей нуль*, если $\pi(x) > 0$ $\forall x \in X \backslash \{0\}$. (В работе все нули — скалярный, векторный, групповой — обозначаем одним и тем же символом 0.)

Обычным образом определяем шар радиуса $r > 0$ с центром в точке $x \in X$: $B_r(x;\pi) := \{y \in X : \pi(y-x) < r\}$ (для несимметричной квазинормы π порядок записи y и x существен).

3. Пусть теперь $\Pi = (\pi_\xi)_{\xi \in \Xi}$ — семейство квазинорм в пространстве X. Его называем *разделяющим нуль*, если $\forall x \neq 0$ $\exists \pi_\xi \in \Pi : \pi_\xi(x) > 0$ (или равносильно: $\bigcap\limits_{\pi_\xi \in \Pi} \pi_\xi^{-1}(0) = \{0\}$).

Квазишар радиуса r с центром в точке x, порожденный конечным набором квазинорм $\pi_{\xi_1}, \pi_{\xi_2}, \ldots, \pi_{\xi_n} \in \Pi$, определяем как множество $V_r(x;\pi_{\xi_1}, \pi_{\xi_2}, \ldots, \pi_{\xi_n}) := \{y \in X : \pi_{\xi_i}(y-x) < r, i = \overline{1,n}\} = \bigcap\limits_{i=1}^{n} B_r(x;\pi_{\xi_i})$ (его обозначаем также кратко: $V_r(x), V(x), V_r, V$).

Систему всех квазишаров с центром в точке x обозначим $\mathcal{B}_x$ и пусть $\mathcal{B} = \bigcup\limits_{x \in X} \mathcal{B}_x$. Тогда выполняются следующие условия:

1) $x \in V$ $\forall V \in \mathcal{B}_x$;

2) $\forall V', V'' \in \mathcal{B}_x$ $\exists V \in \mathcal{B}_x : V \subset V' \bigcap V''$;

3) $\forall V_r \in \mathcal{B}_x$ $\exists V_s \in \mathcal{B}_x : y \in V_s(x) \Longrightarrow V_s(y) \subset V_r(x)$.

Первое очевидно. Проверим второе. Положим $s = \min\{r_1, r_2\}$. Тогда

$$V_s(x;\pi_{\xi_1};\ldots;\pi_{\xi_n};\pi_{\eta_1};\ldots;\pi_{\eta_m}) = V_s(x;\pi_{\xi_1};\ldots;\pi_{\xi_n}) \bigcap V_s(x;\pi_{\eta_1};\ldots;\pi_{\eta_m})$$

будет искомым квазишаром.

Проверим, наконец, условие 3). Выберем произвольно $V_\varepsilon(x;\pi_{\xi_1};\ldots;\pi_{\xi_n}) = \bigcap\limits_{i=1}^{n} B_\varepsilon(x;\pi_{\xi_i}) \in \mathcal{B}_x$. В силу аксиомы б) для каждого i найдется

δ_i такое, что из $\pi_{\xi_i}(u), \pi_{\xi_i}(v) < \delta$ следует $\pi_{\xi_i}(u+v) < \varepsilon$. В частности, если $y \in X$ удовлетворяет условию $\pi_{\xi_i}(y-x) < \delta_i$ и $z \in X$ удовлетворяет условию $\pi_{\xi_i}(z-y) < \delta_i$, то $\pi_{\xi_i}(z-x) < \varepsilon$. Пусть $\delta = \min\limits_{i=1}^{n} \delta_i$. Тогда из условий $\pi_{\xi_i}(y-x) < \delta$ и $\pi_{\xi_i}(z-y) < \delta$ тем более следует, что $\pi_{\xi_i}(z-x) < \varepsilon$. Это же условие можно записать так: $y \in B_\delta(x; \pi_{\xi_i}), z \in B_\delta(y; \pi_{\xi_i}) \Rightarrow z \in B_\varepsilon(x; \pi_{\xi_i})$ или $\forall y \in B_\delta(x; \pi_{\xi_i})$ будет

$$B_\delta(y; \pi_{\xi_i}) \subset B_\varepsilon(x; \pi_{\xi_i}), \ i = \overline{1,n}. \qquad (*)$$

Поскольку $V_\delta(x; \pi_{\xi_1}; \ldots; \pi_{\xi_n}) \subset B_\delta(x; \pi_{\xi_i})$ и $V_\delta(y; \pi_{\xi_1}; \ldots; \pi_{\xi_n}) \subset B_\delta(y; \pi_{\xi_i})$ $\forall i$, то из $(*)$ получаем: $\forall y \in V_\delta(x; \pi_{\xi_1}; \ldots; \pi_{\xi_n})$, справедливо включение $V_\delta(y; \pi_{\xi_1}; \ldots; \pi_{\xi_n}) \subset B_\varepsilon(x; \pi_{\xi_i}), \forall i$. Откуда следует, что

$$y \in V_\delta(x; \pi_{\xi_1}; \ldots; \pi_{\xi_n}) \Rightarrow V_\delta(y; \pi_{\xi_1}; \ldots; \pi_{\xi_n}) \subset \bigcap_{i=1}^{n} B_\varepsilon(x; \pi_{\xi_i}) = V_\varepsilon(x; \pi_{\xi_1}; \ldots; \pi_{\xi_n})$$

и условие 3) выполняется.

Значит в X имеется топология τ_Π, для которой $\mathcal{B}$ будет базой, а $\mathcal{B}_x$ — базой в точке x (см. [9], с.19, теорема 1). τ_Π назовем топологией, порожденной семейством квазинорм Π.

Установим теперь непрерывность векторных операций в X в топологии τ_Π.

Теорема 1. *Векторные операции в пространстве X непрерывны в топологии τ_Π, так что (X, τ_Π) есть топологическое векторное пространство. Локальной базой топологии τ_Π будет семейство квазишаров $\{V_r(0; \pi_{\xi_1}, \pi_{\xi_2}, \ldots, \pi_{\xi_n}) : r > 0, \pi_{\xi_i} \in \Pi, i = \overline{1,n}, n \in \mathbb{N}\}$.*

Доказательство. Покажем, что операция сложения непрерывна в топологии τ_Π. Выберем произвольно $V_\varepsilon(x+y; \pi_{\xi_1}; \ldots; \pi_{\xi_n})$. Для $B_\varepsilon(x+y; \pi_{\xi_i})$ $\exists \delta_i : \pi_{\xi_i}(u-x) < \delta_i, \pi_{\xi_i}(v-y) < \delta_i \Rightarrow \pi_{\xi_i}(u+v-x-y) < \varepsilon$, $i = \overline{1,n}$. Положим $\delta = \min\limits_{i=1}^{n} \delta_i$. Тогда $\pi_{\xi_i}(u-x) < \delta, \pi_{\xi_i}(v-y) < \delta \Rightarrow \pi_{\xi_i}(u+v-x-y) < \varepsilon$. Иными словами $u \in B_\delta(x; \pi_{\xi_i}), v \in B_\delta(y; \pi_{\xi_i}) \Rightarrow u+v \in B_\varepsilon(x+y; \pi_{\xi_i})$ $\forall i = \overline{1,n}$. Но тогда для $u \in \bigcap\limits_{i=1}^{n} B_\delta(x; \pi_{\xi_i}) = V_\delta(x; \pi_{\xi_1}; \ldots; \pi_{\xi_n}), v \in \bigcap\limits_{i=1}^{n} B_\delta(y; \pi_{\xi_i}) = V_\delta(y; \pi_{\xi_1}; \ldots; \pi_{\xi_n})$, будет $u+v \in V_\varepsilon(x+y; \pi_{\xi_1}; \ldots; \pi_{\xi_n})$. Условие 1) выполняется, т.е. операция сложения в топологии τ_Π непрерывна.

Покажем, что и операция умножения на скаляр непрерывна в X.

Пусть $\lambda_0 \in \Lambda$, $x_0 \in X$ и $V_\varepsilon(\lambda_0 x_0; \pi_{\xi_1}, \pi_{\xi_2}, \dots, \pi_{\xi_n}) \in \mathcal{B}_{\lambda_0 x_0}$. Для произвольных $\lambda \in \Lambda$ и $x \in X$ справедливо равенство:

$$\lambda x - \lambda_0 x_0 = (\lambda - \lambda_0)(x - x_0) + (\lambda - \lambda_0)x_0 + \lambda_0(x - x_0). \tag{1}$$

По выбранному ε (в силу аксиомы a) квазинормы) найдем $\delta_i > 0$, удовлетворяющее условию: $\pi_{\xi_i}(u)$, $\pi_{\xi_i}(v) < \delta_i \Longrightarrow \pi_{\xi_i}(u+v) < \varepsilon$, $i = \overline{1,n}$, так что, взяв $\delta = \min \delta_i$, будем иметь для каждого i:

$$\pi_{\xi_i}(u),\ \pi_{\xi_i}(v) < \delta \Longrightarrow \pi_{\xi_i}(u + v) < \varepsilon. \tag{2}$$

Теперь по числу δ выберем числа β_i, $i = \overline{1,n}$ так, чтобы из неравенств $|\lambda - \lambda_0| < \beta_i$, $\pi_{\xi_i}(x - x_0) < \beta_i$ следовали (по аксиомам a)-г) квазинормы) неравенства:

$$\pi_{\xi_i}((\lambda - \lambda_0)(x - x_0)) < \delta,\ \pi_{\xi_i}((\lambda - \lambda_0)x_0 + \lambda_0(x - x_0)) < \delta,\ i = \overline{1,n}. \tag{3}$$

Если взять $\beta = \min \beta_i$, то при $|\lambda - \lambda_0| < \beta$, $\pi_{\xi_i}(x - x_0) < \beta$ будут выполнятся все неравенства (3), а тогда, по (1) и (2) будет $\pi_{\xi_i}(\lambda x - \lambda_0 x_0) < \varepsilon$, $i = \overline{1,n}$. Таким образом по числу ε мы нашли такое β, что для любых $\lambda \in B_\beta(\lambda_0)$ и $x \in V_\beta(x_0; \pi_{\xi_1}, \pi_{\xi_2}, \dots, \pi_{\xi_n})$ будет $\lambda x \in V_\varepsilon(\lambda_0 x_0; \pi_{\xi_1}, \pi_{\xi_2}, \dots, \pi_{\xi_n})$. В силу произвольности $\lambda_0 \in \Lambda$, $x_0 \in X$ получаем, что и операция умножения на скаляр непрерывна в X.

Теорема 2. *Топология τ_Π хаусдорфова тогда и только тогда, когда семейство Π разделяет нуль.*

Доказательство. По следствию 2 на с.92 в [9] хаусдорфовость векторной топологии равносильна условию $\bigcap\limits_{V \in \mathcal{B}_0} = \{0\}$, где $\mathcal{B}_0$ есть база окрестностей нуля. Поскольку в нашем случае каждая окрестность $V \in \mathcal{B}_0$ является пересечением некоторого семейства шаров $B_r(0, \pi_\xi)$, то условие $\bigcap\limits_{V \in \mathcal{B}_0} V = \{0\}$ равносильно условию $\bigcap\limits_{r>0, \pi_\xi \in \Pi} B_r(0, \pi_\xi) = \{0\}$, а оно, в свою очередь, равносильно условию $\bigcap\limits_{\xi \in \Xi} \pi_\xi^{-1}(0) = \{0\}$, которое означает, что семейство Π разделяет нуль в X.

Замечание. Если заменить каждую π_ξ функцией π'_ξ, где $\pi'_\xi(x) = \pi_\xi(x) + \pi_\xi(-x)$, то π'_ξ будет симметричной квазинормой в X. При этом $\forall \varepsilon > 0\ \exists \delta > 0 : B_\delta(x; \pi_\xi) \subset B_\varepsilon(x; \pi'_\xi) \subset B_\varepsilon(x; \pi_\xi)$. Следовательно, семейства окрестностей $V_r(x; \pi_{\xi_1}, \pi_{\xi_2}, \dots, \pi_{\xi_n})$ и $V_r(x; \pi'_{\xi_1}, \pi'_{\xi_2}, \dots, \pi'_{\xi_n})$ удовлетворяют аналогичному условию: $\forall \varepsilon > 0\ \exists \delta > 0 : V_\delta(x; \pi_{\xi_1}, \pi_{\xi_2}, \dots, \pi_{\xi_n}) \subset V_\varepsilon(x; \pi'_{\xi_1}, \pi'_{\xi_2}, \dots, \pi'_{\xi_n}) \subset V_\varepsilon(x; \pi_{\xi_1}, \pi_{\xi_2}, \dots, \pi_{\xi_n})$. Отсюда следует, что τ_Π совпадает с топологией $\tau_{\Pi'}$, порожденной семейством $\Pi' = \{\pi'_\xi\}$.

4. Аналогично, с небольшими естественными изменениями, можно ввести квазинорму в абелевой группе, обобщающую квазинормы, использовавшиеся ранее в работах разных авторов.

Квазинормой в абелевой группе X назовем функцию $\pi : X \to \mathbb{R}^+$ со свойствами:

а) $\lim \pi(x+y) = 0$ при $\pi(x) + \pi(y) \to 0$;

б') $\pi(0) = 0$;

в') $\lim \pi(-x) = 0$ при $\pi(x) \to 0$ (или равносильно: $\pi(x) \to 0 \iff \pi(-x) \to 0$).

Простейший пример квазинормы в группе — функция $\pi(x) = 1$ при $x \neq 0$ и $\pi(0) = 0$. (Эта квазинорма порождает в X дискретную топологию.)

Если в группе X введено семейство квазинорм $\Pi = \{\pi_\xi\}_{\xi\in\Xi}$ со свойствами а), б'), в'), то, как выше, введем систему шаров $B_r(x;\pi) = \{y \in X : \pi(y-x) < r\}$, а с их помощью систему квазишаров $V_r(x;\pi_{\xi_1},\pi_{\xi_2},\dots,\pi_{\xi_n}) = \bigcap\limits_{i=1}^{n} B_r(x;\pi_{\xi_i})$ по любым конечным наборам $\pi_{\xi_1},\pi_{\xi_2},\dots,\pi_{\xi_n} \in \Pi$. Эта система квазишаров также удовлетворяет условиям 1), 2), 3) из п.3, а поэтому порождает в X топологию τ_Π, для которой система $\mathcal{B}_x$ квазишаров с центром в точке x будет базой в X, а система $\mathcal{B} = \bigcup\limits_{x\in X} \mathcal{B}_x$ — базой.

Теорема 3. (X,τ_Π) есть топологическая группа.

Доказательство. Непрерывность операции сложения доказывается повторением рассуждений из первой части доказательства теоремы 1 (здесь использована лишь аксиома а) квазинормы). Проверим непрерывность операции $A : x \mapsto -x$.

Пусть $x \in X$ и $V_\varepsilon(-x;\pi_{\xi_1},\pi_{\xi_2},\dots,\pi_{\xi_n})$ — окрестность точки $-x$. В силу условия в') для выбранного ε найдется положительное δ_i такое, что неравенство $\pi_{\xi_i}(u-x) < \delta_i$ влечет неравенство $\pi_{\xi_i}(-u-(-x)) < \varepsilon$, $i = \overline{1,n}$. Выбирая, как и раньше, $\delta = \min\limits_{i=1}^{n} \delta_i$ получим, что если $u \in B_\delta(x;\pi_{\xi_i})$, то $-u \in B_\varepsilon(-x;\pi_{\xi_i})$. А значит, для $u \in V_\delta(x;\pi_{\xi_1};\dots;\pi_{\xi_n})$ будет выполнено соотношение $-u \in V_\varepsilon(-x;\pi_{\xi_1};\dots;\pi_{\xi_n})$.

Таким образом, операция перехода к противоположному элементу также непрерывна и (X,τ_Π) есть топологическая группа. При этом семейство квазишаров

$$\mathcal{B}_0 = \{V_r(0;\pi_{\xi_1};\dots;\pi_{\xi_n}), r > 0, \pi_{\xi_1};\dots;\pi_{\xi_n} \in \Pi, n \in \mathbb{N}\}$$

будет локальной базой топологии τ_Π.

Как и выше, топология τ_Π будет хаусдорфовой тогда и только тогда, когда семейство Π разделяет нуль, т.е. когда $\forall x \neq 0\ \exists \pi_\xi \in \Pi : \pi_\xi(x) > 0$. Далее, если для каждой π_ξ ввести симметричную квазинорму π'_ξ как в конце п.3, то семейство $\Pi' = (\pi'_\xi)$ будет порождать ту же топологию, что и Π.

5. Воспользуемся теперь теоремой Какутани-Биркгофа ([10], с.95, теорема 8.2). Согласно ей для каждой симметричной квазинормы $\pi_\xi \in \Pi$ и для каждой последовательности чисел $r_k > 0$, удовлетворяющей условию $\pi_\xi(x), \pi_\xi(y) < r_{k+1} \Rightarrow \pi_\xi(x+y) < r_k$ найдется (как в случае группы, так и в случае векторного пространства) инвариантная псевдометрика ρ_ξ такая, что выполняются следующие условия:

i) $\pi_\xi(x-y) = 0$ тогда и только тогда, когда $\rho_\xi(x,y) = 0$;

ii) если $\rho_\xi(x,y) < \frac{1}{2^{k-2}}$, то $\pi_\xi(x-y) < r_k$;

iii) если $\rho_\xi(x,y) \geqslant \frac{1}{2^k}$, то $\pi_\xi(x-y) \geqslant r_k$.

Сопоставив каждой квазинорме π_ξ соответствующую псевдометрику ρ_ξ, получим семейство $P = (\rho_\xi)$. В силу условий ii) и iii) можем сказать, что шары, порожденные квазинормой π_ξ и псевдометрикой ρ_ξ, взаимно погружаются друг в друга, т.е.

α) $\forall B_\varepsilon(0;\pi_\xi)\ \exists B_\delta(0;\rho_\xi) \subset B_\varepsilon(0;\pi_\xi)$ и

β) $\forall B_{\varepsilon_1}(0;\rho_\xi)\ \exists B_{\delta_1}(0;\pi_\xi) \subset B_{\varepsilon_1}(0;\rho_\xi)$.

Условия типа α) и β) будут выполнятся также и для семейств квазишаров $V_r(0;\pi_{\xi_1};\ldots;\pi_{\xi_n})$ и $V_r(0;\rho_{\xi_1};\ldots;\rho_{\xi_n})$.

Значит, топология τ_Π совпадает с топологией τ_P.

На основе сказанного можно сделать выводы. Если по каждой псевдометрике ρ_ξ построить функцию $\sigma_\xi(x) = \rho_\xi(0,x)$, то в случае группы последняя будет симметричной квазинормой, для которой условия а), б'), в') можно заменить условиями:

а') $\sigma_\xi(x+y) \leq \sigma_\xi(x) + \sigma_\xi(y)$,

б') $\sigma_\xi(0) = 0$,

в") $\sigma_\xi(-x) = \sigma_\xi(x)$.

Семейство квазинорм $\Sigma = (\sigma_\xi)_{\xi\in\Xi}$ порождает ту же топологию, что и семейство Π. Таким образом, с точки зрения топологических свойств можем считать, что квазинорма всегда удовлетворяет аксиомам а'), б'), в") и фактически совпадаетс с квазинормой, расматривавшейся, например, в работе [11]. Что касается векторных пространств, то и здесь каждая функция σ_ξ также будет удовлетворять аксиомам б), в), г) из п.2, так что будет квазинормой в том же смысле. Действительно, в силу совпадения топологий τ_Π и τ_P соотношения $\sigma_\xi(x) \to 0$ и $\pi_\xi(x) \to 0$ равносильны, а отсюда следует выполнимость этих аксиом и для σ_ξ.

Литература

1. Порошкин А.А. Топология в векторном пространстве с обобщенной нормой // *Упорядоченные пространства и операторные уравнения: Межвуз.сб.научн.тр. Сыктывкар: Сыктывкарский ун-т, 1989. С.83-92.*

2. Порошкин А.А. О непрерывных функционалах в некоторых квазинормированных пространствах // *Вопросы функционального анализа (теория меры, упорядоченные пространства, операторные уравнения): Межвуз.сб.научн.тр. Сыктывкар: Сыктывкарский ун-т, 1991. С.73-81.*

3. Lewicki G. Bernstein "Letargy" Theorem in Metrizable Topological Linear Spaces // *Monatshefte für Mathematik. N 113. 1992. P.213-226.*

4. Пратусевич М.Я. О некоторых свойствах SF-пространств и связанных с ними линейных операторов / *РГПУ им. А.И.Герцена. Санкт-Петербург, 1997. /Деп. в ВИНИТИ, 24.03.1997г. N 881-В97.*

5. Пратусевич М.Я. О топологических и квазитопологических свойствах SF-пространств /*РГПУ им. А.И.Герцена. Санкт-Петербург, 1997. /Деп. в ВИНИТИ, 24.03.1997г. N 882-В97.*

6. Пратусевич М.Я. О проекциях и дополняемости подпространств в SF-пространствах /*РГПУ им. А.И.Герцена. Санкт-Петербург, 1997. /Деп. в ВИНИТИ, 24.03.1997г. N 880-В97.*

7. Порошкин А.А., Порошкин А.Г. О топологии, порождаемой семейством квазинорм // *Проблемы современного математического образования в педвузах России. Тезисы докладов Межрегиональной научной конференции: Киров, 1998. С. 189-190.*

8. Порошкин А.А. О топологии в группе, порожденной семейством квазинорм /*Коми педагогический институт. Сыктывкар, 1997. 8 с. / Деп. в ВИНИТИ, № 3599-В97 ДЕП.*

9. Канторович Л.В., Акилов Г.П. Функциональный анализ. *М.: Наука, 1977. 742 с.*

10. Хьюитт Э., Росс К. Абстрактный гармонический анализ. *М.: Наука, 1975. Т.1. 654 с.*

11. Гусельников Н.С. Треугольные функции множества и теорема Никодима о равномерной ограниченности семейства мер // *Матем. сборник. 1978. Т.106(148). №3(7). С. 340-356.*

Summary

Poroshkin A.A., Poroshkin A.G. On the topology generated by the collection of quasi-norms

A collection of quasi-norms in a vector space or Abelian group is introduced. Some properties of the corresponding topology is investigated.

Коми педагогический институт
Сыктывкарский университет

Поступила 20.10.2000