Вестник Сыктывкарского университета.
Сер.1.Вып.4.2001

УДК 517.948

Приближенное решение уравнения В.А.Амбарцумяна [1]

С.И.Худяев, Л.В.Койнова

Предлагается алгоритм численного решения известного уравнения В.А.Амбарцумяна, находящего широкие применения в астрофизике, в теории переноса нейтронов и т. д. Выполняются численные расчеты для практически важного ядра Милна. Приводится сопоставление с раннее полученным приближенным аналитическим решением, с аналитической оценкой его погрешности. На конкретном примере асимптотики решения интегрального уравнения Винера-Хопфа показана роль решения уравнения Амбарцумяна.

1. Введение

Теория интегральных уравнений Винера-Хопфа

$$f(x) = \int_0^\infty k(x-y)f(y)\,dy + g(x), \tag{1}$$

с симметричным и суммируемым ядром $k(x)$:

$$k(x) = k(|x|),\ -\infty < x < \infty,\ q = \int_{-\infty}^{\infty} |k(x)|\,dx < 1, \tag{2}$$

в настоящее время имеет во многом завершенный характер [1]-[3] и находит многочисленные применения в астрофизике [4], [5], теории переноса нейтронов [6], [7], кристаллоптике [8] и т.д. Однако практическое применение поставило ряд проблем, так или иначе связанных с

[1]Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ №00-01-00723

уравнением (1) и требующих новых теоретических исследований и расчетных методов. Это проблема асимптотического поведения решений при $x \to \infty$, свойства ядра резольвенты и т.д. Известно [1]-[3], что условие (2) обеспечивает однозначную разрешимость уравнения (1) и если $g(x)$ принадлежит одному из классов функций: $L_p(0,\infty)$ $(p \geq 1)$, $C(0,\infty)$, $M(0,\infty)$ и др. (суммируемых в степени p, непрерывных, ограниченных и т.д.), то тому же классу принадлежит решение $f(x)$ и представляется в виде

$$f(x) = \int_0^\infty r(x,y)g(y)\,dy + g(x), \tag{3}$$

где ядро резольвенты r(x,y) может быть построено в виде ряда из итерированных ядер

$$r(x,y) = \sum_{n=1}^{\infty} k_n(x,y), \tag{4}$$

где

$$k_1(x,y) = k(x-y),$$

$$k_n(x,y) = \int_0^\infty k(x-t)k_{n-1}(t,y)\,dt, \; n = 2,3,\ldots \tag{5}$$

Из этого представления легко следует, что как функция x ядро $r(x,y)$ удовлетворяет уравнению (1) при $g(x) = k(x-y)$.

Особую роль в теории уравнений (1) играет функция $h(x) = r(x,0)$, удовлетворяющая уравнению

$$h(x) = \int_0^\infty k(x-y)h(y) + k(x). \tag{6}$$

При условии (2) функция $h(x)$ полностью определяет ядро резольвенты [1]-[3]:

$$r(x,y) = h(|x-y|) + \int_0^\infty h(x-t)h(y-t)\,dt. \tag{7}$$

Здесь нужно считать $h(x) = 0$ при $x < 0$. Из (7) вытекает симметричность $r(x,y)$: $r(x,y) = r(y,x)$.

В важном в приложениях случае $g(x) = \exp(-\lambda x)$, $(\lambda > 0)$ формула (3) для решения $f(x)$ с помощью (7) может быть выражена в терминах $h(x)$:

$$f(x) = \varphi(\lambda)\left[e^{-\lambda x} + \int_0^x e^{-\lambda t} h(x-t)\,dt\right], \tag{8}$$

где

$$\varphi(\lambda) = 1 + \widetilde{h}(\lambda),\ \widetilde{h}(\lambda) = \int_0^\infty e^{-\lambda x} h(x)\,dx. \tag{9}$$

Ввиду формулы (8) многие характеристики поля излучения непосредственно выражаются через $\varphi(\lambda)$, то есть через преобразование Лапласа $\widetilde{h}(\lambda)$ функции $h(x)$ (см.(9)). Поэтому важное значение приобретают прямые методы нахождения $\varphi(\lambda)$ без решения уравнения (6). Один из таких методов связан с теоремой о факторизации [1]-[3], лежащей в основе метода Винера-Хопфа.

Если положить

$$K(\lambda) = 1 - \widetilde{k}(\lambda) - \widetilde{k}(-\lambda),\ \widetilde{k}(t) = \int_0^\infty e^{-tx} k(x)\,dx, \tag{10}$$

то в полосе аналитичности $K(\lambda)$ (всегда на мнимой оси) имеет место равенство

$$\varphi(\lambda)\varphi(-\lambda) = K^{-1}(\lambda). \tag{11}$$

В случае мнимых значений λ $(\lambda = i\xi)$ положим

$$\omega(\xi) = K(i\xi) = 1 - 2\int_0^\infty k(x)\cos\xi x\,dx. \tag{12}$$

Соотношение (11) позволяет свести нахождение подходящей ветви $\ln\varphi(\lambda)$ к граничной задаче Римана-Гильберта для аналитических функций ($\varphi(\lambda)$ непрерывна при $Re\lambda \geq 0$, не обращается в нуль, аналитична при $Re\lambda > 0$, и $\varphi(\lambda) \to 1$ при $|\lambda| \to \infty$). Решение этой задачи с учетом четности (12) имеет вид [1]-[3]:

$$\ln\varphi(\lambda) = -\frac{\lambda}{\pi}\int_0^\infty \frac{\ln\omega(\xi)}{\lambda^2+\xi^2}\,d\xi. \tag{13}$$

2. Постановка задачи

Красивая формула (13) в вычислительном отношении оказывается все же неудобной: нахождение $\omega(\xi)$ сопряжено с вычислением интеграла (12) от быстро осциллирующей (при больших ξ) функции, да и интеграл (13) недостаточно быстро сходится. Поэтому поиски прямых методов расчета $\varphi(\lambda)$ продолжались. Выдающимся астрофизиком академиком В. А. Амбарцумяном было получено нелинейное интегральное уравнение для $\varphi(\lambda)$. (Это уравнение иногда связывают также с именем американского ученого Чандрасекара). Рассматриваются ядра вида

$$k(x) = \int_a^b \exp(-\mu|x|)\, d\rho(\mu), \tag{14}$$

где $o \leq a < b \leq \infty$, $\rho(\mu)$ - некоторая функция локально ограниченной вариации. В этом случае для $g(x) = \exp(-\lambda x)$ из уравнения (1) следует

$$f(0) = \int_a^b \widetilde{f}(\mu)\, d\rho(\mu) + 1, \tag{15}$$

где $\widetilde{f}(\mu)$, как и выше, преобразование Лапласа $f(x)$. Из формулы (8) с учетом (9) имеем

$$f(0) = \varphi(\lambda), \ \ \widetilde{f}(\mu) = \frac{\varphi(\lambda)\varphi(\mu)}{\lambda + \mu}. \tag{16}$$

Подставляя эти выражения в (15), приходим к уравнению Амбарцумяна

$$\varphi(\lambda) = 1 + \varphi(\lambda) \int_a^b \frac{\varphi(\mu)}{\lambda + \mu}\, d\rho(\mu), \tag{17}$$

дающему еще один прямой метод нахождения $\varphi(\lambda)$.

Для широкого класса ядер вида (14) с неубывающей функцией $\rho(\mu)$ ($k(x) \geq 0$) мы приведем приближенное аналитическое решение уравнения (17) и оценку его погрешности [9]. Разработаем численный метод решения уравнения (17) и выполним расчеты $\varphi(\lambda)$ для некоторых часто применяемых ядер. Приведем сопоставление с приближенным аналитическим решением и с аналитической оценкой погрешности. Приведем практически важный пример асимптотики решения (1) при $x \to \infty$ и отметим роль функции $\varphi(\lambda)$ при ее конструкции [9].

3. Аналитические оценки

Для ядер вида (14) с неубывающей функцией $\rho(\mu)$ $(k(x) > 0)$ в работах [9], [10] получена оценка снизу решения $\varphi(\lambda)$ уравнения (17) в терминах преобразования Лапласа ядра (см. (10)):

$$\varphi(\lambda) \geq (1 - 2\widetilde{k}(\lambda))^{-1/2}, \ \lambda \geq 0. \tag{18}$$

Это неравенство несложно выводится из представления (13) функции $\varphi(\lambda)$ с использованием вида (14) ядра $k(x)$. Прежде всего заметим, что

$$\widetilde{k}(\lambda) = \int\limits_a^b \frac{d\rho(\mu)}{\lambda + \mu}, \quad \widetilde{k}(0) = \int\limits_a^b \frac{d\rho(\mu)}{\mu} = \int\limits_0^\infty k(x)\,dx = \frac{q}{2}, \tag{19}$$

а формула (12) приобретает вид:

$$\omega(\xi) = K(i\xi) = 1 - \int\limits_a^b \left(\frac{1}{\mu + i\xi} + \frac{1}{\mu - i\xi}\right) d\rho(\mu) = 1 - 2\int\limits_a^b \frac{\mu}{\mu^2 + \xi^2}\,d\rho(\mu). \tag{20}$$

Определим следующее правило усреднения функций в интервале $(0, \infty)$:

$$\bar{\psi} = \frac{2}{\pi}\int\limits_0^\infty \frac{\psi(t)}{1 + t^2}\,dt. \tag{21}$$

Положив в формуле (13) $\xi = \lambda t$, можно ее представить в виде:

$$2\ln\varphi(\lambda) = \frac{2}{\pi}\int\limits_0^\infty \ln\frac{1}{\omega(\lambda t)}\frac{dt}{1 + t^2} = \overline{\ln\frac{1}{\omega(\lambda t)}}. \tag{22}$$

В силу известного неравенства Иенсена для выпуклых функций

$$\overline{\ln\frac{1}{\omega(\lambda t)}} \geq \ln\frac{1}{(\overline{\omega(\lambda t)})}. \tag{23}$$

Согласно (19), (20) имеем

$$\overline{\omega(\lambda t)} = 1 - \frac{4}{\pi}\int\limits_a^b \mu \int\limits_0^\infty \frac{dt}{(1 + t^2)(\mu^2 + \lambda^2 t^2)}\,d\rho(\mu) = 1 - 2\int\limits_a^b \frac{d\rho(\mu)}{\lambda + \mu} = 1 - 2\widetilde{k}(\lambda). \tag{24}$$

Из (22), (23), (24) вытекает неравенство (18).

В работах [9], [10] предпринята попытка оценить величину отклонения нижней оценки (18) от точного значения $\varphi(\lambda)$. Усредняя почленно разложение в ряд Тейлора в окрестности $\bar{\omega} = \bar{\omega}(\lambda t)$

$$\ln \frac{1}{\omega} = \ln \frac{1}{\bar{\omega}} - \frac{1}{\bar{\omega}}(\omega - \bar{\omega}) + \frac{1}{2}\frac{1}{\bar{\omega}^2}(\omega - \bar{\omega})^2 + \ldots,$$

вместо (23) имеем

$$\overline{\ln \frac{1}{\omega}} = \ln \frac{1}{\bar{\omega}} + \frac{1}{2}\frac{1}{\bar{\omega}^2}\overline{(\omega - \bar{\omega})^2} + \ldots \tag{25}$$

Так что согласно (22) имеем представление

$$\varphi(\lambda) = (1 - 2\widetilde{k}(\lambda))^{-1/2} \exp(\Delta + \ldots), \tag{26}$$

где

$$\Delta = \frac{\overline{(\omega - \bar{\omega})^2}}{4\bar{\omega}^2} \tag{27}$$

представляет в определенном смысле главный член отклонения левой и правой частей (18).

Также в терминах преобразования Лапласа ядра для величены Δ получена оценка [9], [10]

$$\Delta \le \frac{\widetilde{k}(\lambda)(q - 2\widetilde{k}(\lambda))}{4(1 - 2\widetilde{k}(\lambda))^2}. \tag{28}$$

Максимум правой части (28) достигается при $\widetilde{k}(\lambda) = \dfrac{q}{2(2-q)}$:

$$\max_{\lambda} \Delta \le \frac{q^2}{32(1-q)}. \tag{29}$$

Правая часть (29) быстро падает с уменьшением q. Уже при $q = 0.8$ она составляет всего 0.1.

Эта оценка позволяет надеяться, что можно считать приближенно

$$\varphi(\lambda) = (1 - 2\widetilde{k}(\lambda))^{-1/2}, \ \lambda \ge 0. \tag{30}$$

Однако как эта формула, так и оценка погрешности (28) нуждаются в численной проверке хотя бы для некоторых часто встречающихся ядер $k(x)$.

Для численной оценки как самой формулы (30), так и оценки (28) мы выбрали часто встречающееся в приложениях ядро Милна [8], [9], [11]:

$$k(x) = \frac{q}{2}E_1(|x|),\ E_n(x) = \int\limits_1^{\infty} \frac{e^{-\mu|x|}}{\mu^n}\,d\mu,\ n = 1, 2, \ldots, \tag{31}$$

очевидно, имеющее вид (14).

4. Численные результаты

Преобразование Лапласа ядра (31) выражается формулой

$$\widetilde{k}(\lambda) = \frac{q}{2}\int\limits_1^{\infty}\frac{1}{\mu}\int\limits_0^{\infty} e^{-(\lambda+\mu)x}\,dx d\mu = \frac{q}{2\lambda}\ln(1+\lambda),\ \lambda > 0, \tag{32}$$

так что приближенная формула (30) приобретает вид:

$$\varphi(\lambda) \approx (1 - \frac{q}{\lambda}\ln(1+\lambda))^{-1/2} = \varphi_*(\lambda). \tag{33}$$

Уравнение Амбарцумяна (17) можно представить в виде

$$\varphi(\lambda) = \left(1 - \frac{q}{2}\int\limits_1^{\infty}\frac{\varphi(\mu)}{\mu(\lambda+\mu)}\,d\mu\right)^{-1} \tag{34}$$

и попытаться найти решение с помощью итераций

$$\varphi_{n+1}(\lambda) = \left(1 - \frac{q}{2}\int\limits_1^{\infty}\frac{\varphi_n(\mu)}{\mu(\lambda+\mu)}\,d\mu\right)^{-1},\ n = 0, 1, 2, \ldots \tag{35}$$

при подходящей начальной функции $\varphi_0(\lambda)$.

В силу $k(x) \geq 0$ мы имеем $h(x) \geq 0$ и $\varphi(\lambda) \geq 1$, $\varphi(\lambda) \to 1$ при $\lambda \to \infty$ (см.(9)). Поэтому, если положить $\varphi_0(\lambda) \equiv 1$, то вся последовательность $\varphi_n(\lambda)$ оказывается ограниченной: $1 \leq \varphi_n(\lambda) \leq \varphi(\lambda)$, $n = 0, 1, \ldots$ В самом деле, если уже показано, что $1 \leq \varphi_{n-1}(\lambda) \leq \varphi(\lambda)$, то

$$1 \leq \varphi_n(\lambda) = \left(1 - \frac{q}{2}\int\limits_1^{\infty}\frac{\varphi_{n-1}(\mu)}{\mu(\lambda+\mu)}\,d\mu\right)^{-1} \leq \left(1 - \frac{q}{2}\int\limits_1^{\infty}\frac{\varphi(\mu)}{\mu(\lambda+\mu)}\,d\mu\right)^{-1} = \varphi(\lambda). \tag{36}$$

Кроме того, легко убедиться, что последовательность $\varphi_n(\lambda)$ монотонно возрастает. В самом деле, очевидно $\varphi_1(\lambda) \geq 1 = \varphi_0(\lambda)$. Если уже показано, что $\varphi_n(\lambda) \geq \varphi_{n-1}(\lambda)$, то

$$\varphi_{n+1}(\lambda) = \left(1 - \frac{q}{2}\int_1^\infty \frac{\varphi_n(\mu)}{\mu(\lambda+\mu)}\,d\mu\right)^{-1} \geq \left(1 - \frac{q}{2}\int_1^\infty \frac{\varphi_{n-1}(\mu)}{\mu(\lambda+\mu)}\,d\mu\right)^{-1} = \varphi_n(\lambda). \tag{37}$$

Таким образом, ограниченная возрастающая последовательность $\varphi_n(\lambda)$ сходится к решению уравнения (34). Чтобы избежать вычисления несобственных интегралов в (35), положим $\lambda^{-1} = \xi$, $\mu^{-1} = s$ ($0 \leq s \leq 1$, $0 \leq \xi < \infty$), и итерации (35) принимают вид

$$\varphi_{n+1}(\lambda) = \psi_{n+1}(\xi) = \left(1 - \frac{q}{2}\xi\int_0^1 \frac{\psi_n(s)}{s+\xi}\,ds\right)^{-1}. \tag{38}$$

При фиксированном ξ интеграл в (38) считается методом Симпсона на сетке с шагом $h = 0.1$, с учетом $\psi_n(0) = 1$.

Последовательность функций $\varphi_n(\lambda)$ и приближенное решение $\varphi_*(\lambda)$ (см.(33)) сведены в табл. 1 для $q = 0.8$, $\varphi_0 \equiv 1$.

Таблица 1

$\varphi_n \backslash \lambda$	**0.01**	**0.1**	**0.25**	**0.5**	**1**	**2.5**	**10**
φ_0	1	1	1	1	1	1	1
φ_1	1.666	1.616	1.555	1.48	1.383	1.25	1.106
φ_2	2.002	1.918	1.808	1.679	1.523	1.324	1.129
φ_3	2.141	2.038	1.905	1.752	1.572	1.348	1.136
φ_4	2.192	2.081	1.940	1.778	1.589	1.356	1.138
φ_5	2.211	2.097	1.953	1.787	1.595	1.359	1.139
φ_6	2.217	2.102	1.957	1.791	1.597	1.360	1.139
φ_*	2.214	2.051	1.870	1.687	1.498	1.291	1.112

Два верных знака после запятой устанавливаются после шестой итерации. Из табл. 1 видно также,что погрешность формулы (33) достигает 6% при $\lambda = 1$. При том же значении $q = 0.8$ сравнивалась эта точность с теоретической оценкой (28). Это сравнение показано в табл. 2.

Таблица 2

λ	**0.01**	**0.1**	**0.25**	**0.5**	**1**	**2.5**	**10**
$(\varphi-\varphi_*)\varphi^{-1}$	0.001	0.024	0.044	0.058	0.062	0.050	0.023
$\dfrac{\widetilde{k}(q-2\widetilde{k})}{4(1-2\widetilde{k})^2}$	0.001	0.063	0.094	0.099	0.086	0.056	0.022

Как и показало неравенство (29), при $q = 0.8$ оценка (28) допускает погрешность до 10 %. Из табл. 2 видим, что такая погрешность приходится на $\lambda = 0.5$. В целом, как видим, и формула (33), и оценка погрешности (28) неплохо согласуются с расчетами. Если необходимо уточнение формулы (33), то следует принять за начальное приближение $\varphi_0 = \varphi_*$ и выполнить 2-3 итерации по формуле (35) или (38). В табл. 3 показано, что третья итерация дает высокую точность (ср. с табл. 1).

Таблица 3

$\varphi_n \backslash \lambda$	**0.01**	**0.1**	**0.25**	**0.5**	**1**	**2.5**	**10**
$\varphi_0=\varphi_*$	2.214	2.051	1.870	1.687	1.498	1.291	1.112
φ_1	2.093	1.996	1.871	1.726	1.554	1.339	1.132
φ_2	2.195	2.083	1.941	1.779	1.589	1.356	1.137
φ_3	2.216	2.102	1.956	1.790	1.596	1.360	1.138

5. Некоторые применения

Мы остановимся в заключение на важном вопросе об асимптотике решения уравнения (1) при $x \to \infty$, в котором функции $\varphi(\lambda)$ принадлежит особая роль. Впрочем, эта роль видна уже из формулы (8) для решения (1) с экспоненциальной правой частью $g(x) = \exp(-\lambda x)$, $\lambda > 0$. Мы уже встречали (см.(16)) следующие свойства решения $f(x)$ уравнения (1). выраженные через $\varphi(\lambda)$:

$$f(0) = \varphi(\lambda), \quad \int_0^\infty f(x)\,d(x) = \widetilde{f}(0) = \frac{\varphi(\lambda)}{\lambda(1-q)^{1/2}}. \tag{39}$$

Здесь учтено, что согласно (11), (2) $\varphi(0) = (1-q)^{-1/2}$. В работе [9] была установлена теорема об асимптотике при $x \to \infty$ решения уравнения (1), относящаяся к тому случаю, когда характеристическое уравнение (см.(10))

$$K(\lambda) = 1 - \widetilde{k}(\lambda) - \widetilde{k}(-\lambda) = 0 \tag{40}$$

не имеет корней в области аналитичности $K(\lambda)$ (в частности, на мнимой оси), согласно которой

$$\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{k(x)}=\frac{1}{(1-q)}\left(g_k+\int\limits_0^{\infty}f(t)\,dt\right),\quad g_k=\lim_{x\to\infty}\frac{g(x)}{k(x)}. \qquad (41)$$

Эта асимптотика была применена к расчету реабсорбции света в молекулярных кристаллах [11]. Обычно такие расчеты выполнялись с помощью уравнения (1) с ядром Милна (31). Однако было замечено грубое несогласие этих расчетов с экспериментом именно в асимптотическом поведении решения при $x\to\infty$. На основании некоторых данных для коэффициента поглощения в работе [11] была предложена другая апроксимация ядра (см.(31)):

$$k(x)=\frac{q}{2\ln\alpha^{-1}}\frac{E_2(\alpha|x|)-E_2(|x|)}{|x|}\quad (0<\alpha<<1, q<1). \qquad (42)$$

Оказывается,

$$\widetilde{k}(\lambda)=\frac{q}{2\ln\alpha^{-1}}\left((1+\frac{1}{\lambda})\ln(1+\lambda)-(1+\frac{\alpha}{\lambda})\ln(\alpha+\lambda)-\frac{\alpha}{\lambda}\ln\frac{1}{\alpha}\right). \qquad (43)$$

так что

$$K(\alpha)=\int\limits_{-\infty}^{\infty}e^{\alpha x}k(x)\,dx=\widetilde{k}(\alpha)+\widetilde{k}(-\alpha)\approx q(1+\frac{1-\ln 2}{\ln\alpha^{-1}})<1 \text{ при } \alpha<<1, \qquad (44)$$

и легко убедиться, что уравнение (40) не имеет корней при $|Re\lambda|<\alpha$. Заметим, кстати, что для ядра Милна уравнение (40) имеет корень, который существенно влияет на асимптотическое поведение решения (1). Ядро (42) удовлетворяет и другим условиям упоминавшейся теоремы (точнее, следствия из нее), так что с учетом $g_k=\lim\limits_{x\to\infty}\exp(-\lambda x)k^{-1}(x)=0$ $(\lambda>\alpha)$ и интеграла (39) имеем асимптотику решения (1):

$$f(x)=K^{-1}(\alpha)(\lambda-\alpha)^{-1}\varphi(\lambda)\varphi(-\alpha)k(x)+o(k(x))\ (x\to\infty). \qquad (45)$$

В работе [11] было отмечено, что эта асимптотика согласуется с экспериментальными данными. Как видим, в формуле (45) коэффициент при $k(x)$ выражается через $\varphi(\lambda)$, $\varphi(-\alpha)$, $K^{-1}(\alpha)=\varphi(\alpha)\varphi(-\alpha)$(см.(11)) и существенно связан с решением уравнения Амбарцумяна для соответствующего ядра.

Литература

1. **Крейн М.Г.** Интегральные уравнения на полупрямой с ядром, зависящим от разности аргументов // *Успехи матем. наук. 1958. Т. XIII. Вып. 5. С. 3-103.*

2. **Гахов Ф.Д., Черский Ю.И.** Уравнения типа свертки. М.: Наука. 1978. 295 с.

3. **Забрейко П.П. и др.** Интегральные уравнения. Справочная математическая библиотека. М.: Наука, 1968. 448 с.

4. **Соболев В.В.** Рассеяние света в атмосферах планет. М.: Наука, 1972. 335 с.

5. **Иванов В.В.** Перенос излучения и спектры небесных тел. М.: Наука, 1969. 472 с.

6. **Девисон Б.** Теория переноса нейтронов. М.: Атомиздат, 1960. 520 с.

7. Некоторые математические задачи нейтронной физики. Сб. работ под редакцией Е.С. Кузнецова. М.: Изд-во МГУ, 1960. 221 с.

8. **Агранович В.М.** Теория экситонов. *М.: Наука, 1968. 382 с.*

9. **Худяев С.И.** Некоторые приближенные методы в теории переноса излучения // *Ж. выч. матем. и матем. физики. 1975. Т. 15. N 2. С. 412-428.*

10. **Худяев С.И.** Оценки интегралов с помощью средних и некоторые их применения // *Ж. выч. матем. и матем. физики. 1982. Т. 22. N 2. С. 280-295.*

11. **Бендерский В.А., Худяев С.И.** К расчету реабсорбции света в молекулярных кристаллах // *Оптика и спектроскопия. 1971. Т. 31. Вып. 6. С. 915-918.*

Summary

Khudyaev S. I., Koynova L. V. Approximate solution of the equation of V.A.Ambartsumyan

An algorithm for a numeric solution of the well-known Ambartsumyan equation is suggested (this equation is widely used in astrophysics, the theory of transport of neutrons, etc.). Numerical calculations are carried out for the practically important case of Miln kernel. A correlation is given with an approximate solution obtained ealier. The role of the solution of Ambartsumyan equation is shown by the concrete example of asymptotics for the solution of the integral Wiener–Hopf equation.

Сыктывкарский университет *Поступила 28.09.2000*