

## ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА И МЕХАНИКА

*Вестник Сыктывкарского университета.  
Серия 1: Математика. Механика. Информатика.  
Выпуск 3 (24). 2017*

УДК 539.3

### НАУЧНАЯ РАБОТА С ЕВГЕНИЕМ ИЛЬИЧОМ

*А. В. Ермоленко*

Статья посвящена описанию научной работы с известным математиком и механиком, заслуженным деятелем науки РФ, доктором физико-математических наук, профессором Евгением Ильичом Михайловским (1937–2013).

*Ключевые слова:* уточненная теория пластин, контактная задача.



#### **Введение**

В этом году исполнилось бы 80 лет доктору физико-математических наук, профессору Евгению Ильичу Михайловскому, основателю журнала «Вестник Сыктывкарского университета. Серии 1: Математика. Механика. Информатика».

Мое знакомство с Евгением Ильичом состоялось на третьем курсе. На первом же занятии меня и всех остальных студентов поразило, что пока он прошел от входа до преподавательского стола, успел нас всех сосчитать и строгим голосом спросить: «А где еще трое?». Судьба нерадивых студентов висела на волоске, и автор статьи однажды чуть не был изгнан с лекции за то, что вертелся и часто поворачивался спиной к лектору. Однако сразу после первого занятия подошел к Евгению Ильичу за темой курсовой работы. Так началась моя научная работа с Евгением Ильичом, о которой я ни разу не пожалел.

Цель первых заданий по курсовой работе состояла в изучении теорий стержней, пластин. Как правило, Евгений Ильич не давал читать конкретные книги, а при каждой встрече рассказывал материал с мелом у доски. Бывало, что часть материала он специально писал на бумаге и давал на изучение. При этом Евгений Ильич подчеркивал, что основная трудность его работы с нами состоит в том, что мы по образованию математики, а не механики, поэтому ему приходится нам объяснять прописные истины персонально, и, как следствие, получить новые результаты нам будет непросто. Кстати, вскоре справедливость этого замечания почувствовал на себе: (защита кандидатской диссертации по механике деформируемого твердого тела) Ученый секретарь Диссертационного совета Санкт-Петербургского государственного университета обратил внимание присутствующих на то, что у меня *математическое* образование.

### **1. Первая научная статья**

В рамках курсовых работ я плавно входил в тематику моей дипломной работы «Построение теории пластин типа Кармана с учетом трансверсальных деформаций». Основной особенностью данной работы было получение полудеформационного варианта граничных величин, с использованием которого система уравнений Кармана становится замкнутой. Следует отметить, что данный вариант был получен Евгением Ильичом ранее, мне же предлагалось получить эти же соотношения альтернативным способом, основанным на использовании как вариационного уравнения Лагранжа, так и условий равновесия трехмерного тела.

При написании дипломной работы приходилось, как шутили Е.И. Михайловский и В.Л. Никитенков, «продельывать простые, но достаточно громоздкие выкладки». Нередко, чтобы перейти от одной формулы к другой, приходилось исписывать несколько листов, что приводило к опечаткам. Нередко я отчаивался, что не смогу написать дипломную работу, но ошибка всплывала, и работа продолжалась.

Материал дипломной работы нашел отражение в моей первой научной статье «О полудеформационном варианте граничных величин в теории гибких пластин Кармана» [2]. Статья была написана под полным контролем Евгения Ильича. Статья многократно переписывалась, местами Евгений Ильич сам писал материал.

## **2. Аспирантура и защита кандидатской диссертации**

Будучи студентом четвертого курса, я выразил желание учиться в аспирантуре. После окончания университета на нашу группу было выделено только одно бюджетное место, удача оказалась на моей стороне. Так в 1996-м году я стал аспирантом Евгения Ильича по специальности 01.02.04 — Механика деформируемого твердого тела.

Параллельно с обучением в аспирантуре я начал преподавать на кафедре математического моделирования и кибернетики. Это отсрочило защиту кандидатской диссертации. На это сетовал и Евгений Ильич, но признавал, что молодому человеку трудно отказаться от стабильного заработка, тем более когда необходимо прокормить семью.

Одна из первых задач, решенных мной численно, — контактное взаимодействие двух тангенциально подкрепленных пластин. Расчет проводился на очень маленькой сетке — большую сетку не позволяли компьютеры того времени. Как результат, получился достаточно угловатый рисунок, по современным меркам просто некрасивый. Тем не менее решение вошло в соавторстве с Евгением Ильичом в статью [4].

Самой важной моей работой за период обучения в аспирантуре стала статья [5]. В ней с использованием уравнений типа Кармана – Тимошенко – Нагди решается задача о контактном взаимодействии цилиндрически изгибаемой пластины с основанием. Показано, что в случае учета трансверсальных сдвигов и обжатия контактные реакции не содержат сосредоточенную нагрузку. Этот факт в дальнейшем стал основополагающим в моей кандидатской диссертации.

Так под влиянием Е. И. Михайловского сложилось основное направление моей научной деятельности — это контактные задачи. Кроме этого большое внимание уделялось граничным условиям. Евгением Ильичом ранее был получен полудеформационный вариант граничных величин для теории пластин Кармана. Мной этот вариант был обобщен на случай пологих оболочек типа Маргера – Тимошенко – Нагди, за что я удостоился устной похвалы от Евгения Ильича.

Знания, полученные при построении теории пластин и теории пологих оболочек, были применены нами к построению общей теории жесткогибких оболочек. Одновременно с этим мы изучали возможность применения теории жесткогибких оболочек к расчету мягкогибких оболо-

чек.

Работа закончилась в 2002 году защитой диссертации «Уточненные соотношения нелинейной теории пластин и оболочек, ориентированные на решение контактных задач» на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук.

### 3. Работа после защиты

После защиты кандидатской диссертации мне пришлось отдалиться от науки — занялся административной работой. При этом всегда чувствовал поддержку Евгения Ильича, искал у него совета.

В сентябре 2012 года начал действовать семинар, посвященный задачам устойчивости. В рамках тематики семинара была опубликована последняя статья Евгения Ильича «Устойчивость подкрепленной шпангоутами цилиндрической оболочки [1]».

В рамках совместной научной работы много внимания уделялось контактным задачам со свободной границей. При этом было замечено, что при решении контактных задач необходимы величины, приведенные к той или иной поверхности, а традиционно используемые величины, приведенные к срединной поверхности, как правило, не нужны. Поэтому было решено построить уточненную теорию пластин, ориентированную на решение контактных задач. По совету Евгения Ильича данная теория была названа «Теория пластин типа Кáрманна – Тимошенко – Нагди относительно произвольной базовой поверхности». Больше всего обсуждалось словосочетание «базовая поверхность». Было решено, что это временный термин, но он так и прижился. Полевые уравнения этой теории можно представить в виде [3]

$$D\Delta^2 w = q_n - h_*^2 \Delta q_n + (I - h_\psi^2 \Delta)L(\Phi, w), \quad (1)_1$$

$$\frac{1}{Eh} \Delta^2 \Phi = \frac{\nu}{Eh} \Delta m_n - \frac{1}{2} L(w, w), \quad (1)_2$$

$$\psi_{1,1} + \psi_{2,2} = -\frac{1}{\mu h} (q_n + L(\Phi, w)). \quad (1)_3$$

Здесь  $h$  — толщина пластины до деформации,  $q_n = q_n^+ - q_n^-$  — нормальная нагрузка,  $m_n = \frac{1}{2}(h + b)q_n^+ + \frac{1}{2}(h - b)q_n^-$ ,  $E$  и  $\nu$  — модуль Юнга и коэффициент Пуассона;

$$h_\psi^2 = \frac{h^2}{6(1 - \nu)}, h_*^2 = \frac{3\nu b^2 - h^2(3\nu - 4)}{24(1 - \nu)},$$

$$D = \frac{Eh^3}{12(1 - \nu^2)}, \mu = \frac{E}{2(1 + \nu)};$$

$$L(\Phi, w) = \Phi_{,11}w_{,22} - 2\Phi_{,12}w_{,12} + \Phi_{,22}w_{,11};$$

$$\Delta w = w_{,11} + w_{,22}, w_{,i} \triangleq \frac{\partial w}{\partial x_i}.$$

Особенностью уравнений (1) является то, что при внешней схожести с уравнениями типа Кáрмана – Тимошенко – Нагди неизвестные функции  $w$  (прогиб),  $\Phi$  (функция напряжения),  $\psi_i$ ,  $i = 1, 2$  (поперечные сдвиги) являются функциями некоторой базовой поверхности, характеризуемой параметром  $b$ .

С использованием уравнений (1) решен ряд контактных задач со свободной границей, на примере которых показано, что применение уравнений (1) упрощает численный расчет.

### **Заключение**

За время совместной научной работы с Евгением Ильичом были получены следующие результаты:

- ориентированные на решение контактных задач со свободной границей уточненные соотношения теории типа Кáрмана – Тимошенко – Нагди изгиба плоских пластин, учитывающие наряду с поперечными сдвигами вариации параметров поперечного обжатия;
- уравнения типа Маргера – Тимошенко – Нагди, обобщающие теорию изгиба плоских пластин на случай пологих оболочек;
- полудеформационный вариант граничных величин, обеспечивающий замкнутость системы уравнений пологих оболочек типа Маргера – Тимошенко – Нагди;
- уточненные соотношения нелинейной теории жесткогибких оболочек, согласующиеся с полученными ранее уравнениями изгиба плоских пластин и пологих оболочек;
- условие применимости соотношений нелинейной теории жесткогибких оболочек к расчету мягкогибких оболочек;
- оценка влияния внесенных в теорию изгиба плоских пластин и пологих оболочек уточнений на решение контактных задач со свободной границей.

## **Список литературы**

1. Вавилина Н. Н., Ермоленко А. В., Михайловский Е. И. Устойчивость подкрепленной шпангоутами цилиндрической обо-

лочки // *В мире научных открытий*. Красноярск: НИЦ, 2013. №2.1 (38) (Математика. Механика. Информатика). С. 43–55.

2. **Ермоленко А. В.** О полудеформационном варианте граничных величин в теории гибких пластин Кармана // *Вестник Сыктывкарского университета. Сер. 1: Математика. Механика. Информатика*. 1996. Вып. 2. С. 235–242.
3. **Ермоленко А. В.** Теория плоских пластин типа Кармана – Тимошенко – Нагди относительно произвольной базовой плоскости // *В мире научных открытий*. Красноярск: НИЦ, 2011. №8.1 (20). С. 336–347.
4. **Ермоленко А. В., Михайловский Е. И.** Граничные условия для подкрепленного края в теории изгиба плоских пластин Кармана // *Изв. АН. МТТ*. 1998. № 3. С. 73–85.
5. **Михайловский Е. И., Бадокин К. В., Ермоленко А. В.** Теория изгиба пластин типа Кармана без гипотез Кирхгофа // *Вестник Сыктывкарского университета. Сер. 1: Математика. Механика. Информатика*. 1999. Вып. 3. С. 181–202.

### Summary

**Yermolenko A. V.** Scientific work with Yevgeny Ilyich

The article is devoted to the description of scientific work with the well-known mathematician and mechanic, the honored worker of the Russian Federation, the doctor of physical and mathematical sciences, professor Evgeny Ilyich Mikhailovskii (1937–2013).

*Keywords: refined theory of plates, contact problem.*

### References

1. **Vavilina N. N., Yermolenko A. V., Mihajlovskii E. I.** Ustojchivost' podkreplennoj shpangoutami cilindricheskoj obolochki (Stability of a cylindrical shell reinforced by frames), *In the world of scientific discoveries*, Krasnoyarsk: SIS, 2013, № 2.1 (38), pp. 43–55.
2. **Yermolenko A. V.** O poludeformacionnom variante granichnyh velichin v teorii gibkih plastin Karmana (On the semi-deformational variant of boundary values in the theory of the flexible Karman plates), *Bulletin of Syktyvkar University, Series 1: Mathematics. Mechanics. Informatics*, 1996, №2, pp. 235–242.

3. **Yermolenko A. V.** Teoriya ploskix plastin tipa Karmana–Timoshenko–Nagdi otnositel’no proizvol’noj bazovoj ploskosti (The Karman–Timoshenko–Naghdı theory of plane plates relative to arbitrary base surface), *In the world of scientific discoveries*, Krasnoyarsk: SIS, 2011, № 8.1 (20), pp. 336–347.
4. **Yermolenko A. V., Mihajlovskii E. I.** Granichnye usloviya dlja podkreplennogo kraja v teorii izgiba ploskih plastin Karmana (Boundary conditions for the reinforced edge in the Karman theory of bending of flat plates), *IOO*, 1998, № 3, pp. 73–85.
5. **Mihajlovskii E. I., Badokin K. V., Yermolenko A. V.** Teoriya izgiba plastin tipa Karmana bez gipotez Kirhgofa (The theory of bending of Karman-type plates without the Kirchhoff’s hypotheses), *Bulletin of Syktyvkar University, Series 1: Mathematics. Mechanics. Informatics*, 1999, №3, pp. 181–202.

**Для цитирования:** Ермоленко А. В. Научная работа с Евгением Ильичем // *Вестник Сыктывкарского университета. Сер. 1: Математика. Механика. Информатика. 2017. Вып. 3 (24). С. 4–10.*

**For citation:** Yermolenko A. V. Scientific work with Yevgeny Ilyich, *Bulletin of Syktyvkar University, Series 1: Mathematics. Mechanics. Informatics*, 2017, №3 (24), pp. 4–10.

СГУ им. Питирима Сорокина

Поступила 03.09.2017